Ensino Médio
3ª Série

PROFESSOR(A):
ALEXSANDRO KESLLER

DISCIPLINA:
MATEMÁTICA

CONTEÚDO:
EQUAÇÃO DA RETA

DATA:
11/05/2022

Canal Educação
PROGRAMA DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA

Geometria Analítica

❑ RETA: EQUAÇÕES

Ao observarmos o ambiente ao redor podemos notar o quanto ele está repleto de linhas retas. Ora verticais, ora horizontais, interceptando-se ou não. Nas construções, na arte, nos objetos, especialmente nas criações humanas, as linhas retas predominam e representam estabilidade, segurança, harmonia.

Tanto na construção de edifícios, com instrumentos como o fio de prumo ou o nível que permitem alinhar paredes e muros vertical e horizontalmente, como...

GABOR NEMES/KINO

Fio de prumo. Instrumento utilizado para verificar a verticalidade de algum objeto em relação ao chão.

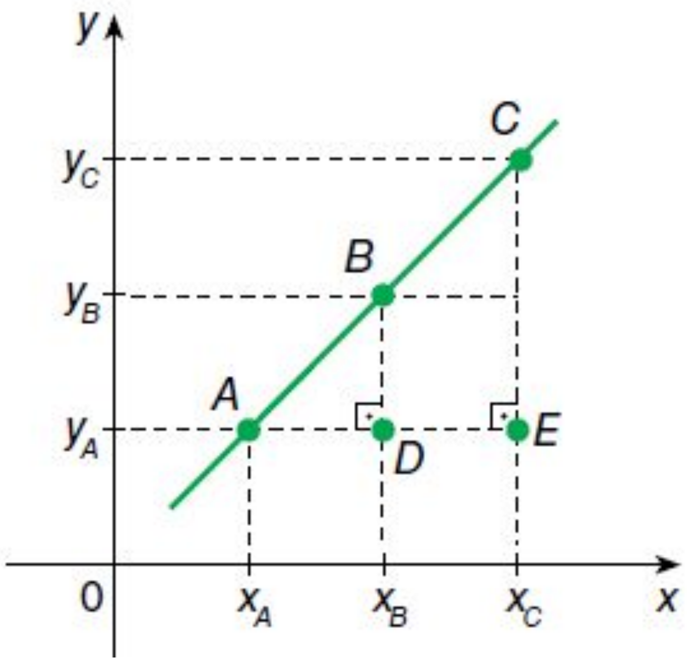
KAZUO TANAKA

Nível. Instrumento para verificar se uma superfície está exatamente na horizontal.

Condição de alinhamento de três pontos

Por dois pontos distintos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ passa uma única reta, assim eles estão sempre alinhados.

Agora veremos qual é a condição necessária e suficiente para que três pontos distintos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$ estejam também alinhados. Observe a figura:



Logo, se três pontos, $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$, são colineares temos:

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

E, reciprocamente, se $D = 0$, então os pontos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$ são colineares.

Três pontos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$ são colineares se e somente se: $\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$

Se, no entanto, esse determinante é não nulo, os pontos A, B e C são vértices de um triângulo.

Recorde

Regra de Sarrus para o cálculo do determinante de uma matriz quadrada de ordem 3.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1 Verificar se os pontos $A(3, 2)$, $B(4, 1)$ e $C(1, 4)$ são colineares.

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Resolução

Vamos calcular o determinante:

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

VAMOS FIXAR !

Verifique se os pontos A, B e C estão alinhados.

a) $A(2, 3)$, $B(-2, -5)$ e $C(-1, -3)$

b) $A(1, 2)$, $B(3, 4)$ e $C(3, -1)$

a) $A(2, 3)$, $B(-2, -5)$ e $C(-1, -3)$

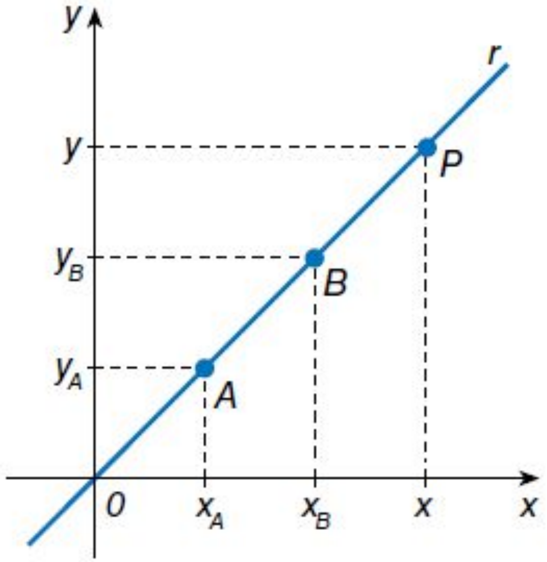
$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

b) $A(1, 2)$, $B(3, 4)$ e $C(3, -1)$

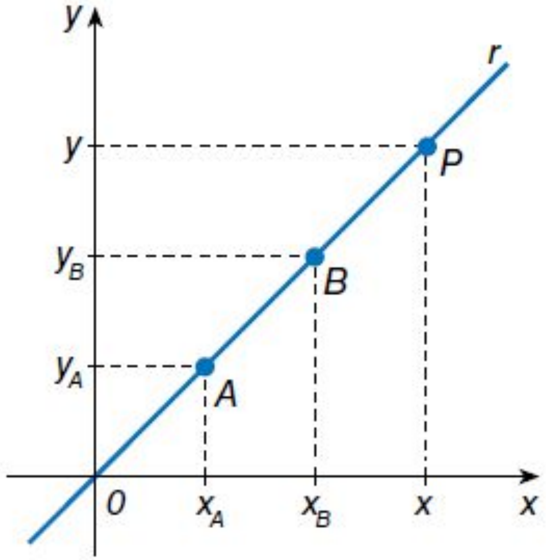
$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Equação geral da reta

Dados dois pontos distintos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ pertencentes à reta r, vamos determinar uma relação entre as coordenadas de um ponto genérico $P(x, y)$ também pertencente à reta r.



$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \underbrace{(y_A - y_B)}_{a}x + \underbrace{(x_B - x_A)}_{b}y + \underbrace{(x_Ay_B - x_By_A)}_{c} = 0$$



$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \underbrace{(y_A - y_B)}_{a}x + \underbrace{(x_B - x_A)}_{b}y + \underbrace{(x_A y_B - x_B y_A)}_{c} = 0$$

Assim, não sendo a e b ambos nulos, obtemos a equação geral da reta:

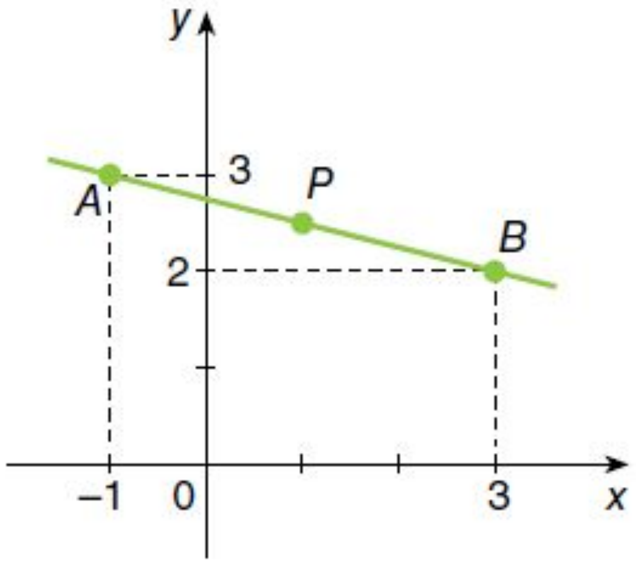
$$\boxed{ax + by + c = 0}$$

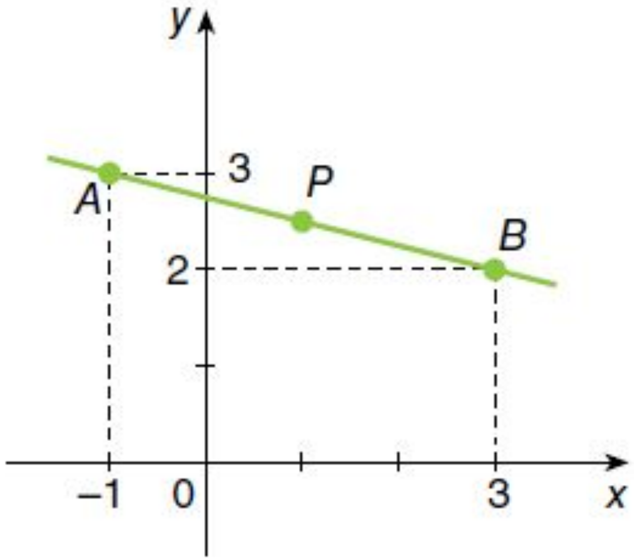
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1 Obter a equação geral da reta *r*, que passa pelos pontos $A(-1, 3)$ e $B(3, 2)$.

Resolução

Considere um ponto $P(x, y)$ pertencente à reta *r*. Ele está alinhado com os pontos *A* e *B*.





Pela condição de alinhamento de três pontos, temos:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3x + 3y - 2 - 9 - 2x + y = 0$$

Portanto, a equação geral da reta que passa pelos pontos A e B é $x + 4y - 11 = 0$.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R2 Verificar se o ponto $P(3, 2)$ pertence à reta s, cuja equação é $x - 3y + 3 = 0$.

Resolução

Para que o ponto $P(3, 2)$ pertença à reta s, suas coordenadas devem satisfazer à equação dessa reta.

Substituindo x por 3 e y por 2 na equação $x - 3y + 3 = 0$, temos:

$$3 - 3 \cdot 2 + 3 = 0 \Rightarrow 3 - 6 + 3 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

Portanto, o ponto P pertence à reta s de equação $x - 3y + 3 = 0$.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R3 Os pontos $A(2, 3)$, $B(5, 1)$ e $C(4, 4)$ são os vértices de um triângulo. Determinar as equações das retas suportes dos lados desse triângulo.