



Shahid Beheshti  
University

# رمزنگاری

هادی سلیمانی

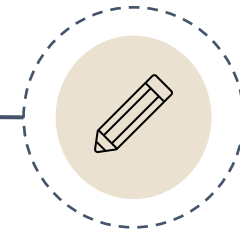
پژوهشکده فضای مجازی دانشگاه شهید بهشتی

- اجازه‌ی ایجاد نسخه‌های دیجیتالی جدید بر اساس بخشی یا تمام مطالب این اسلاید بدون پرداخت هزینه اعطا می‌شود، مشروط بر این‌که:
- فقط به‌منظور و در راستای استفاده‌ی آموزشی (شخصی و یا کلاسی) ساخته شده باشند و برای کسب هرگونه سود و یا مزیت تجاری استفاده نشوند.
- نسخه‌های جدید حاوی ارجاع مستقیم به نام تهیه‌کننده اسلاید (هادی سلیمانی) و محل کار وی (پژوهشکده فضای مجازی دانشگاه شهید بهشتی) باشند.
- مجموعه‌ی حاضر بر اساس نظرات ارزشمند دانشجویان (سابق) دانشگاه شهید بهشتی و همکاران محترم تهیه شده است که از تمام آن‌ها قدردانی می‌شود؛
- (به‌خصوص خانم‌ها سارا زارعی و فاطمه عزیزی نقش مهمی را در تهیه نسخه‌ی نهایی بر عهده داشته‌اند. خانم مهندس زارعی علاوه بر کمک در آماده‌سازی نسخه‌ی فعلی اسلایدها، در تصحیح اشتباهات نسخه‌ی قبلی و همچنین تکمیل و بازتعریف محتوای درس‌ها بسیار تاثیرگذار بوده‌اند).
- برای مشاهده‌ی اسلایدها و ویدئوهای تدریس این درس به آدرس زیر مراجعه فرمایید:

[http://facultymembers.sbu.ac.ir/h\\_soleimany/cryptography-course/](http://facultymembers.sbu.ac.ir/h_soleimany/cryptography-course/)

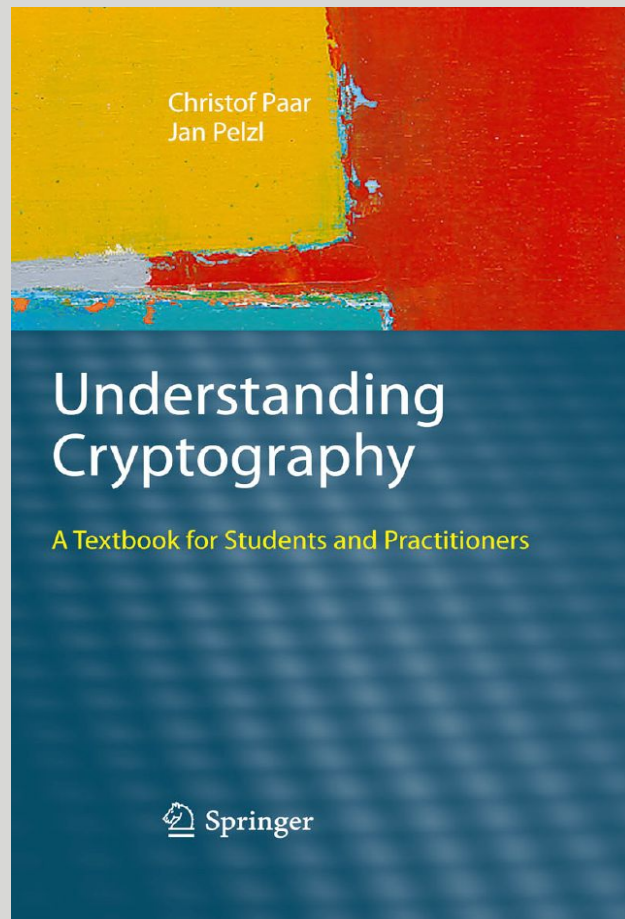
درس هفتم

الگوریتم رمزنگاری AES




## ■ معرفی مرجع

### الگوریتم رمزنگاری AES

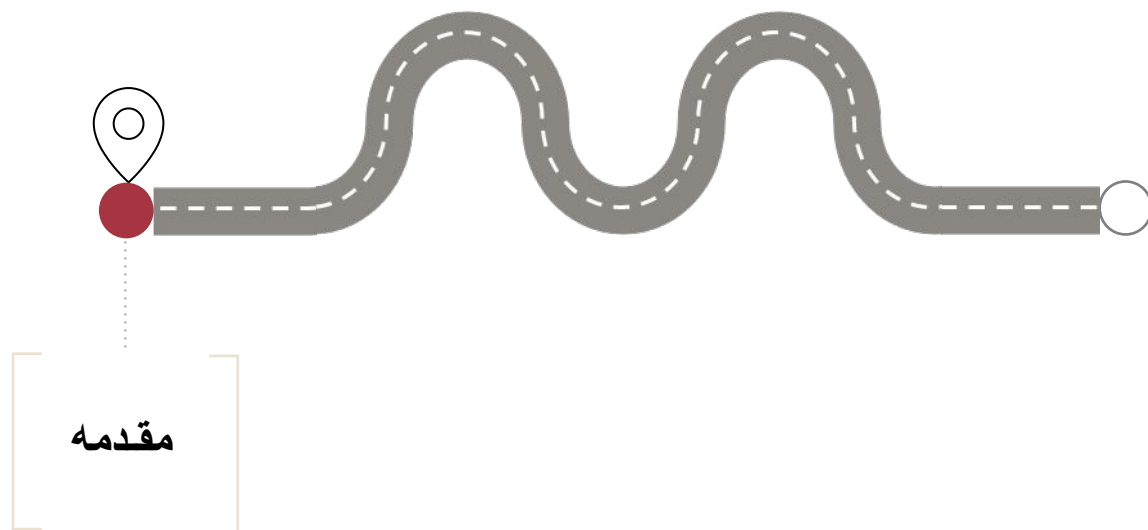


Paar, C., & Pelzl, J. (2009). Understanding cryptography: a textbook for students and practitioners. Springer Science & Business Media.

مثال‌ها و تصاویر این بخش از درس از کتاب مرجع است (در غیر این صورت مرجع شکل ذکر شده است). 

- مقدمه
- توصیف الگوریتم AES
- انتخاب اجزاء AES
- پیاده‌سازی نرم‌افزاری AES
- جمع‌بندی مطالب

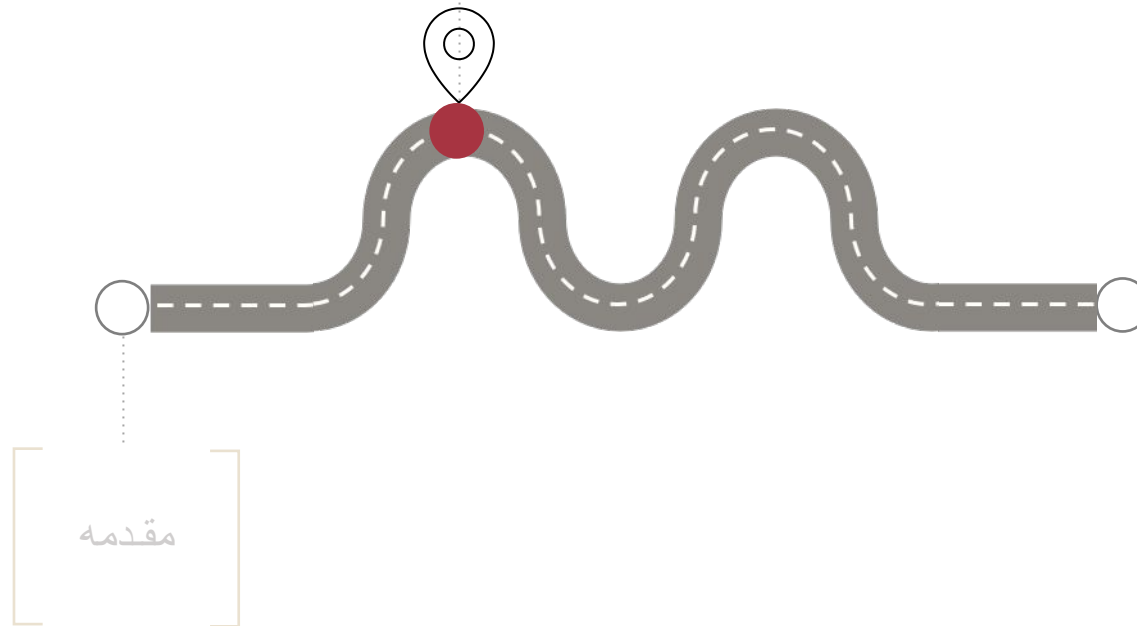




**(Advanced Encryption Standard)**

- در سال 1997 مسابقه‌ی AES به منظور انتخاب الگوریتم رمزنگاری استاندارد توسط NIST برگزار شد.
- 15 طرح در این مسابقه شرکت کردند.
- در اکتبر 2000، الگوریتم Rijndael به عنوان برنده اعلام و در نوامبر 2001 رسماً به عنوان استاندارد معرفی شد.
- از آن زمان به بعد، این الگوریتم AES نام‌گذاری شد.
- طراحان AES دو رمزنگاری بلژیکی به نام‌های Vincent Rijmen و Joan Daemen هستند.

توصیف  
الگوریتم AES



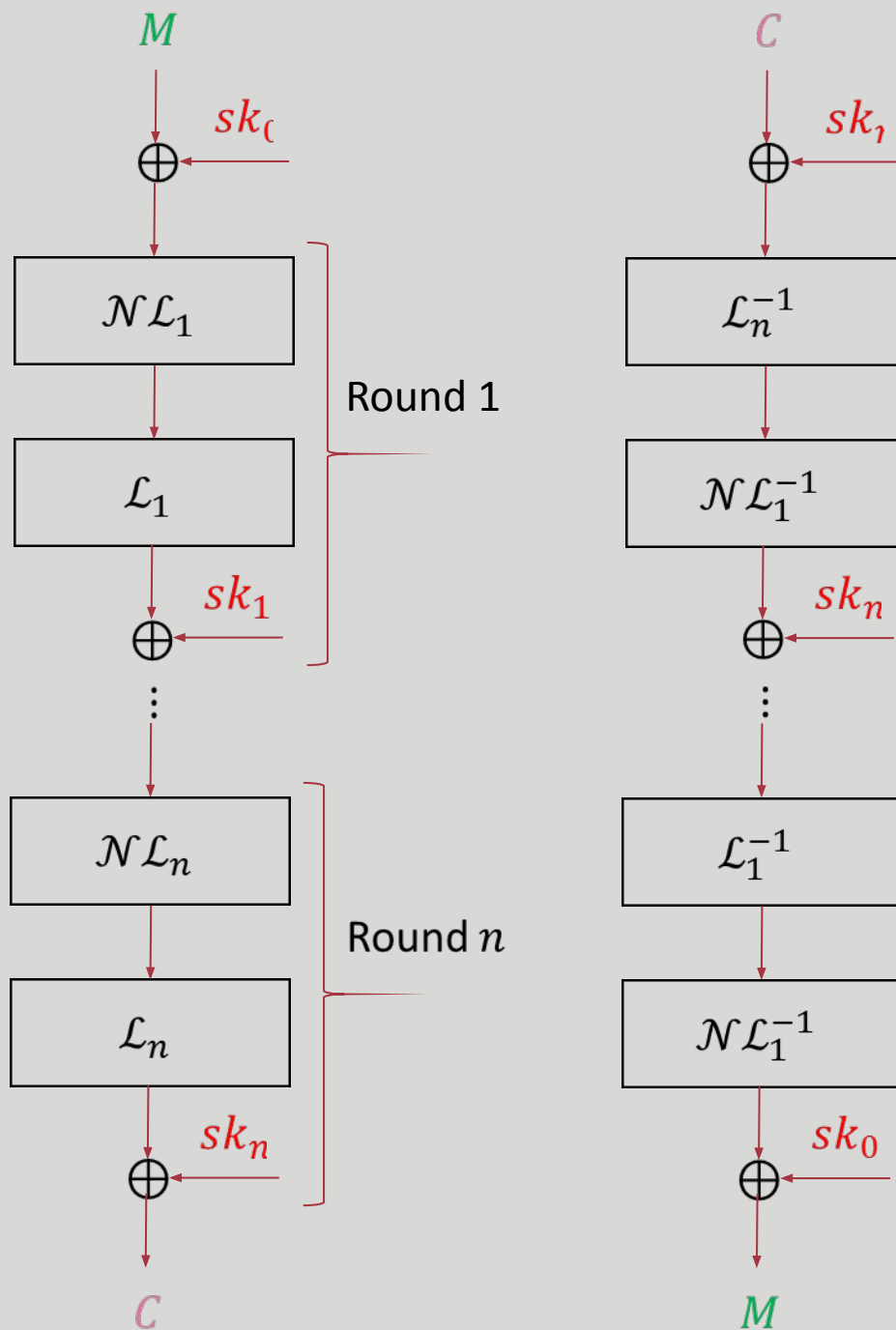
مقدمه



## شبکه‌ی جانشانی - جایگشتی

### یادآوری

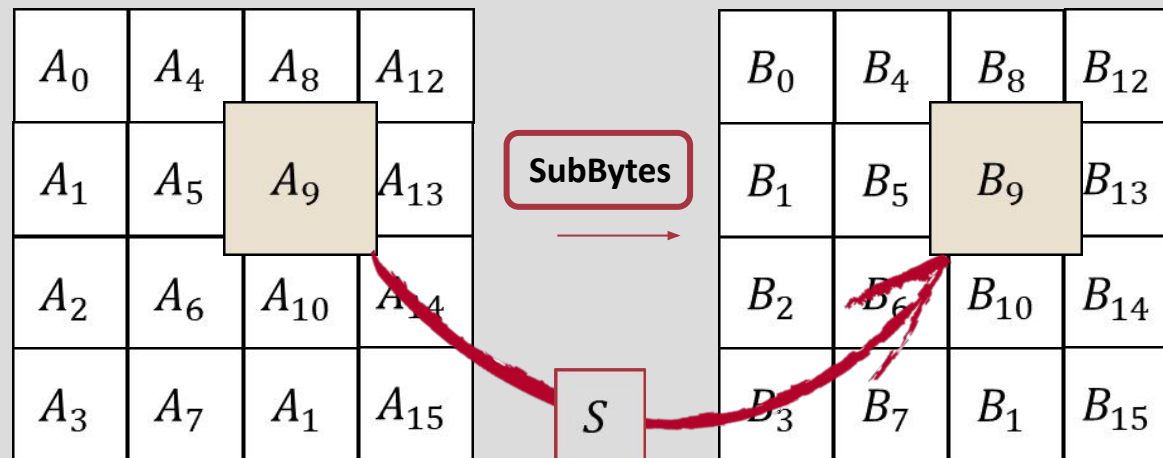
- **کلید سفیدسازی** در ابتدای الگوریتم به **متن اصلی** اضافه می‌شود.
- هر دور شامل سه بخش است:
- لایه‌ی غیرخطی ( $\mathcal{NL}$ ) که معمولاً از توابع غیرخطی کوچک به نام جعبه‌های جانشانی (Sbox) تشکیل می‌شود.
- لایه‌ی خطی ( $\mathcal{L}$ ) که می‌تواند شامل چند تابع خطی مختلف باشد.
- **زیرکلید** با استفاده از عملگر XOR در انتهای هر دور اضافه می‌شود.
- توابع به کاررفته در دور باید یک‌به‌یک باشند تا عملیات رمزگشایی نیز امکان‌پذیر باشد.
- معمولاً لایه‌های خطی و غیرخطی به کاررفته در دورهای مختلف به صورت یکسان یا بسیار شبیه به هم انتخاب می‌شوند.



- AES یک رمز قالبی مبتنی بر ساختار SPN و طول قالب 128 بیت (16 بایت) است.
- طول **کلید** می‌تواند یکی از مقادیر **128**، **192** و **256** بیت باشد.
- در سه نسخه‌ی متفاوت که بر اساس طول **کلید** به ترتیب با AES-128، AES-192 و AES-256 نمایش داده می‌شوند، تعداد دورها به ترتیب 10، 12 و 14 است.
- هر دور (به جز دور آخر) شامل چهار گام است:
  1. گام جایگذاری بایته
  2. گام شیفت سطری
  3. گام مخلوطساز ستونی (به جز دور آخر)
  4. گام جمع با زیرکلید
- در ابتدای الگوریتم، **کلید سفیدسازی** اضافه می‌شود.

## ■ گام جاي گذاري بايتي

- اگر ۱۶ بايت ورودی دور را با  $(A_0, A_1, \dots, A_{15})$  نمایش دهیم، براساس توصیف جعبه‌ی جانشانی AES هر بايت  $A_i$  با یک بايت ديگر  $B_i$  جايگزين می‌شود.
- برخلاف DES، مشخص است که جعبه‌ی جانشانی AES  $(S: A \rightarrow B)$  چگونه و براساس چه معيارهائی انتخاب شده است (در درس رمزنگاری پیشرفته بیشتر به آن می‌پردازیم).



This picture is inspired by the picture given in Wikipedia.

## ■ گام جای گذاری بایتی

### جعبه‌ی جانشانی AES

۱. ابتدا معکوس ورودی (به جز مقدار 0) در میدان زیر محاسبه می‌شود:

$$GF(2^8) = GF(2)[/(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1)]$$

- معکوس 0 را خود 0 تعریف می‌کنیم.
- محاسبه‌ی معکوس با استفاده از الگوریتم توسعه یافته‌ی اقلیدسی انجام می‌شود.
- مثال:

$$A_i = (C2)_{hex} = (1100\ 0010)_2 = x^7 + x^6 + x$$

$$B'_i = A_i^{-1} = x^5 + x^3 + x^2 + x + 1 = (0010\ 1111)_2$$

۲. پس از آن، تبدیل آفینی روبه‌رو در  $GF(2)$  اعمال می‌شود:

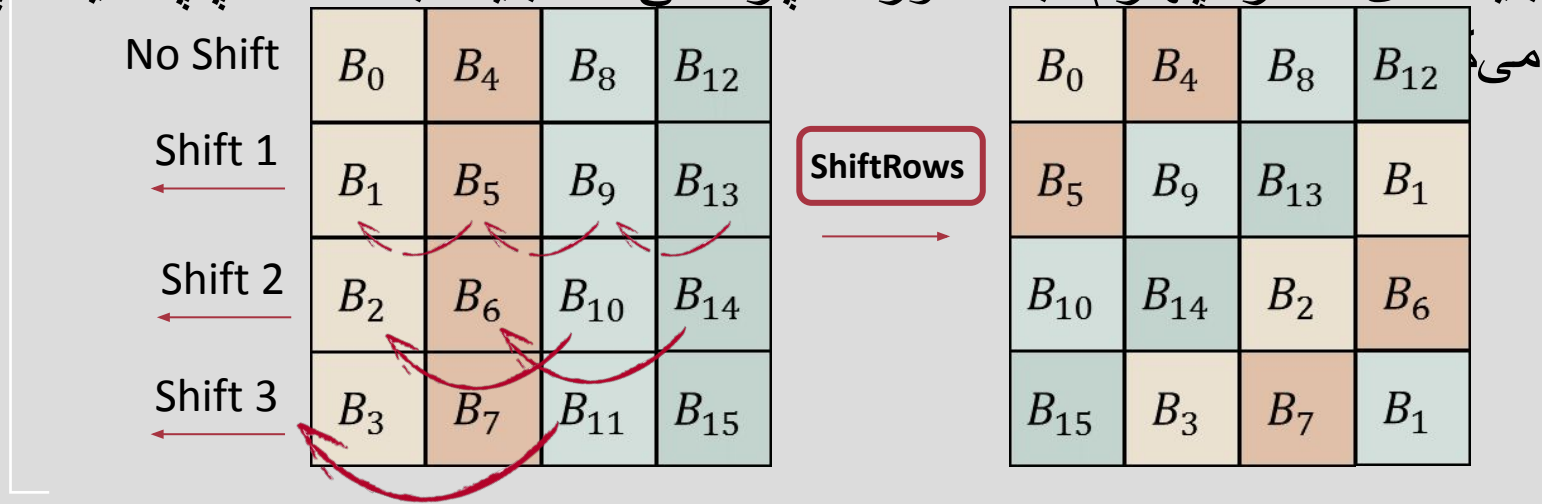
- در پیاده‌سازی (در صورت وجود حافظه کافی) می‌توان جعبه‌ی جانشانی را پیش‌محاسبه و به صورت یک جدول ذخیره کرد.

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_0 \\ b'_1 \\ b'_2 \\ b'_3 \\ b'_4 \\ b'_5 \\ b'_6 \\ b'_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_i = (0010\ 0101)_2 = (25)_{hex}$$

## گام شیفت سطری

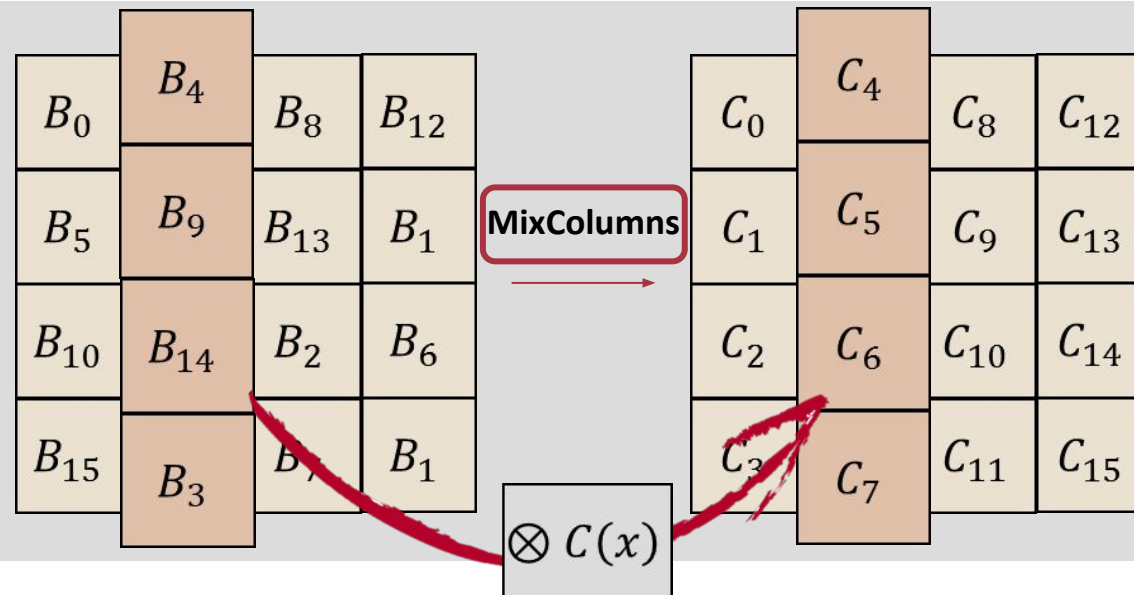
- سطر اول تغییر نمی‌کند.
- بایت‌های سطر دوم، به صورت چرخشی یک بایت به سمت چپ شیفت پیدا می‌کنند.
- بایت‌های سطر سوم، به صورت چرخشی دو بایت به سمت چپ شیفت پیدا می‌کنند.
- بایت‌های سطر چهارم، به صورت چرخشی سه بایت به سمت چپ شیفت پیدا می‌کنند.



This picture is inspired by the picture given in Wikipedia.

## ■ گام مخلوط سازی ستونی (به جز دور آخر)

- هر چهار بایت واقع در یک ستون با ضرب در یک ماتریس به چهار بایت دیگر تبدیل می‌شوند.
- این تابع خطی و یک‌به‌یک است.



This picture is inspired by the picture given in Wikipedia.

## ■ گام مخلوط سازي ستوني (به جز دور آخر)

... ادامه

- تمامی محاسبات ضرایب در میدان زیر انجام می شوند:

$$GF(2^8) = GF(2)[x]/(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1)$$

- مثال:

$$02.25 = x \cdot (x^5 + x^2 + 1) = x^6 + x^3 + x$$

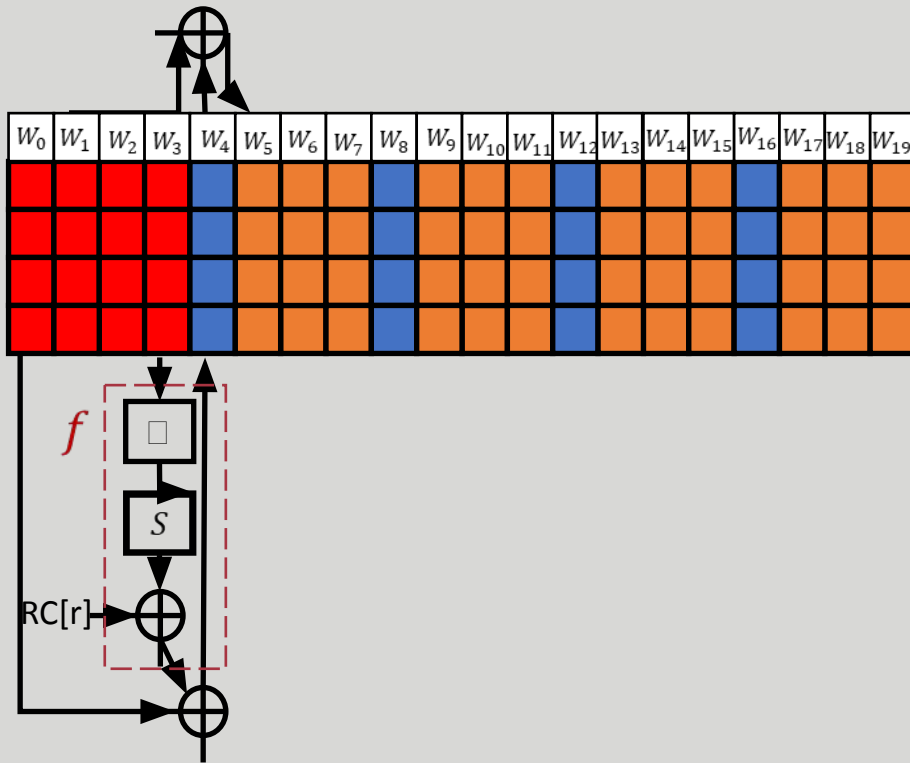
$$\begin{aligned} 03.25 &= (x + 1) \cdot (x^5 + x^2 + 1) \\ &= (x^6 + x^3 + x) + (x^5 + x^2 + 1) \\ &= x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} C_4 \\ C_5 \\ C_7 \\ C_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_4 \\ B_9 \\ B_{14} \\ B_3 \end{bmatrix}$$

## طرح تولید زیرکلید برای AES-128

- ۱۲۸ بیت کلید اصلی را معادل چهار کلمه ۳۲ بیتی در نظر می‌گیریم و با  $w_0, w_1, w_2, w_3$  نشان می‌دهیم.
- کلمه‌ی  $w_i$  بدین صورت تولید می‌شود:
 
$$w_i = f(w_{i-1}) \oplus w_{i-4} \text{ if } i \bmod 4 = 0$$

$$w_i = w_{i-1} \oplus w_{i-4} \text{ if } i \bmod 4 \neq 0$$
- در  $RC[r]$  تابع  $f$ ، یک مقدار ثابت ۸ بیتی است که تنها به اولین بایت سمت چپ اضافه شده و در هر دور مقداری متفاوت با دوره‌های دیگر دارد.
- ۴ کلمه‌ی  $(w_{4r}, w_{4r+1}, w_{4r+2}, w_{4r+3})$  زیرکلید  $r$ ام را تشکیل می‌دهند.

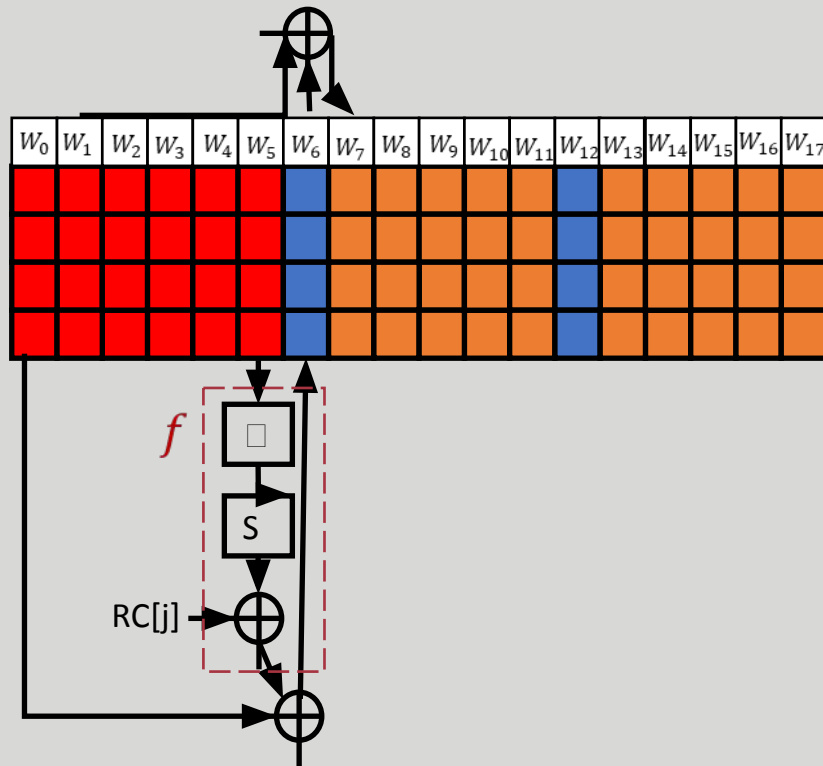




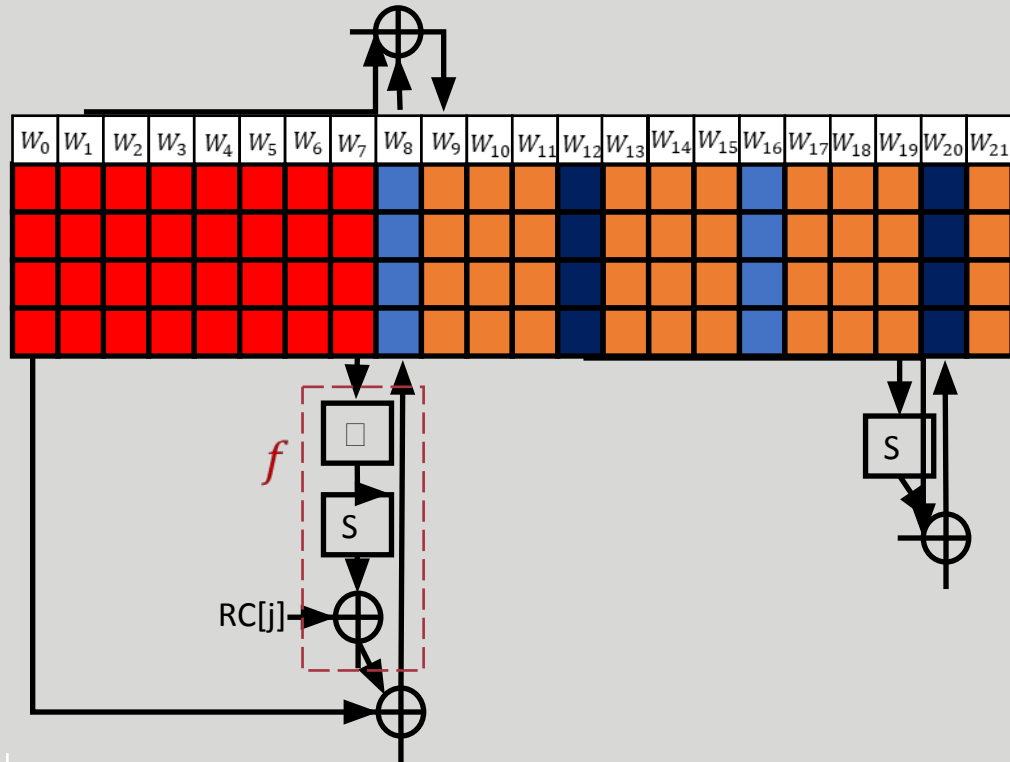
## طرح تولید زیرکلید برای AES-192

- ۱۹۲ بیت کلید اصلی را معادل شش کلمه ۳۲ بیتی در نظر می‌گیریم و با  $w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$  نشان می‌دهیم.
- کلمه‌ی  $w_i$  بدین صورت تولید می‌شود:
 
$$w_i = f(w_{i-1}) \oplus w_{i-6} \text{ if } i \bmod 6 = 0$$

$$w_i = w_{i-1} \oplus w_{i-6} \text{ if } i \bmod 6 \neq 0$$
- تابع  $f$  و فرمول محاسبه‌ی مقدار ثابت  $RC[j]$  همانند طرح تولید زیرکلید AES-128 تعریف شده است.
- ۴ کلمه‌ی  $(w_{4r}, w_{4r+1}, w_{4r+2}, w_{4r+3})$  زیرکلید دور  $r$ ام را تشکیل می‌دهند.



## ■ طرح تولید زیرکلید برای AES-256



- ۲۵۶ بیت کلید را معادل هشت کلمه ۳۲ بیتی در نظر می‌گیریم و با  $w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6$  و  $w_7$  در نظر می‌گیریم.
- کلمه‌ی  $w_i$  بدین صورت تولید می‌شود:
 
$$w_i = f(w_{i-1}) \oplus w_{i-8} \text{ if } i \equiv 0 \pmod{8}$$

$$w_i = w_{i-1} \oplus w_{i-8} \text{ if } i \not\equiv 0 \pmod{4}$$

$$w_i = S(w_{i-1}) \oplus w_{i-8} \text{ if } i \equiv 4 \pmod{8}$$
- تابع  $f$  و فرمول محاسبه‌ی مقدار ثابت  $RC[j]$  همانند طرح تولید زیرکلید AES-128 تعریف شده است.
- ۴ کلمه‌ی  $(w_{4r}, w_{4r+1}, w_{4r+2}, w_{4r+3})$  زیرکلید دور  $r$  ام را تشکیل می‌دهند.

## ■ مقادیر ثابت در طرح تولید زیرکلید AES

● مقدار  $RC[i]$  در میدان  $GF(2^8) = GF(2)[x]/(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1)$

به صورت زیر محاسبه می شود:

$$RC[i] = x^{i-1}$$

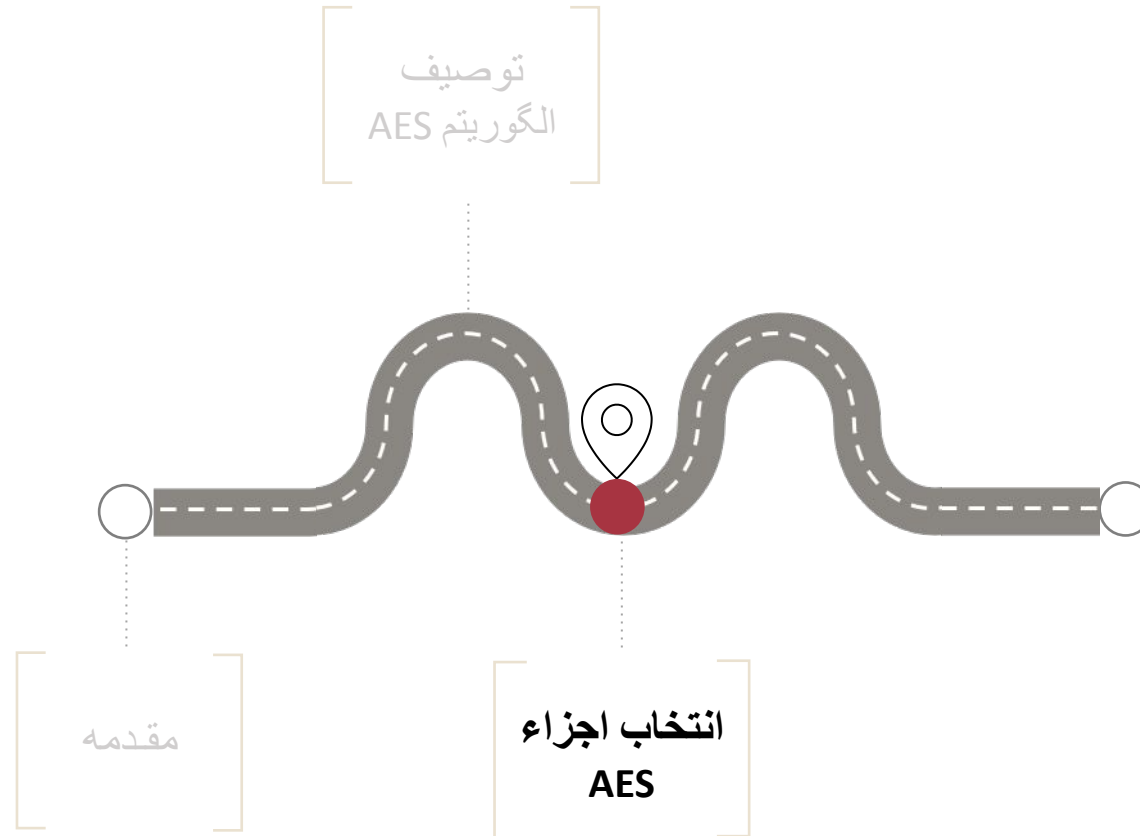
● مثال:

$$RC[3] = x^2$$

$$RC[9] = x^8 = x^4 + x^3 + x + 1$$

## ■ پیاده‌سازی طرح تولید زیرکلید

- طرح تولید زیرکلید AES را به دو صورت می‌توان پیاده‌سازی کرد:
  1. تمامی زیرکلیدها را یکبار پیش‌محاسبه کرده و سپس عملیات رمزگذاری (یا رمزگشایی) را اجرا کرد.
    - این روش در حالتی که حافظه‌ی کافی موجود باشد مناسب است.
  2. هر بار زیرکلید دورها را به‌ترتیب تولید کرد.
    - از آنجایی که رمزگشایی از زیرکلید دور آخر شروع می‌شود، نیاز است که ابتدا این مقدار محاسبه شود.
  - به همین علت سرعت رمزگشایی کمی پایین‌تر است.



- جعبه‌ی جانشانی به کاررفته در AES اولین بار توسط Kaisa Nyberg معرفی شده بود.
- این جعبه‌ی جانشانی در مقابل تحلیل‌های شناخته‌شده و مهم خطی و تفاضلی بیشترین مقاومت را دارد.
- جعبه‌ی جانشانی در مقابل تحلیل‌های جبری نیز مقاومت مناسبی دارد چراکه درجه‌ی جبری آن حداکثر است.
- تاکنون تلاش‌های متعددی برای استفاده از توصیف جبری جعبه‌ی جانشانی AES صورت گرفته است که به نتیجه‌ی خاصی منجر نشده‌اند.

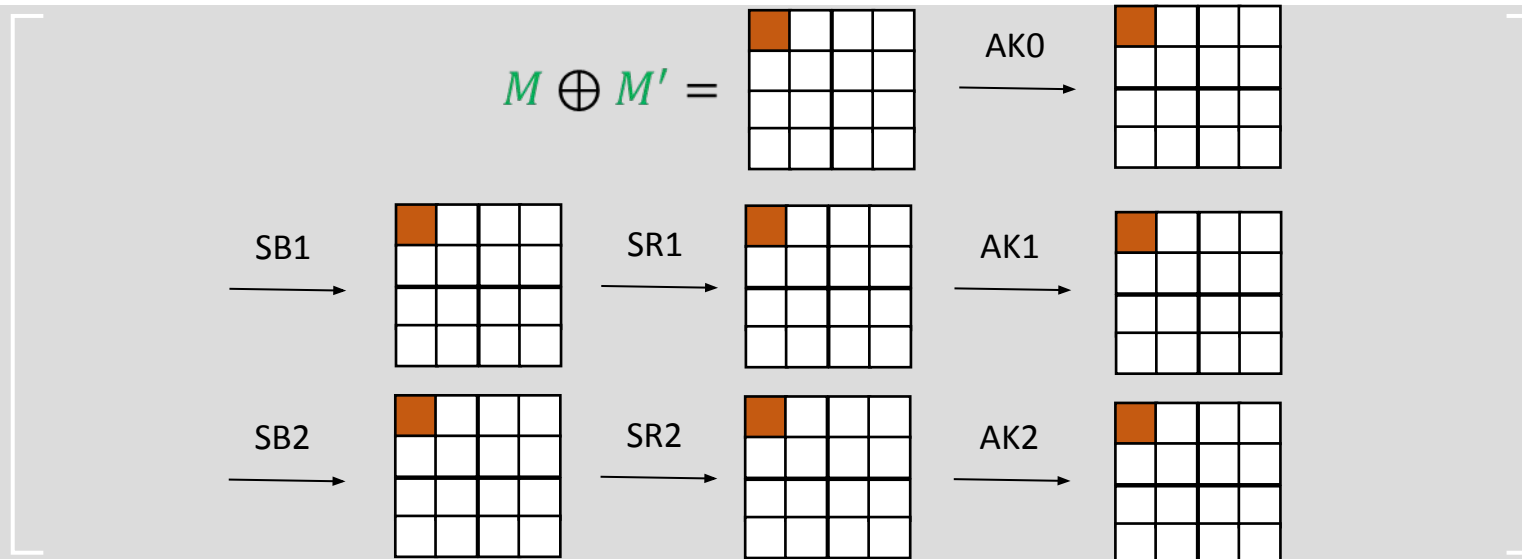
## ■ خاصیت مخلوطساز ستونی AES

- اگر چهار بایت یک ستون همزمان صفر نباشند، حداقل تعداد بایت‌های غیرصفر در ورودی و خروجی برابر ۵ است.
- به عبارت دیگر اگر ورودی  $n$  بایت غیرصفر داشته باشد، آن‌گاه خروجی دارای حداقل  $5 - n$  بایت غیرصفر خواهد بود.
- به طور خاص، اگر ورودی فقط یک بایت غیرصفر داشته باشد، آن‌گاه خروجی دارای ۴ بایت غیرصفر خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

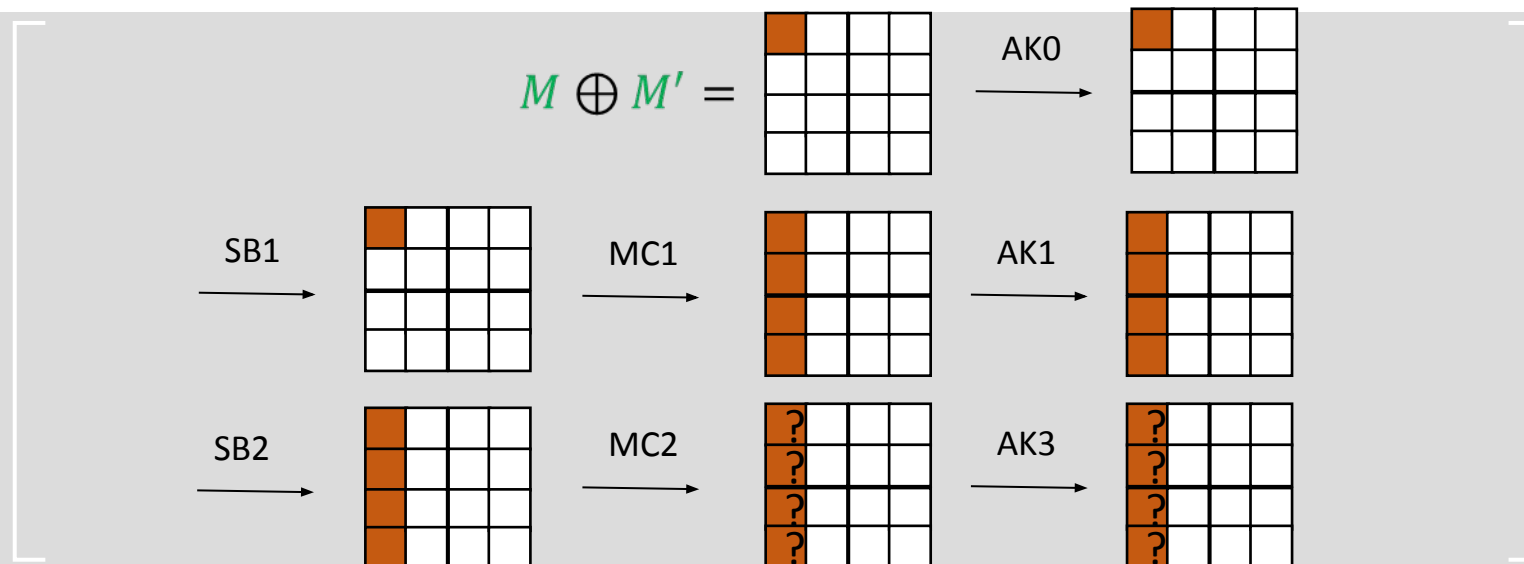
## ■ AES بدون مخلوطساز ستونی

- دو متن اصلی  $M$  و  $M'$  را در نظر می‌گیریم که فقط در بایت اول متفاوت باشند و مقادیر سایر بایت‌ها با هم برابر باشند.
- در این صورت **متون رمزشده‌ی معادل** آنها تنها در یک بایت تفاوت دارند.
- به عبارت دیگر معیار به‌همنی صادق نیست و پراکنش به‌درستی انجام نمی‌شود.

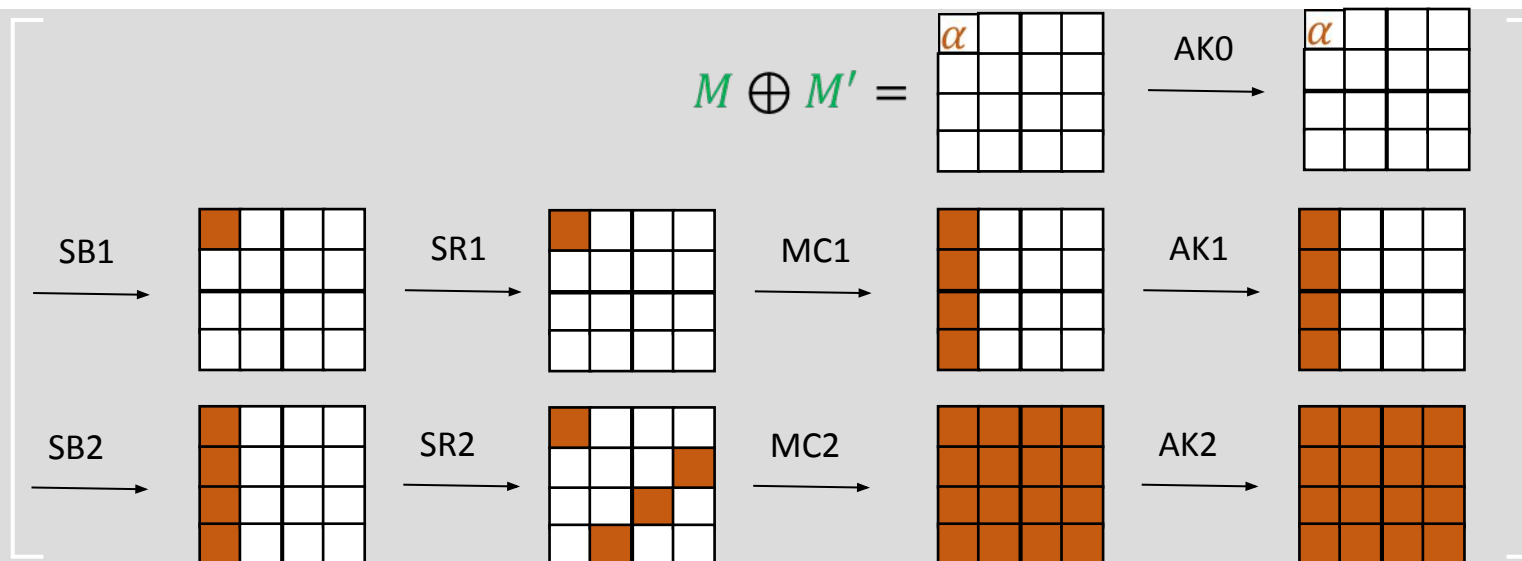


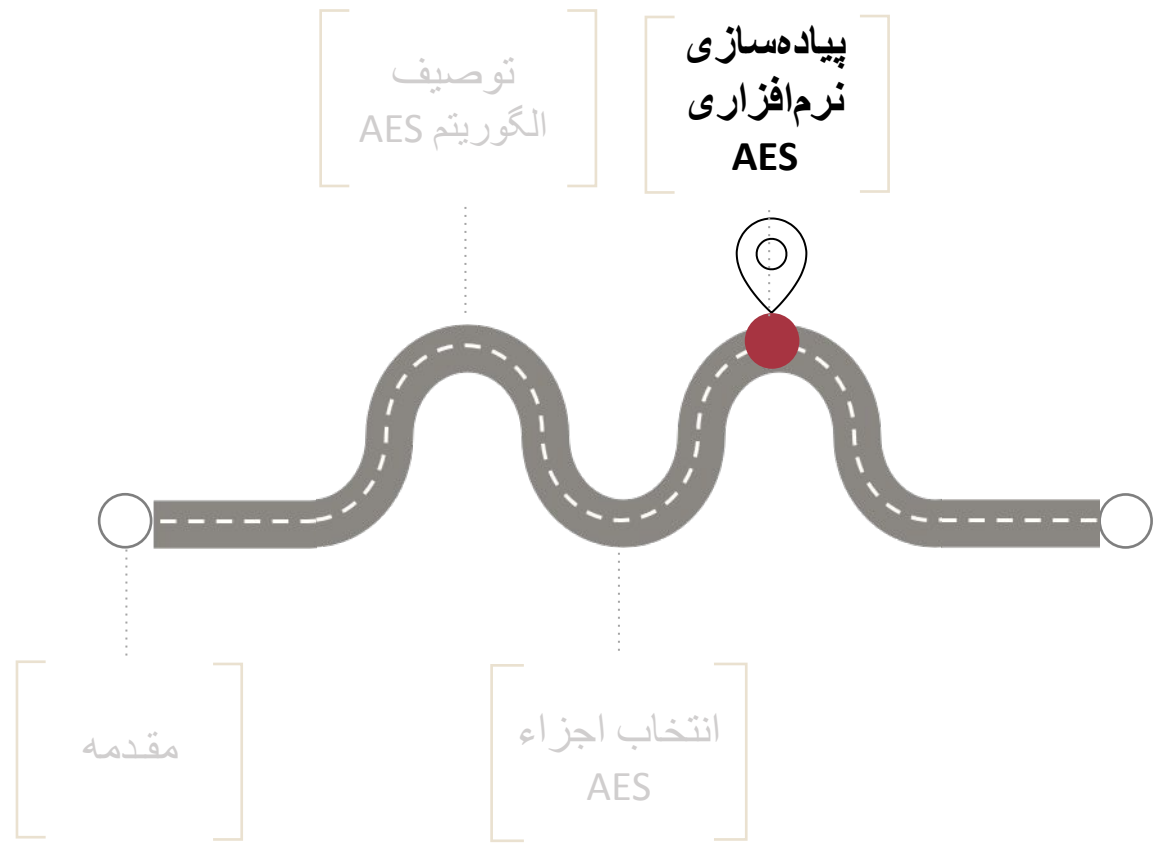


- دو متن اصلی  $M$  و  $M'$  را در نظر می‌گیریم که فقط در بایت اول متفاوت باشند و مقادیر سایر بایت‌ها با هم برابر باشند.
- در این صورت **متون رمزشده**ی معادل آنها تنها در چهار بایت تفاوت دارند.
- به عبارت دیگر معیار به‌همنی صادق نیست و پراکنش به‌درستی انجام نمی‌شود.



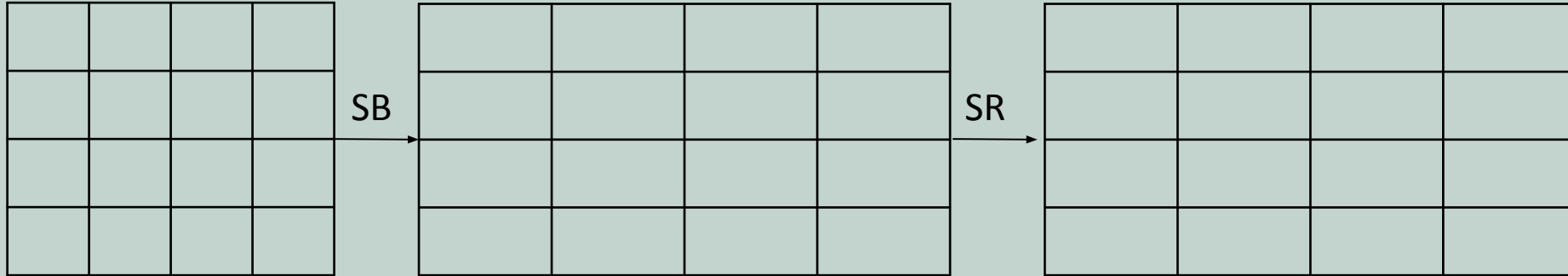
- دو متن اصلی  $M$  و  $M'$  را در نظر می‌گیریم که فقط در بایت اول متفاوت باشند و مقادیر سایر بایت‌ها با هم برابر باشند.
- اصطلاحاً گفته می‌شود که رمز پس از دو دور به پراکنش کامل (Complete Diffusion) یا (Full Diffusion) رسیده است.
- یعنی اثر تغییر یک بیت (بایت) در تمام بیت‌های (بایت‌های) خروجی دیده می‌شود.
- با افزایش تعداد دورها، معیار بهمینی برآورده می‌شود.





## ■ یک دور ( AES بدون اضافه شدن کلید)

(یادآوری)



● مخلوطساز ستونی برای ستون اول:

MC  
→

● نکته: مخلوطساز ستونی به سایر ستون‌ها نیز به صورت مشابه اعمال می‌شود.

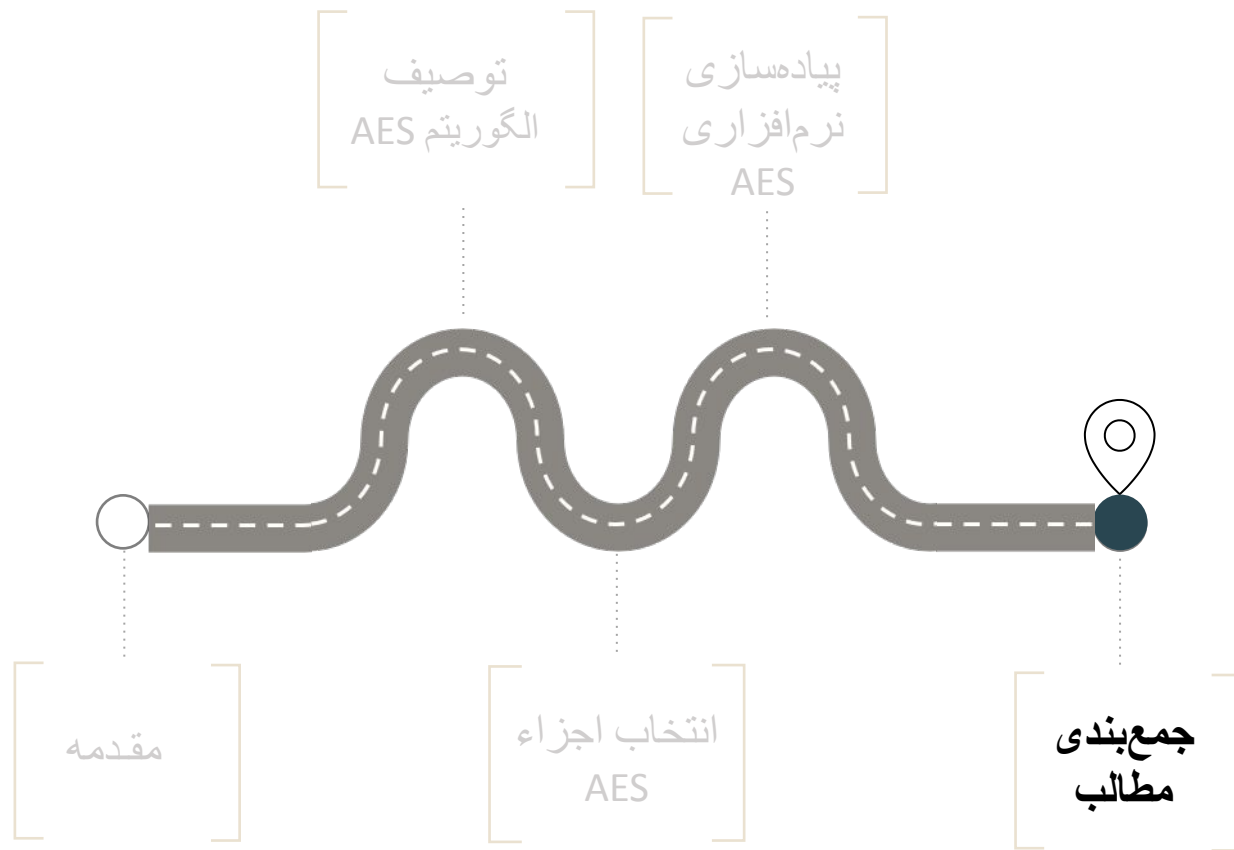
## ■ پیش‌محاسبه‌ی تابع دور AES (به جز دور آخر)

---

- راهکارهای پیاده‌سازی دور آخر AES (که عملیات مخلوط‌ساز ستونی را ندارد):
  1. می‌توان برای دور آخر یک جدول جداگانه ساخت.
  2. می‌توان برای محاسبه‌ی مقادیر شیفت یافته‌ی  $S(x_i)$  ها از جداول چهارگانه استفاده کرد (روش پیش‌محاسبه).

$$T_0[z] = \begin{bmatrix} S(z) \end{bmatrix} \quad T_1[z] = \begin{bmatrix} S(z) \end{bmatrix} \quad T_2[z] = \begin{bmatrix} S(z) \end{bmatrix} \quad T_3[z] = \begin{bmatrix} S(z) \end{bmatrix}$$

- در مقالات عموماً از پیاده‌سازی توصیف شده در این بخش به عنوان T-table نام برده می‌شود.
- این پیاده‌سازی اولین بار توسط طراحان AES ارائه شد.





- ویژگی خاص AES ساختار ساده و امنیت قابل فهم آن است.
- طراحان الگوریتم توانستند روش ساختارمندی را برای اثبات امنیت الگوریتم در مقابل تحلیل‌های مهم و شناخته‌شده‌ی تفاضلی و خطی ارائه کنند.
- استراتژی طراحان AES به‌صورت گسترده‌ای مورد استقبال سایر رمزنگاران نیز قرار گرفته است و طراحی‌های بسیاری از اصول به‌کاررفته در طراحی AES استفاده کرده‌اند.
- تاکنون ضعف خاصی برای الگوریتم رمزنگاری AES کشف نشده است.
- بهترین تحلیل ارائه شده بر روی AES که سرعتی سریع‌تر از حمله‌ی جست‌وجوی جامع داشته باشد، به ۷ دور AES-128 و ۸ دور AES-192 و ۹ دور AES-256 قابل اعمال است.