

MEDIA MENGAJAR

MATEMATIKA

UNTUK SMP/MTs KELAS VII

BAB 3

PERBANDINGAN



5.1 Pengertian Perbandingan

Jika diketahui dua besaran, maka dapat dibandingkan dengan dua cara, yaitu melalui operasi penjumlahan atau perkalian.

Contoh

Setiap hari Santi diberi uang jajan sebesar Rp30.000 dan adiknya mendapat uang jajan sebesar Rp10.000 kita dapat:

1. Membandingkan melalui operasi penjumlahan (pengurangan). Setiap hari Santi mendapat uang jajan $\text{Rp}30.000 - \text{Rp}10.000 = \text{Rp}20.000$ lebih banyak dibandingkan adiknya.
2. Membandingkan melalui operasi perkalian (pembagian). Santi mendapat uang jajan $\frac{\text{Rp}30.000}{\text{Rp}10.000} =$
3 kali lebih besar dibanding adiknya.



Contoh

Perhatikan gambar berikut. Tuliskan dalam bentuk perbandingan antara banyak kucing dan banyak kelinci.



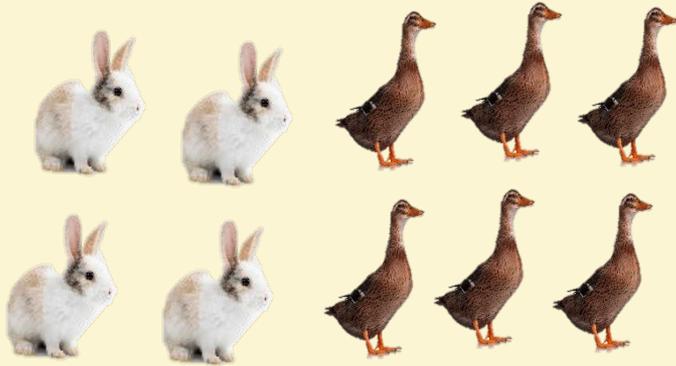
Jawab:

Perbandingan banyak kucing dan kelinci adalah 3 banding 1.

Perbandingan banyak kelinci dan kucing adalah 1 banding 3.



Menulis Perbandingan



- Perbandingan banyak kelinci dan bebek adalah 4 banding 6, ditulis $4 : 6$ atau $\frac{4}{6}$.
- Perbandingan banyak bebek dan kelinci adalah 6 banding 4, ditulis $6 : 4$ atau $\frac{6}{4}$.
- $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ karena membagi kedua bilangan dengan FPB-nya. Begitu pula $6 : 4 = 3 : 2$.
Bentuk perbandingan tersebut disebut **bentuk sederhana**.



Contoh

Tuliskan perbandingan berikut dalam bentuk sederhana.

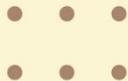
1. $12 : 8$

2. $\frac{1}{2} : 3$

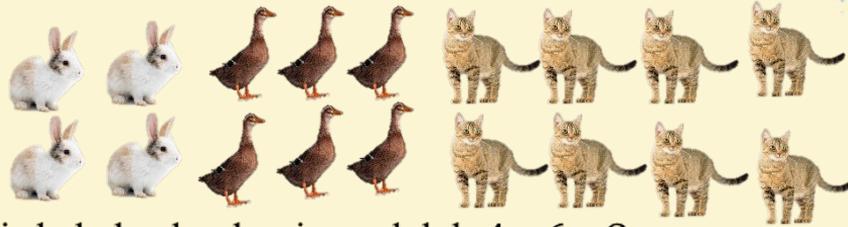
Jawab:

1. $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ (disederhanakan dengan membagi kedua bilangan dengan 4). Jadi perbandingan dalam bentuk sederhana adalah $3 : 2$.

2. $\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Jadi perbandingan dalam bentuk sederhana adalah $1 : 6$.



Membandingkan Tiga Besaran



- Perbandingan antara banyak kelinci, bebek, dan kucing adalah 4 : 6 : 8.
- Perbandingan dapat juga dibaca:
 1. Perbandingan kelinci dan bebek 4 : 6,
 2. Perbandingan bebek dan kucing 6 : 8,
 3. Perbandingan kelinci dan kucing 4 : 8.
- Ketiga bilangan tersebut dapat dibagi dengan 2, menjadi 2 : 3 : 4.
- Atau bisa juga dikalikan dengan $\frac{1}{2}$.
- Untuk perbandingan lebih dari dua besaran, maka **tidak** dapat ditulis dalam bentuk pecahan.



Contoh

1. Dalam sebuah parcel terdapat buah manga, apel, dan jeruk. Jika banyak manga 3 kali banyak apel dan banyak jeruk $\frac{1}{2}$ dari banyak apel, tuliskan perbandingan banyak buah manga, apel, dan jeruk.
2. Diketahui besaran $a : b = 6 : 5$ dan $b : c = 4 : 1$. Tuliskan perbandingan antara $a : b : c$.

Jawab:

1. Perbandingan banyak mangga dan **apel** adalah $3 : 1$. perbandingan banyak **apel** dan jeruk adalah $2 : 1$. untuk menuliskan perbandingan ketiganya dalam suatu perbandingan, harus disamakan dahulu perbandingan **apel** pada keduanya. Perbandingan apel dan jeruk menjadi $1 : \frac{1}{2}$. Karena perbandingan apel sudah sama, yaitu 1, maka perbandingan manga, apel, dan jeruk adalah $3 : 1 : \frac{1}{2}$. Dapat ditulis juga sebagai $6 : 2 : 1$.
2. Karena b ada dikeduanya, maka b akan dibuat sama dengan 1. Jadi, $a : b = \frac{6}{5} : 1$ dan $b : c = 1 : \frac{1}{4}$ sehingga

• • • $a : b : c = \frac{6}{5} : 1 : \frac{1}{4}$. Dengan mengalikan KPK dari penyebut tiap angka, yaitu 20, maka diperoleh perbandingan

• • • $a : b : c = 24 : 20 : 5$.



Membandingkan Besaran Pengukuran

- Untuk membandingkan dua besaran pengukuran, maka harus membuat **satuan** dari besaran itu sama.

Contoh: membandingkan tinggi Toni dan adiknya. Perbandingannya adalah 1,2 m : 90 cm.

Perbandingan ini harus diubah menjadi, 120 cm : 90 cm. Atau ditulis $\frac{120}{90} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$.

- Perbandingan tersebut tidak berubah, asal dimulai dari besaran dalam **satuan yang sama**.
- Besaran memiliki **satuan**, tetapi perbandingan dari suatu besaran **tidak** memiliki satuan.



5.2 Perbandingan Senilai

- Perbandingan senilai adalah jika satu besaran naik (bertambah) maka yang lain juga naik (bertambah).
- Jika diketahui perbandingan $a : b = x : y$ atau $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$, maka diperoleh persamaan:

$$ay = bx.$$

Jika $a : b = x : y$ maka $ay = bx$.



Nilai y dapat dicari dengan memindahkan a ke ruas kanan, menjadi $y = \frac{b}{a}x$. Sementara itu, jika mencari

nilai x dapat dicari dengan memindahkan b ke ruas kiri, menjadi $\frac{a}{b}y = x$ atau $x = \frac{a}{b}y$.

Bentuk $a : b = x : y$ disebut sebagai **perbandingan senilai**.



Contoh

Sekolah SMP Mandiri membeli 3 pak buku tulis untuk setiap 7 anak.

Jika terdapat 581 anak, berapa banyak buku tulis yang harus dibeli?

Jawab:

Perbandingan antara banyak pak buku tulis dan banyak anak adalah $3 : 7$. Jika banyak anak 581 dan banyak pak buku tulis x ,

maka $3 : 7 = x : 581$ atau $\frac{3}{7} = \frac{x}{581}$, kalikan kedua ruas dengan

7×581 sehingga

$$3 \times 581 = 7x \rightarrow x = \frac{1}{7} \times 3 \times 581 = 249.$$

Catatan

Tuliskan besaran yang tak diketahui sebagai variabel.



5.3 Perbandingan Berbalik Nilai

Jika suatu besaran naik dengan rata-rata tertentu dan besaran lain turun, maka kedua besaran itu disebut **berbanding terbalik**.

Contoh

Angsuran per bulan	Waktu yang dibutuhkan
1 juta rupiah	12 bulan
2 juta rupiah	6 bulan
3 juta rupiah	4 bulan
4 juta rupiah	3 bulan
6 juta rupiah	12 bulan

Membesar

Mengecil

Berdasarkan tabel tersebut, jika besar angsuran naik 2 kali lipat, maka waktu yang dibutuhkan akan berkurang menjadi $\frac{1}{2}$ kalinya.

Cara Menyatakan Dua Besaran Berbalik Nilai

- Jika $x_1 : x_2 = a : b$, maka $y_1 : y_2 = b : a$ (bentuk $a : b$ dibalik menjadi $b : a$) atau $y_1 : y_2 = \frac{1}{a} : \frac{1}{b}$.

Kedua perbandingan ini menyatakan hal yang sama. Jika kita mempunyai $y_1 : y_2 = \frac{1}{a} : \frac{1}{b}$ atau $\frac{y_1}{y_2} : \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{b}}$,

maka $\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{a} \times \frac{b}{1} = \frac{b}{a}$ atau $y_1 : y_2 = b : a$.

- Jika x_1 adalah nilai dari besaran X dan y_1 nilai dari besaran Y yang berkaitan, maka $x_1 : \frac{1}{y_1} = a : b$

(bandingkan dengan $x_1 : y_1 = a : b$ pada perbandingan senilai). Tulisan ini sama dengan $bx_1 = \frac{a}{y_1}$

atau $x_1 = \frac{a}{y_1} \times \frac{1}{b}$. Jika y_1 bertambah besar, maka x_1 akan bertambah kecil.



Contoh

1. Pada suatu hari, 10 anak mempersiapkan makanan untuk berkemah. Mereka sudah mempersiapkan makanan untuk 6 hari. Namun, tiba-tiba peserta yang ikut bertambah menjadi 15 anak. Berapa hari makanan yang tersedia akan habis?

Jawab:

Pada kasus berbanding terbalik semakin banyak anak, semakin sedikit harinya, maka $10 : 15 = \frac{1}{6} : \frac{1}{d}$.

Jadi, $\frac{10}{d} = \frac{15}{6}$ atau $15d = 60$. Jawaban persamaan ini adalah $d = 4$ dengan demikian.

Jika terdapat 15 anak, maka makanan akan habis dalam waktu 4 hari.



Contoh

2. Dengan kecepatan 80 km/jam, sebuah mobil dapat mengelilingi arena balap dalam waktu 30 menit. Tentukan kecepatan yang dibutuhkan mobil untuk mengelilingi arena balap dalam waktu 20 menit.

Jawab:

Karena mereka berbanding terbalik (semakin cepat, waktunya semakin kecil), maka

$$60 : v = \frac{1}{30} : \frac{1}{20} \text{ atau}$$

$$60 \times \frac{1}{20} = \frac{1}{30} \times v$$

$$60 \times 30 = 20v$$

$$1.800 = 20v$$

Jawaban dari persamaan ini adalah $v = \frac{1.800}{20} = 90$.

Jadi, kecepatan yang dibutuhkan adalah 90 km/jam.



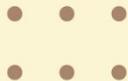
5.4 Skala dan Peta

Perbandingan disebut *skala* dari peta adalah perbandingan antara jarak pada peta dan jarak sebenarnya.

Contoh

Diketahui peta sekolah dengan skala 1 : 800. Lapangan olahraga tergambar sebagai persegi panjang dengan ukuran 20 cm \times 15 cm.

- Tentukan ukuran lapangan olahraga sebenarnya.
- Tentukan perbandingan antara luas gambar dan luas sebenarnya.



Next 



Jawab:

Diketahui skala 1 : 800 dan besar pada peta $20 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$.

- a. Jika skala pada peta adalah 1 : 800, maka panjang 20 cm pada peta menyatakan panjang sebenarnya

$$20 \text{ cm} \times 800 = 16.000 \text{ cm} = 160 \text{ m}.$$

Lebar 15 cm pada peta menyatakan lebar sebenarnya

$$15 \text{ cm} \times 800 = 12.000 \text{ cm} = 120 \text{ m}.$$

Jadi ukuran lapangan olahraga tersebut adalah $160 \text{ m} \times 120 \text{ m}$.

- b. Luas lapangan olahraga pada peta $20 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 300 \text{ cm}^2$.

Luas sebenarnya adalah $160 \text{ m} \times 120 \text{ m} = 19.200 \text{ m}^2$. Jadi, perbandingan antara luas pada peta dan sebenarnya adalah

• • • $300 \text{ cm}^2 : 19.200 \text{ m}^2 = 300 : 192.000.000 = 1 : 640.000.$

• • •



5.5 Grafik Perbandingan

Grafik perbandingan adalah grafik fungsi antara dua besaran yang dihubungkan melalui perbandingan senilai atau perbandingan berbalik nilai.

1. Jika x dan y dua besaran yang berbanding senilai, maka $x : y = a : b$, dengan a dan b bilangan positif diketahui. Sesuai dengan arti perbandingan, maka

$$ay = bx \text{ atau } y = \frac{b}{a}x.$$

Jika x bertambah besar, maka y juga akan bertambah besar. Grafik y terhadap x berbentuk garis lurus.

2. Jika x dan y besaran yang berbanding terbalik atau berbalik nilai, maka $x : \frac{1}{y} = a : b$, dengan a dan b bilangan positif diketahui. Sesuai dengan arti perbandingan, maka

$$\frac{a}{y} = bx \text{ atau } y = \frac{a}{bx}.$$

Jika x bertambah besar, maka y akan semakin kecil. Jika x semakin kecil, maka y akan semakin besar.



Contoh

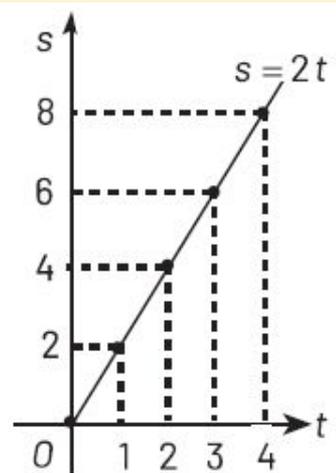
1. Suatu benda bergerak dengan kecepatan tetap 2 m/detik. Pada saat permulaan benda berada di titik nol. Buatlah grafik antara variabel dengan s (jarak) dan t (waktu).

Jawab:

1. Jika s menyatakan jarak yang ditempuh, v kecepatan benda, dan t waktu tempuh, maka $s = vt = 2t$. Dibuat tabel:

	0	1	2	3	4
	0	2	4	6	8

Setelah itu, titik $(0,0)$, $(1,2)$, $(2,4)$, $(3,6)$, $(4,8)$ digambar pada diagram Cartesius dengan sumbu mendatar menyatakan waktu dan sumbu tegak menyatakan jarak. Grafik



- • • antara jarak dan waktu adalah garis lurus yang menghubungkan semua titik tersebut.

- • •



Contoh

2. Seorang pembalap sedang mengitari arena lintasan untuk perlombaan mobil. Panjang lintasan tersebut adalah 20 km. Buatlah grafik yang menyatakan waktu terhadap kecepatan.

Jawab:

Misal s menyatakan jarak tempuh, v menyatakan kecepatan, dan t menyatakan waktu, maka

$$s = vt = 20 = vt.$$

Jadi, $t = \frac{20}{v}$.

Jika $v = 20$ km/jam, maka waktu yang dibutuhkan adalah $t = \frac{20}{20} = 1$ jam = 60 menit.

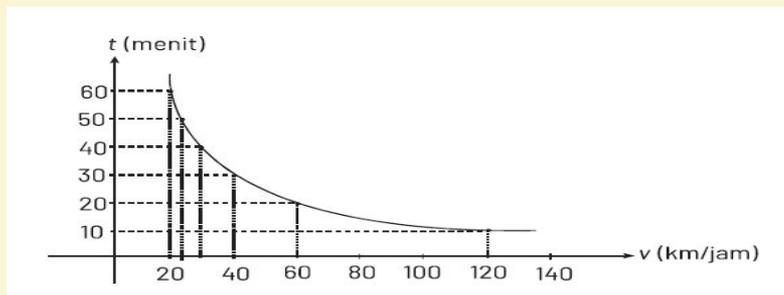
Jika $v = 24$ km/jam, maka waktu yang dibutuhkan adalah $t = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$ jam = 50 menit, dan seterusnya.

Berdasarkan perhitungan tersebut, dapat dibuat table berikut.

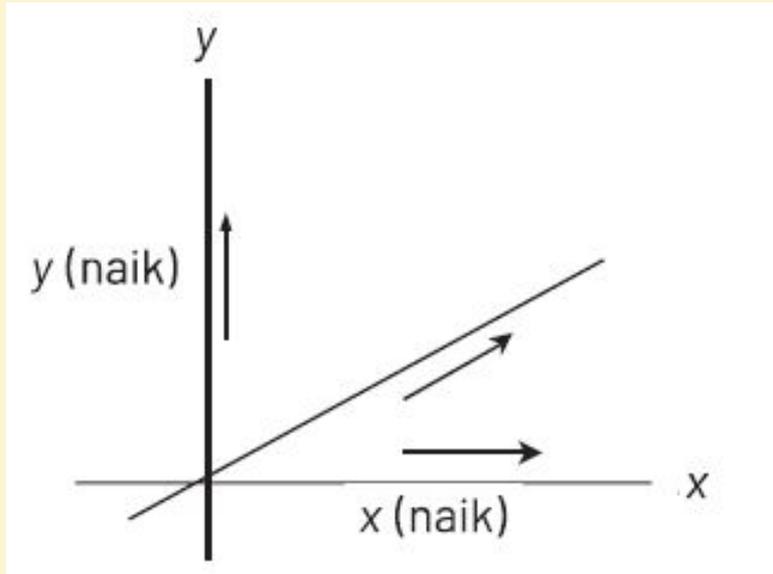
	20	24	30	40	80	120	
	60	50	40	30	20	10	



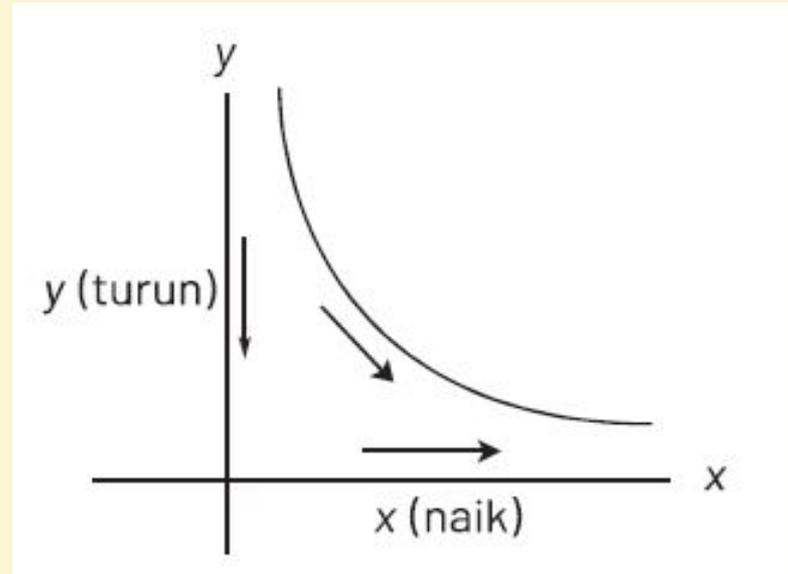
Gambar titik $(20, 80)$, $(24, 50)$, $(30, 40)$, dan seterusnya pada diagram Cartesius dengan sumbu mendatar menyatakan kecepatan dan sumbu tegak menyatakan waktu. Grafik f terhadap v adalah potongan garis yang menghubungkan titik-titik tersebut.



Ciri-ciri Garfik Berbanding Nilai dan Senilai



Ciri y dan x berbanding senilai.



Ciri y dan x berbanding terbalik.



5.6 Perbandingan sebagai Rumus Aljabar

Perbandingan sering digunakan untuk menyelesaikan persoalan perhitungan dalam bentuk persamaan aljabar, seperti dalam ilmu fisika.

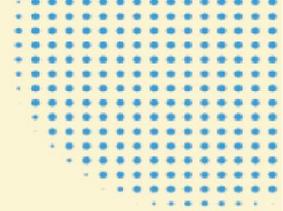
Contoh

Hambatan listrik suatu kawat berbanding lurus atau senilai dengan panjang kawat.

- Jika R menyatakan besar hambatan dan ℓ menyatakan panjang kawat, tuliskan hubungan antara R dan ℓ .
- Jika $\ell = 2$ cm diketahui $R = 5 \Omega$, hitunglah nilai R jika $\ell = 5$ cm.

Next 





Jawab:

- a. Karena R dan ℓ senilai, artinya jika R naik, maka ℓ juga naik sehingga $R = k \times \ell$ dengan k suatu bilangan tertentu. Arti bilangan k sendiri jika $\ell = 1$, maka $R = k$ yaitu besarnya hambatan listrik untuk kawat dengan panjang 1 cm.
- b. Berdasarkan persamaan $R = k \times \ell$ dengan $R = 5 \Omega$ dan $\ell = 2$ cm, didapat

$$R = k \times \ell$$

$$5 = k \times 2 \rightarrow k = \frac{5}{2}.$$

Selanjutnya, jika $\ell = 5$ cm maka $R = k \times \ell = \frac{5}{2} \times 5 = 12,5 \Omega$. Jadi, nilai $R = 12,5 \Omega$.

