Ensino Médio

3ª Série

PROFESSOR(A): WAGNER FILHO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

CONTEÚDO: DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

DATA: 02/05/2022

Canal Educação
PROGRAMA DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA

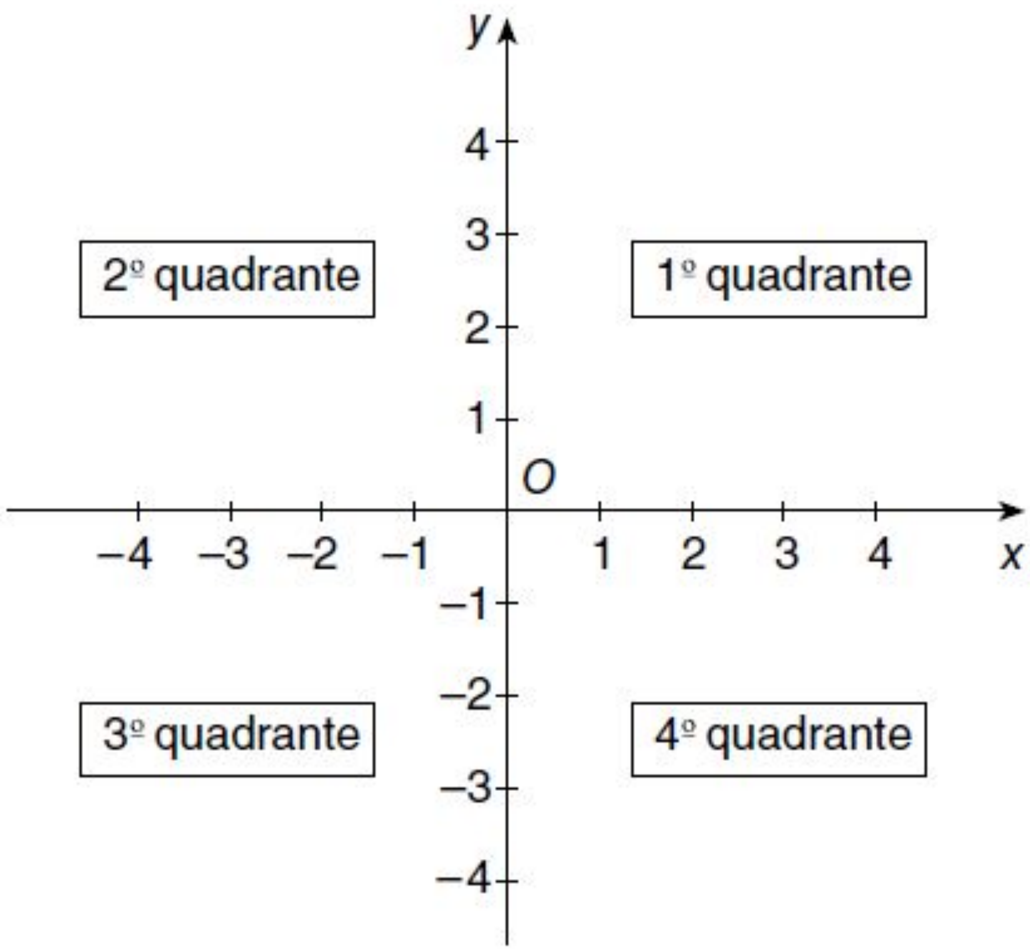
Noções iniciais: ponto, segmento, distâncias

A geometria analítica descreve curvas e figuras por suas respectivas equações e as analisa por meio de gráficos, estabelecendo relações algébrico-geométricas. Desse modo, uma figura geométrica pode ter suas propriedades analisadas e estudadas por procedimentos algébricos.

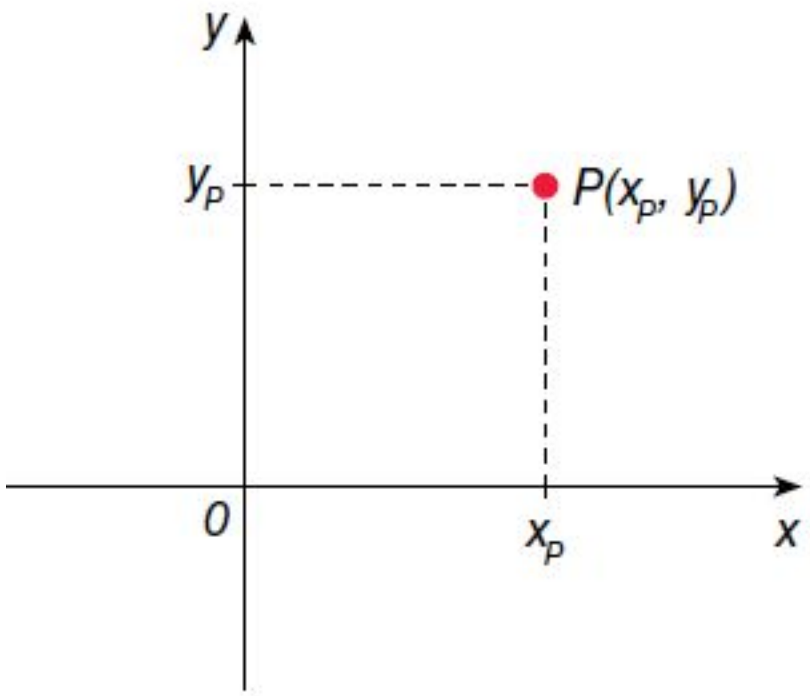
1 O ponto

1.1 Sistema cartesiano ortogonal

O sistema cartesiano ortogonal é formado por dois **eixos perpendiculares entre** si. O eixo *x (horizontal) é o* ***eixo das abscissas e o eixo y (vertical) é o eixo das*** **ordenadas. Os eixos se cruzam no ponto** ***O(0,0)*** ***denominado origem das coordenadas*** do plano cartesiano, e dividem esse plano em quatro quadrantes ordenados no sentido anti-horário, como segue:



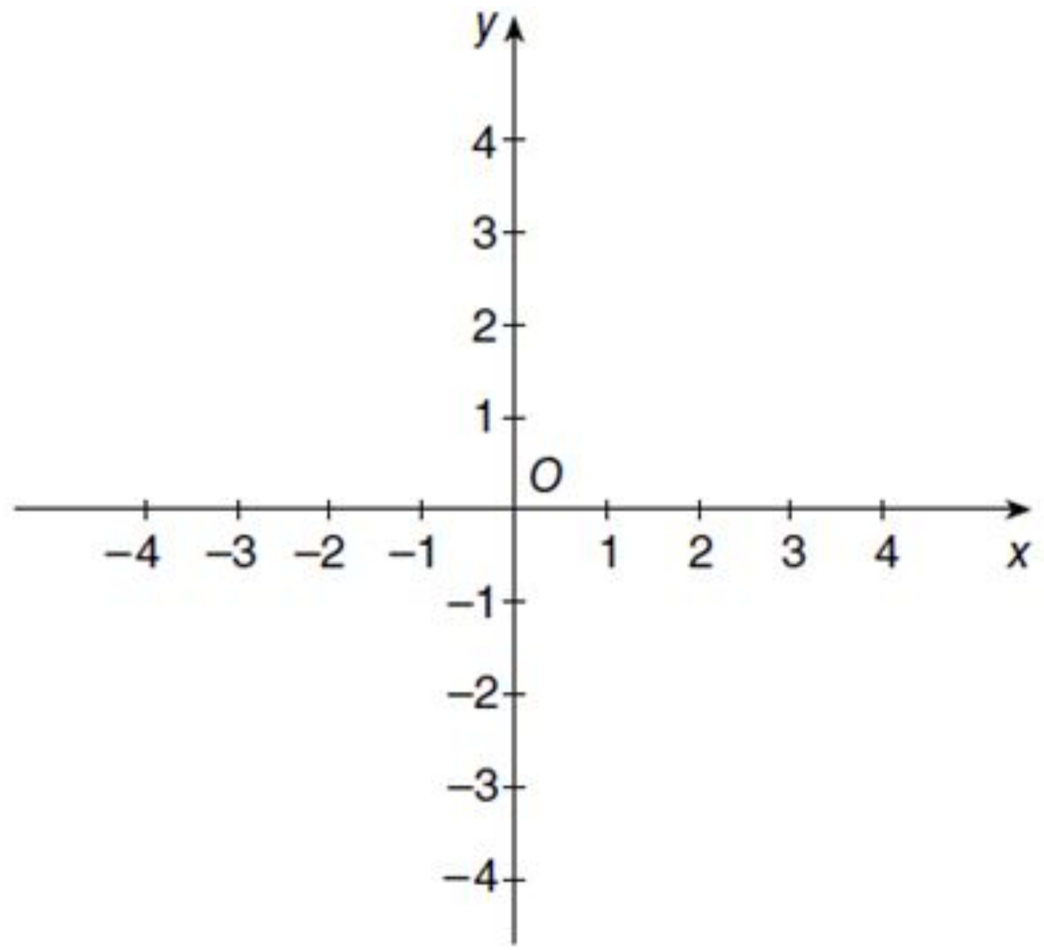
A partir do sistema estabelecido, podemos localizar qualquer ponto *P do plano* cartesiano por meio de um único par ordenado (x_p, y_p) *de números reais e, reciprocamente,* dado algum par ordenado (x_p, y_p) *de números reais, a este fica associado* um único ponto *P pertencente ao plano.*



OBSERVAÇÕES

Se *P* pertence:

- ao 1º quadrante, então $x_P > 0$ e $y_P > 0$;
- ao 2º quadrante, então $x_P < 0$ e $y_P > 0$;
- ao 3º quadrante, então $x_P < 0$ e $y_P < 0$;
- ao 4º quadrante, então $x_P > 0$ e $y_P < 0$;
- ao eixo das abscissas, suas coordenadas são $(x_P, 0)$;
- ao eixo das ordenadas, suas coordenadas são $(0, y_P)$.


y
4
3
2
1
O
–4
–3
–2
–1
1
2
3
4
x
–1
–2
–3
–4

EXERCÍCIOS

Determinar o valor real de *b, de modo que o ponto B(4, b – 4) pertença ao eixo* das abscissas.

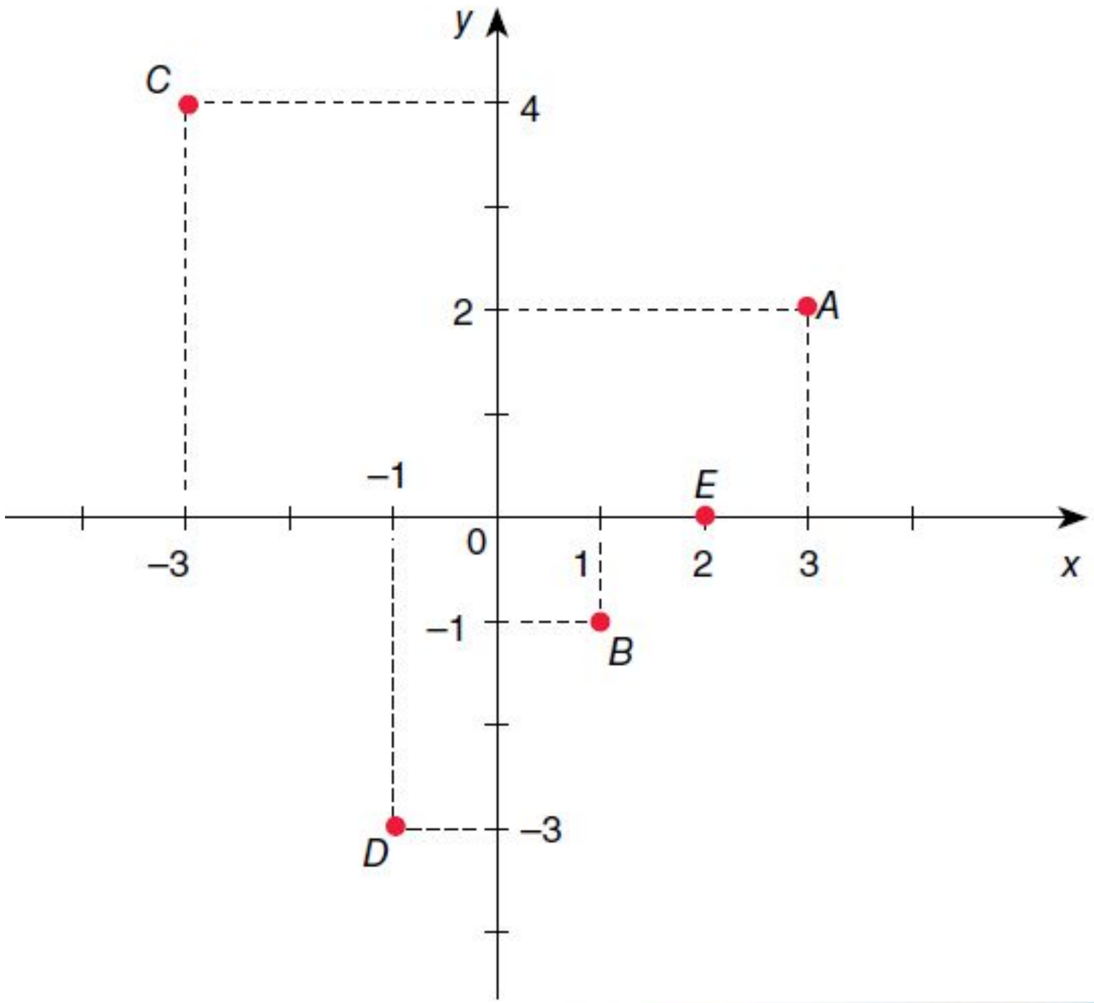
Resolução

Se o ponto B pertence ao eixo das abscissas, então $y_P = 0$.

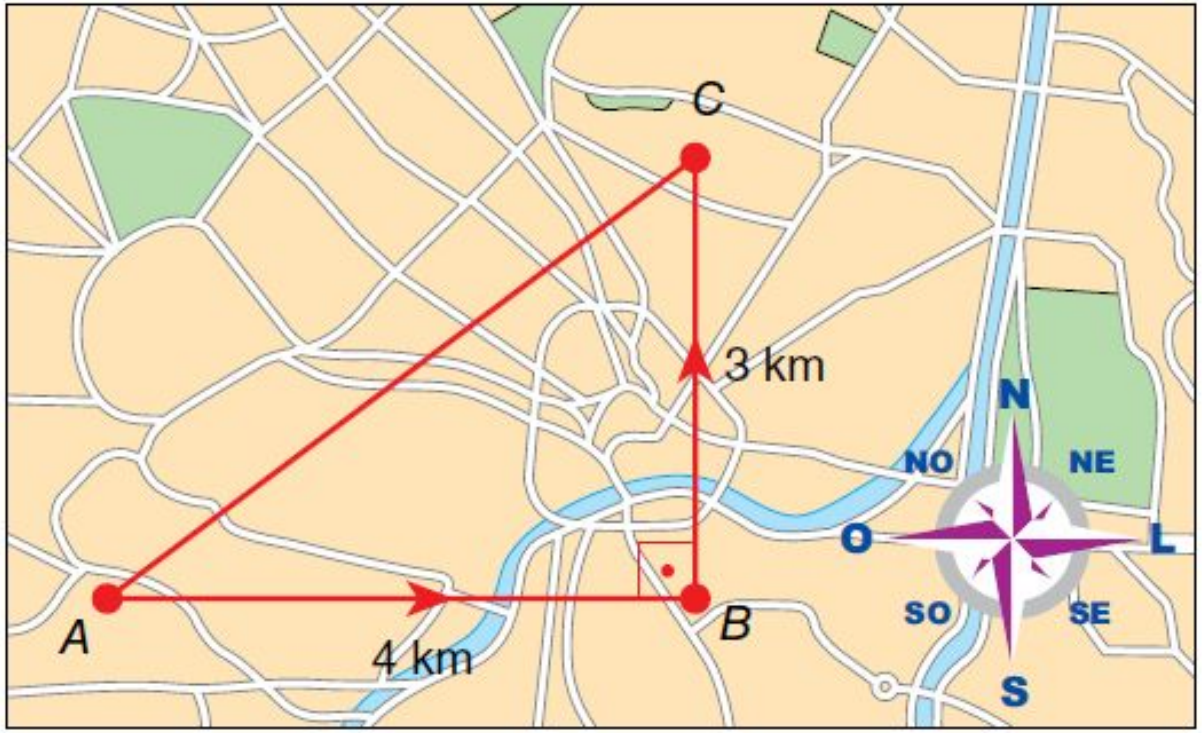
Portanto, $b - 4 = 0 \Rightarrow b = 4$.

EXERCÍCIOS

Determinar as coordenadas dos pontos indicados no plano cartesiano.



1.2 Distância entre dois pontos



Pelo teorema de Pitágoras, temos:

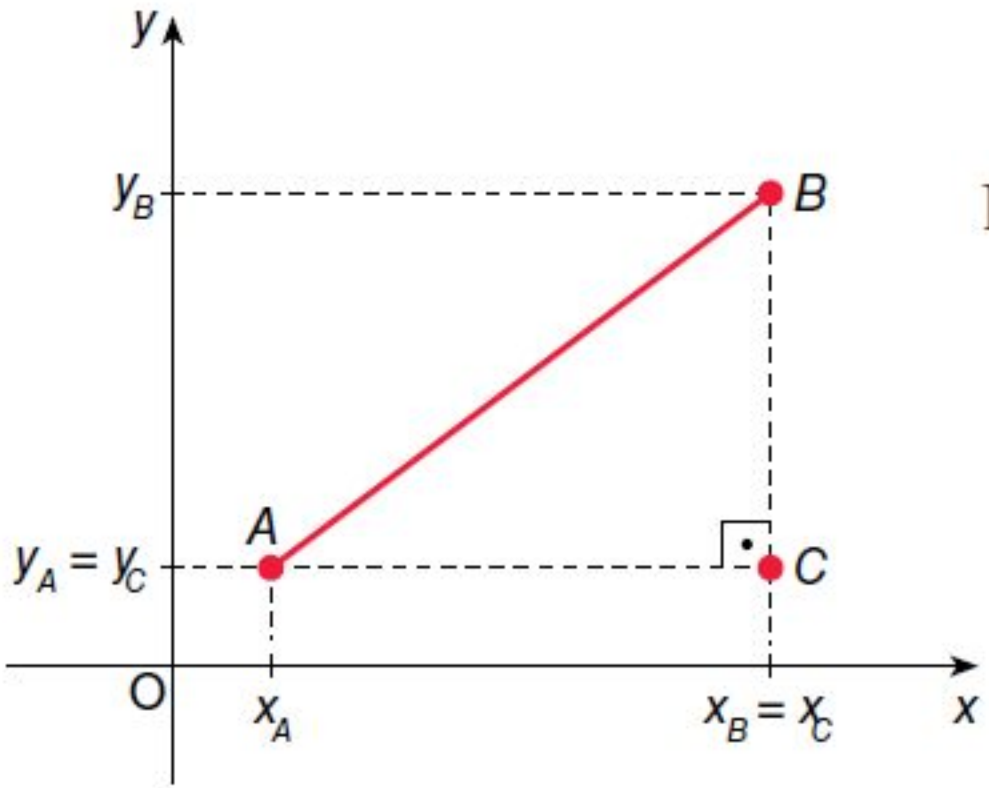
$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} \Rightarrow AC = 5$$

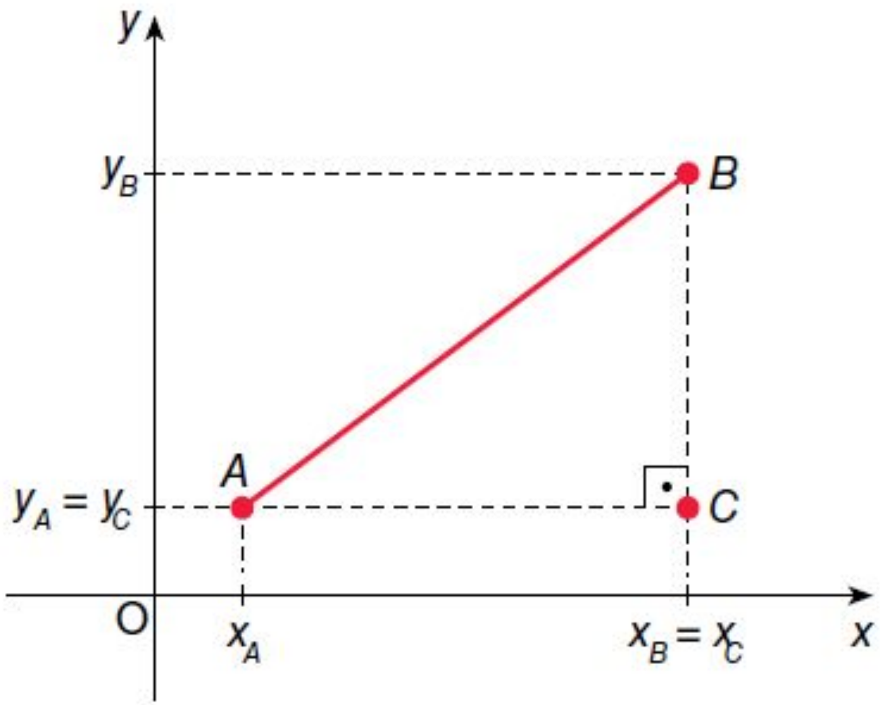
Portanto, a distância entre os pontos A e C é de 5 km.

Vamos generalizar o cálculo da distância d_{AB} entre dois pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ quaisquer. Para isso, vamos representá-los no plano cartesiano, supondo que $A \neq B$ e que esses pontos não estão alinhados nem vertical nem horizontalmente.



Repare que temos um triângulo ABC, retângulo em C

$$(d_{AB})^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$



$$(d_{AB})^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$

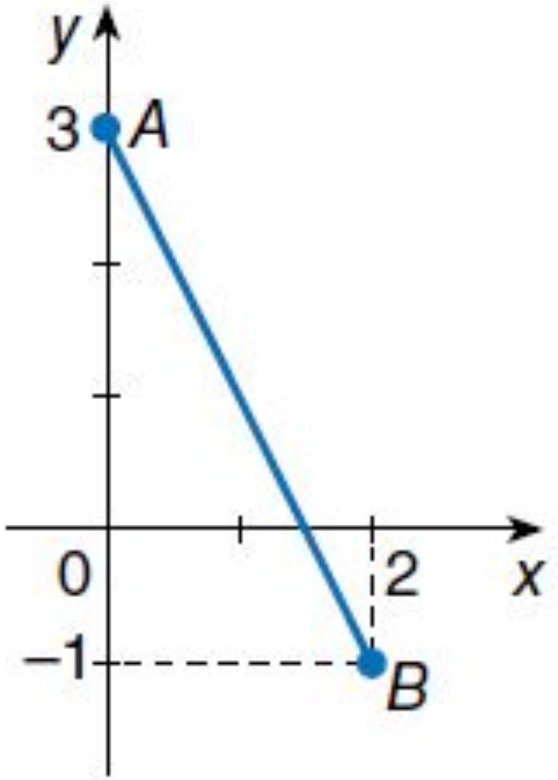
$$(d_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

Portanto, a distância d_{AB} entre os pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ é dada por:

$$\boxed{d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

EXERCÍCIOS

Calcular a distancia entre os pontos *A(0, 3) e B(2, -1).*



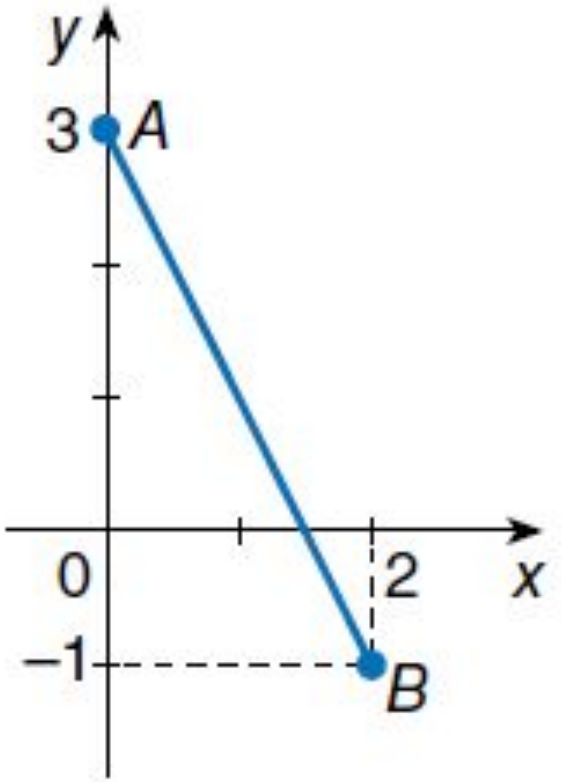
Resolução

Temos, $x_A = 0$, $y_A = 3$, $x_B = 2$ e $y_B = -1$.

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(2 - 0)^2 + (-1 - 3)^2} \Rightarrow \boxed{d_{AB} = 2\sqrt{5}}$$

EXERCÍCIOS



EXERCÍCIOS

Dados os pontos *A(-2, m) e B(1, 3), determinar m para que a distancia entre A e B* seja de 5 unidades de comprimento.

EXERCÍCIOS

Determinar o perímetro do triangulo, cujos vértices são os pontos *A(1, 1)*, *B(2, 3)* e *C(5, -1)*.