الرياضيات المتقدمة

دالة المطلق

إعداد معلم المادة: سعيد المهري

القيمة المطلقة (**absolute value**) للعدد أ هي المسافة بين العدد أ والصفر على خط الأعداد.

ويرمز إليها بالرمز |أ|، وتقرأ مطلق العدد أ وهي قيمة موجبة دائمًا بحيث:

$|أ| = |-أ|$

يبيّن خط الأعداد الآتي أن الفرق المطلق بين ٢ ، ٧ هو ٥:

فيما يأتي بعض الأمثلة عن القيم المطلقة:

$|٠| = ٠$

$|-٣| = ٣$

$|٢,٥| = ٢,٥$

$|\overline{٨٧}| = \overline{٨٧}$

$\left|-\frac{٢}{٣}\right| = \frac{٢}{٣}$

وتكتب **دالة المطلق** absolute function على الشكل د(س) = |س|، وتعرّف حسب الصيغة:

$$د(س) = |س| = \begin{cases} س & ، \quad س \geq ٠ \\ -س & ، \quad س < ٠ \end{cases}$$

حيث مجالها هو ع ومداها د(س) ≥ ٠

مُساعَدة

يمكن وضع الرمز (=) في واحد من الرمزين < أو >.

استكشف ١

حدّد ما إذا كانت العبارات أدناه، حيث أ، ب، ∈ ع:

صحيحة دائمًا | صحيحة أحيانًا | لا تصح أبدًا

١) $|أ + ب| = |أ| + |ب|$

٢) $|أ - ب| = |أ| - |ب|$

٣) $|أ - ب| = |ب - أ|$

٤) $|أب| = |أ| \times |ب|$

٥) $\left|\frac{أ}{ب}\right| = |أ| \div |ب|$ حيث ب $\neq$ ٠

٦) $|أ|^{٢} = أ^{٢}$

٧) $|أ|^{ن} = أ^{ن}$، حيث ن عدد صحيح موجب

- إذا كنت تعتقد أن عبارة ما هي **صحيحة دائمًا** أو **لا تصح أبدًا**، فيجب أن تقدم تفسيرًا واضحًا يبرر إجابتك.
- إذا كنت تعتقد أن عبارة ما هي **صحيحة أحيانًا**، فيجب أن تقدم مثالًا على حالة تكون فيها العبارة صحيحة، ومثالًا آخر على حالة تكون فيها العبارة غير صحيحة.

مسودة

حل معادلات المطلق

تعني العبارة |س| = ك، حيث ك ⩾ ٠، أن س = ك أو س = − ك

تستخدم هذه الخاصية لحل المعادلات التي تتضمن دوالّ المطلق.

- إذا كنت تحل معادلات في الصيغة |أس + ب| = ك، فيمكنك حل المعادلة باستخدام

  إما أس + ب = ك أو أس + ب = − ك

- إذا كنت تحل معادلات في الصيغة |أ س + ب| = ج س + د، فيمكنك حل المعادلة باستخدام

  إما أس + ب = جس + د أو أس + ب = − (ج س + د)

عندما تحل مثل هذه المعادلات، فعليك أن تتحقق من أن إجاباتك تحقق المعادلة الأصلية.

حلّ المعادلات الآتية:

أ $|س| = ٤$

الحل

أ $|س| = ٤$

إما $س = ٤$ أو $س = -٤$

اوجد حل للمعادلة الأتية إن وجد |س| = -4

الحل

- لا يوجد حل للمعادلة لان المطلق دائما موجب

ب $|٢س - ١| = ٣$

الحل

ب $|٢س - ١| = ٣$

إما $٢س - ١ = ٣$ أو $٢س - ١ = -٣$

$٢س = ٤$ أو $٢س = -٢$

$س = ٢$ أو $س = -١$

تحقّق: عندما س = ٢: $|٢ \times ٢ - ١| = ٣$ ✓

عندما س = −١: $|٢ \times (-١) - ١| = ٣$ ✓

الحل هو: $س = -١$ أو $س = ٢$

ج $|س - ٤| = ٢س + ١$

الحل

ج $|س - ٤| = ٢س + ١$

إما $س - ٤ = ٢س + ١$ أو $س - ٤ = -(٢س + ١)$

$س = -٥$ أو $٣س = ٣$

$س = ١$

تحقّق: عندما $س = -٥$: $|-٥ - ٤| = ٢ \times (-٥) + ١$ ×

عندما $س = ١$: $|١ - ٤| = ٢ \times ١ + ١$ ✓

الحل هو: $س = ١$

لحل المعادلات التي في الصيغة |ج س + د| = |هـ س + و|، يمكننا استخدام:

- |أ| = |ب| ⇔ إما أ = ب أو أ = − ب
- |أ| = |ب| ⇔ أ^{٢} = ب^{٢}

حلّ المعادلة $|٣س + ٤| = |س + ٥|$

الحل

الحــلّ:

الطريقة ١

$|٣س + ٤| = |س + ٥|$ ---------- استخدم الخاصية $|أ| = |ب| \Leftrightarrow أ = ب$ أو $أ = -ب$

إما $٣س + ٤ = س + ٥$ أو $٣س + ٤ = -(س + ٥)$

$٢س = ١$ أو $٤س = -٩$

$س = \frac{١}{٢}$ $س = -\frac{٩}{٤}$

تحقّق: عندما $س = \frac{١}{٢}$: $\left|٣ \times \frac{١}{٢} + ٤\right| = \left|\frac{١}{٢} + ٥\right|$ ✓

عندما $س = -\frac{٩}{٤}$: $\left|٣ \times \left(-\frac{٩}{٤}\right) + ٤\right| = \left|-\frac{٩}{٤} + ٥\right|$ ✓

الحل هو: $س = \frac{١}{٢}$ أو $س = -\frac{٩}{٤}$

الطريقة ٢

$|٣س + ٤| = |س + ٥|$ ---------- استخدم $|أ| = |ب| \Leftrightarrow أ^{٢} = ب^{٢}$

$(٣س + ٤)^{٢} = (س + ٥)^{٢}$

$٩س^{٢} + ٢٤س + ١٦ = س^{٢} + ١٠س + ٢٥$

$٨س^{٢} + ١٤س - ٩ = ٠$ ---------- حلّل إلى عوامل.

$(٢س - ١)(٤س + ٩) = ٠$

الحل هو: $س = \frac{١}{٢}$ أو $س = -\frac{٩}{٤}$

مسروقة

حلّ المعادلة $|س + ٣| + |س + ٥| = ١٠$

حلّ المعادلة |س + ٣| + |س + ٥| = ١٠

الحـــلّ:

|س + ٣| + |س + ٥| = ١٠ ..... اطرح | س + ٥ | من الجهتَين

|س + ٣| = ١٠ − |س + ٥| ..... اقسم المعادلة إلى جزأَين

س + ٣ = ١٠ − |س + ٥| ..... (١) الجزء الأول: بأخذ القيمة الموجبة للطرف الأيسر

س + ٣ = |س + ٥| − ١٠ ..... (٢) الجزء الثاني: بأخذ القيمة السالبة للطرف الأيسر

باستخدام المعادلة (١):

−٧ + س + |س + ٥| = ٠

|س + ٥| = ٧ − س ..... اقسم المعادلة إلى جزأَين

إما س + ٥ = ٧ − س أو س + ٥ = −(٧ − س)

٢س = ٢ أو ٠ = −١٢ ..... ٠ = −١٢ عبارة خاطئة

س = ١

باستخدام المعادلة (٢):

|س + ٥| = س + ١٣ ..... اقسم المعادلة إلى جزأَين

إما س + ٥ = س + ١٣ أو س + ٥ = −(س + ١٣)

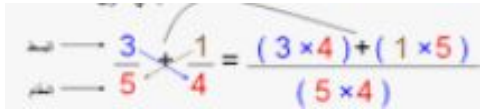
٠ = ٨ أو ٢س = −١٨ ..... ٠ = ٨ عبارة خاطئة

س = −٩

الحل هو: س = ١ أو س = −٩

حل معادلة المطلق التي تحتوي على كسور

- خطوات حل المعادلة
- 1 توحيد المقامات للكسور عن طريق المقص(ضرب البسط الأول في مقام الكسر الثاني وضرب البسط الثاني في مقام الكسر الأول من ثم نضرب المقام في المقام)



- 2 فصل البسط عن المقام عن طريق استخدام خواص المطلق

٥) $\left|\frac{أ}{ب}\right| = |أ| \div |ب|$ حيث ب $\neq$ ٠

- 3 ضرب طرفين في وسطين للحصول على الصورة الأتية

- $|أ| = |ب| \Leftrightarrow$ إما أ = ب أو أ = -ب

هـ $\left|\frac{س + ٢}{٣} - \frac{٢س}{٥}\right| = ٢$

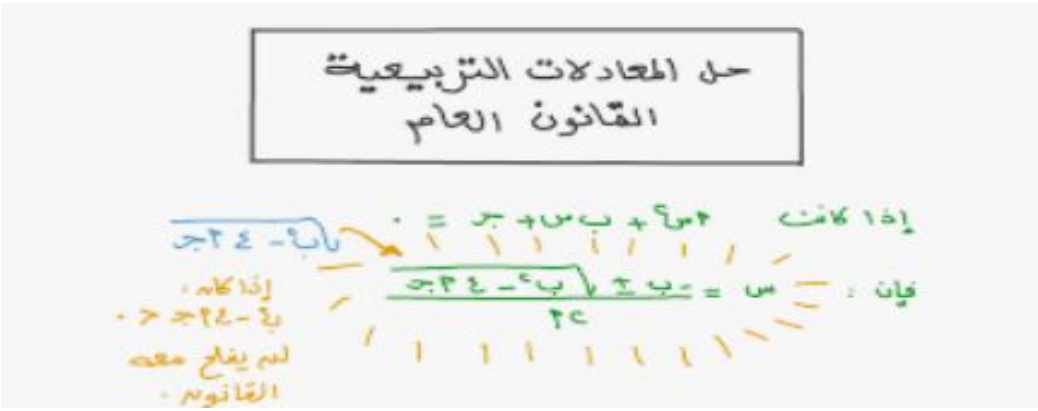
أ $\left|\frac{٢س + ١}{س - ٢}\right| = ٥$

حل معادلات المطلق التي تحتوي على س تربيع

- خطوات الحل
- 1 نعمل نفس الطريقة
- 2 نقوم بحل المعادلة التربيعية
- في حالة ج=0 نستخدم العامل المشترك
- في حالة ب=0 نستخدم الفرق بين مربعين

بشرط اختلاف إشارة أ و ج

- $|أ| = |ب| \Leftrightarrow$ إما أ = ب أو أ = -ب



او يمكن استخدام الصيغة التربيعية التي درستها في الفصل الدراسي الأول لإيجاد قيمة المتغير

حلّ كلًا ممّا يأتي:

أ $|س^{٢} - ٢| = ٧$

و $|س^{٢} - ٧س + ٦| = ٦ - س$

د $|س^{٢} - ٣| = ٢س + ١$

انتهى العرض

الله ولي التوفيق