



# Πιθανότητες & Στατιστική

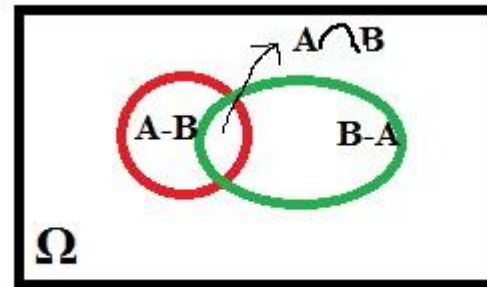
**Μάθημα Πέμπτης 5/11/2020**

Δημιουργήθηκε την 1/11/2020

# Κανόνες Λογισμού Πιθανοτήτων

1)  $P(A') = 1 - P(A)$

2)  $P(A - B) + P(A \cap B) = P(A)$



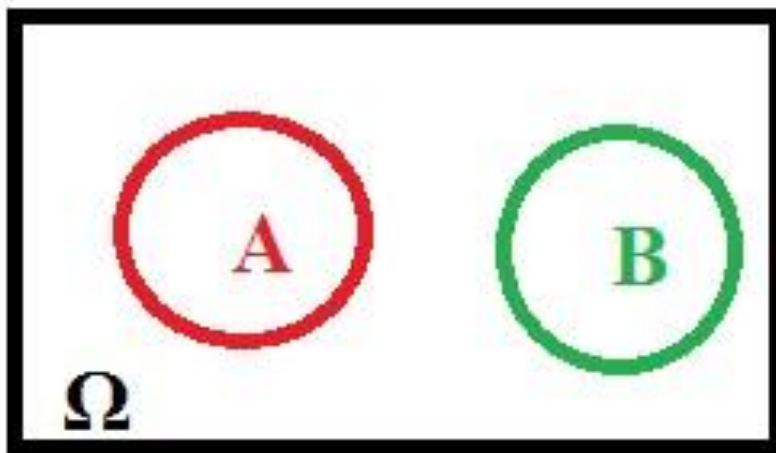
3)  $P(B - A) + P(A \cap B) = P(B)$

4) Αν  $B \subseteq A$ , τότε  $P(B) \leq P(A)$

5)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

# Ασυμβίβαστα Ενδεχόμενα

- Δυο ενδεχόμενα  $A$ ,  $B$  λέγονται ασυμβίβαστα αν και μόνο αν ισχύει :  
 $A \cap B = \emptyset$



# Σημαντικά

Έστω  $A, B$  δυο μη ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δ.χ  $\Omega$ .

Λέμε ότι :

- Πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα απ τα  $A, B$  :  $A \cup B$
- Πραγματοποιούνται και τα δυο :  $A \cap B$
- Δεν πραγματοποιούνται και τα δυο  $A, B$  (ούτε  $A$  και  $B$ ) :  $(A \cap B)'$
- Δεν πραγματοποιείται κανένα απ τα  $A$  και  $B$  (ούτε  $A$ , ούτε  $B$ ) :  $(A \cup B)'$  ή  $A' \cap B'$
  
- Πραγματοποιείται μόνο το  $A$  :  $A - B$  ή  $A \cap B'$
- Πραγματοποιείται μόνο το  $B$  :  $B - A$  ή  $B \cap A'$
  
- Πραγματοποιείται μόνο ένα απ τα  $A$  και  $B$  :  $\{ (A - B) \cup (B - A) \}$

# Άσκηση 1 σχολικού βιβλίου

## Ασκήσεις - Προβλήματα - Δραστηριότητες

1) Το 50% των δωματίων ενός ξενοδοχείου έχουν τζάκι, το 20% έχουν καλοριφέρ και το 10% και τζάκι και καλοριφέρ. Επιλέγουμε τυχαία ένα δωμάτιο του ξενοδοχείου.

Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου το δωμάτιο που επιλέξαμε:

α) να μην έχει τζάκι,

β) να μην έχει ούτε τζάκι ούτε καλοριφέρ,

γ) να έχει μόνο τζάκι;

# Λύση Άσκησης 1

## ΔΕΔΟΜΕΝΑ

•  
 $A = \{\text{το δωμάτιο έχει τζάκι}\}$

$B = \{\text{το δωμάτιο έχει καλοριφερ}\}$

$A \cap B = \{\text{το δωμάτιο έχει και τζάκι και καλοριφερ}\}$

$P(A) = 0.5$       $P(B) = 0.2$  ,  $P(A \cap B) = 0.1$

## ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

**α)** Ζητείται το  $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0.5 = 0.5$

**β)** Ζητείται το  $P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B)$  (\*)

**Είναι**  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  ή  $P(A \cup B) = 0.6$

Άρα από (\*) έχω :  $P((A \cup B)^c) = 1 - 0.6 = 0.4$

**γ)** Ζητείται το  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.5 - 0.1 = 0.4$

## Άσκηση 4 σχολικού

- 4) Από τους/τις μαθητές/τριες της Β΄ τάξης ενός Λυκείου το 55% είναι μαθήτριες, το 40% παίζουν μπάσκετ και το 10% είναι μαθήτριες που παίζουν μπάσκετ. Επιλέγουμε τυχαία έναν/μία μαθητή/τρια.  
Να υπολογίσετε τις πιθανότητες να είναι:
- α) μαθήτρια ή να παίζει μπάσκετ,
  - β) μαθήτρια και να μην παίζει μπάσκετ,
  - γ) μαθητής και να παίζει μπάσκετ,
  - δ) μαθητής ή να παίζει μπάσκετ.

# Λύση Άσκησης 4

## ΔΕΔΟΜΕΝΑ

$A = \{ \text{είναι μαθήτρια} \}$  και  $B = \{ \text{παίζει μπάσκετ} \}$

$P(A) = 0.55$  ,  $P(B) = 0.4$  και  $P(A \cap B) = 0.1$

## ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

**α )**  $P(A \cup B) = 0.55 + 0.4 - 0.1 = 0.85$

**β )**  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.55 - 0.1 = 0.45$

**γ )**  $P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.1 = 0.3$

**δ )**  $P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = 1 - 0.55 + 0.4 - 0.3 = 0.55$



# Άσκηση 6 σχολικού

Από τον πληθυσμό μιας πόλης

- το 42% **δεν έχουν κάνει ποτέ σκι**
- το 58% **δεν έχουν ταξιδέψει ποτέ με αεροπλάνο,**
- αλλά το 29% έχουν ήδη κάνει σκι και έχουν ταξιδέψει με αεροπλάνο.**

Αν πάρουμε τυχαία έναν κάτοικο της πόλης ποια είναι η πιθανότητα να μην έχει κάνει ποτέ σκι και να μην έχει ταξιδέψει ποτέ με αεροπλάνο;

# ΛΥΣΗ Άσκησης 6

## ΔΕΔΟΜΕΝΑ

•  
 $A = \{ \text{έχει κάνει σκι} \}$  ,  $B = \{ \text{έχει μπει σε αεροπλάνο} \}$ . Είναι :

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - 0.42 = 0.58$$

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0.58 = 0.42$$

$$P(A \cap B) = 0.29$$

## ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

ΟΥΤΕ ΣΚΙ ΟΥΤΕ ΑΕΡΟΠΛΑΝΟ , άρα  $(A \cup B)'$

$$\begin{aligned} P((A \cup B)') &= 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \\ &= 1 - 0.58 - 0.42 + 0.29 \\ &= 0.29 \end{aligned}$$

# Ασκήσεις για το σπίτι !

14. Για τα ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύουν :  $P(A) = \frac{2}{3}$ ,  
 $P(B) = \frac{1}{2}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ . Βρείτε τις πιθανότητες :

ι)  $P(A \cup B)$       ιι)  $P(A')$       ιιι)  $P(A - B)$       ιιιι)  $P((A - B) \cup (B - A))$

ΟΜΟΙΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 7,9,10 ΣΕΛΙΔΑ 155 [1]

18. Το 8% των ατόμων ενός πληθυσμού έχουν υπέρταση , το 6% στεφανιαία καρδιακή ασθένεια και το 2% έχουν και τα δυο. Επιλέγετε ένα άτομο τυχαία . Αφού σχηματίσετε το διάγραμμα Vennπου περιγράφει τα παραπάνω, υπολογίστε την πιθανότητα ,

α) να έχει το άτομο που επιλέχθηκε τουλάχιστον μια ασθένεια.

β) να έχει το άτομο που επιλέχθηκε μόνο υπέρταση.

γ) να έχει το άτομο που επιλέχθηκε μόνο στεφανιαία νόσο.

δ) να έχει το άτομο που επιλέχθηκε μόνο μια ασθένεια.

ΟΜΟΙΑ με ΑΣΚΗΣΗ 13 ΣΕΛΙΔΑ 156 [1]

23. Από 120 μαθητές ενός Λυκείου, 24 μαθητές συμμετέχουν στον διαγωνισμό της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας (Ε.Μ.Ε), 20 συμμετέχουν στο διαγωνισμό της Ένωσης Ελλήνων Φυσικών (Ε.Ε.Φ) και 12 μαθητές συμμετέχουν και στους δυο διαγωνισμούς.

Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Ποια είναι η πιθανότητα ο μαθητής:

α) να συμμετέχει σε έναν τουλάχιστον από τους διαγωνισμούς.

β) να συμμετέχει μόνο στο διαγωνισμό της Ε.Μ.Ε.

γ) να συμμετέχει μόνο στο διαγωνισμό της Ε.Ε.Φ.

δ) να συμμετέχει μόνο σε έναν απ' τους δυο διαγωνισμούς.

Καλή Συνέχεια !