GUIDE DE SURVIE MATHÉMATIQUES

Liaison Cycle 4 – Classe de 2de

Illustration : Rachel HOARAU, PSTD2A, Lycée Ambroise Vollard.

Le guide de survie en mathématiques
Liaison collège-lycée
version 2021

David BLANC, professeur de mathématiques
lycée Ambroise Vollard, SAINT-PIERRE

Pascal DORR, professeur de mathématiques
collège de Terre-Sainte, SAINT-PIERRE

Florian TOBÉ, professeur de mathématiques
collège de la Ligne des Bambous, SAINT-PIERRE

Karim BOUASLA, professeur de mathématiques
collège Henri Matisse, SAINT-PIERRE

www.maths974.fr
https://irem.univ-reunion.fr

Lycée Ambroise Vollard · Collège de Terre-Sainte · Collège de la Ligne des Bambous · maths 974 · IREM La Réunion

KÉZAKO ?

Ce « guide de survie » rassemble un ensemble **indispensable de savoir-faire et de connaissances mathématiques** à travailler à partir du cycle 4 jusqu'à la classe de Seconde. Six thèmes transversaux des programmes de mathématiques sont abordés dans ce guide :

- Nombres et calculs (NC[1]) ;
- Grandeurs et mesures (GM[1]) ;
- Statistiques et probabilités (SP[1]) ;
- Fonctions (F[1]) ;
- Géométries plane et dans l'espace (GPE[1]) ;
- Algorithmique et programmation (AP[1]).

POURQUOI ?

Ce guide permet la mise en place d'une cohérence et d'une continuité inter-cycles au niveau des apprentissages des mathématiques. C'est un outil **collaboratif** qui a pour but de favoriser un langage commun entre tous les acteurs (enseignants, élèves de collège et de lycée en particulier). Cet outil se voudra **évolutif** au fil du temps pour s'adapter aux besoins de toutes et de tous.

LE GUIDE DE SURVIE EN MATHÉMATIQUES

POUR QUI ?

Cet outil s'adresse en priorité aux élèves. Il a également été conçu pour les spécialistes ou non des mathématiques : enseignants, assistants pédagogiques, parents, grandes sœurs, grands frères… Il permet ainsi de rendre **les mathématiques accessibles à toutes et à tous.**

OÙ ? QUAND ?

On peut l'utiliser au collège, au lycée ou à la maison (par exemple lors de la mise en place de la **continuité pédagogique**) afin de consolider les savoir-faire. Ce guide peut tout à fait convenir à des élèves de Première et Terminale pour **réactiver** des notions non maîtrisées ou tout simplement "oubliées", en particulier dans le cadre de **l'enseignement scientifique** ou de certains **enseignements de spécialité** (SES, SVT, SPC, etc.).

COMMENT ?

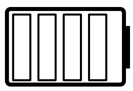
La plupart des notions mathématiques abordées au cycle 4 et en classe de Seconde sont organisées de manière succincte : pas de leçon, ni d'activité, mais juste des **procédures** ou **des propriétés,** toujours accompagnées d'un **exemple concret**.

- Un **repère de progressivité** indique le niveau à partir duquel la notion commence à être travaillée :

◆◇ À partir du cycle 4
◆◆ À partir de la classe de Seconde.

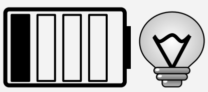
- Un **index thématique** et une **table des matières** figurent en dernières pages du guide pour que chacun puisse s'y retrouver rapidement.

Auto-évaluation

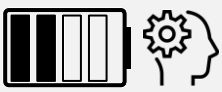


À chaque étape, je coche le niveau qui me correspond !

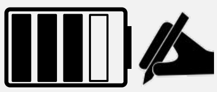
1 — **Je découvre** une connaissance ou un savoir-faire en classe ou à la maison.



2 — **Je comprends et je m'entraîne** à travers des tests rapides et réguliers (QCM, questions flash, "petits" exercices à faire en classe ou à la maison, etc.).

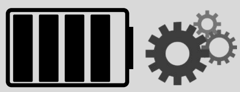


3 — **Je sais utiliser** la connaissance ou le savoir-faire dans des exercices donnés par le professeur (en classe : un DS[2] par exemple, ou en dehors de la classe : un DTL[3] par exemple).



Avec guide (étapes 1 à 3)

4 — **Je maîtrise** la connaissance ou le savoir-faire pour l'utiliser dans un problème, dans un DS[2], dans un DTL[3], etc.



Sans guide (étape 4)

[1]Sigles utilisés pour les "batteries" d'auto-évaluation. *[2]DS : devoir surveillé.* *[3]DTL : devoir en temps libre.*

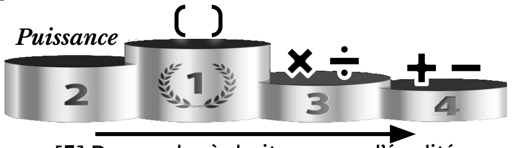
◆◇ Organiser ses calculs NC.01

Priorité aux ( ), puis aux puissances, ensuite aux multiplications ou divisions et enfin aux additions et soustractions.

- $10 - \underline{(1+2)}\times 3 = 10 - \underline{3\times 3} = 10 - 9 = 1$
- $2\times\underline{3^2} + 8\div 2 = \underline{2\times 9} + \underline{8\div 2} = 18 + 4 = 22$

On fait les calculs de la gauche vers la droite lorsque l'expression ne comporte que des + et − , ou que des × et des ÷.

- $\underline{40 - 7} + 20 = 33 + 20 = 53$
- $\underline{15 \div 3} \times 2 = 5 \times 2 = 10$



[5] De gauche à droite en cas d'égalité

◆◇ Ajouter et soustraire des relatifs NC.02

→ Ajouter deux relatifs :
- de même signe : 3 + 6 = 9 ; (-5) + (-2) = (-7) ;
- de signes contraires : 13 + (-7) = 6 ; (-7) + 4 = -3.

→ Soustraire deux relatifs :
15 − 2 = 13 ; 12 − (-1) = 12 + 1 = 13.

"Soustraire, c'est ajouter l'opposé."

◆◇ Calculer une somme algébrique NC.03

A = 7 − 12 + 9 − 15
A = 7 + (-12) + 9 + (-15)
A = 7 + 9 + (-12) + (-15)
A = 16 + (-27)
A = -11

Remplacer toutes les soustractions par des additions de l'opposé puis regrouper les positifs et les négatifs.

◆◇ Multiplier ou diviser deux relatifs NC.04

Règle des signes :

(+) × (+) = (+)
(−) × (−) = (+)
(+) × (−) = (−)
(−) × (+) = (−)

Exemples :
- (-4) × (-5) = (+20)
- (-6) × (-2) = (+12)
- (-14) ÷ (+2) = (-7)
- (-20) ÷ (-4) = (+5)

◆◇ Multiplier plusieurs relatifs NC.05

On compte le nombre de facteurs (-)
- S'il est **pair**, alors le résultat est + ;
- S'il est **impair**, alors le résultat est -.

(-5) × (-2) × (-1) × 7 × (-9)
est un nombre **positif.**

◆◇ Prendre une fraction d'un nombre NC.06

$$\frac{\triangle}{\square} \times \bigcirc = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square} = \triangle \times \frac{\bigcirc}{\square}$$

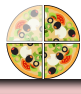
$$\frac{2}{3} \text{ de } 9 = \frac{2}{3} \times 9 = \frac{2\times 9}{3} = 2 \times \frac{9}{3} = 6$$

◆◇ Comparer des fractions NC.07

Si deux fractions ont le **même dénominateur**, alors la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

 $\frac{5}{6} > \frac{3}{6}$ car 5 > 3 

Si deux fractions ont le **même numérateur**, alors la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

 $\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$ car 4 < 5 

Si deux fractions ont des **dénominateurs différents**, alors **on les réduit au même dénominateur** :

$$\left.\begin{aligned} \frac{3}{4} &= \frac{3\times 3}{4\times 3} = \frac{9}{12} \\ \frac{2}{3} &= \frac{2\times 4}{3\times 4} = \frac{8}{12} \end{aligned}\right\} \quad \frac{9}{12} > \frac{8}{12} \text{ donc } \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

On peut aussi les comparer à 1 :

$$\frac{3}{8} < 1 \text{ et } \frac{9}{5} > 1 \text{ donc } \frac{3}{8} < \frac{9}{5}$$

◆◇ Fractions égales NC.08

Pour obtenir une fraction égale, on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$\frac{6}{22} = \frac{6\div 2}{22\div 2} = \frac{3}{11}$	$\frac{6}{22} = \frac{\cancel{2}\times 3}{\cancel{2}\times 11} = \frac{3}{11}$
$\frac{5}{12} = \frac{5\times 3}{12\times 3} = \frac{15}{36}$	$\frac{15}{36} = \frac{5\times \cancel{3}}{12\times \cancel{3}} = \frac{5}{12}$

◆◇ Ajouter ou soustraire des fractions NC.09

→ Avec le même dénominateur :

$$\frac{13}{6} - \frac{8}{6} = \frac{13-8}{6} = \frac{5}{6}$$

→ Avec des dénominateurs multiples l'un de l'autre :

$$\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{1\times 4}{3\times 4} + \frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$$

→ Avec des dénominateurs quelconques :

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{7} = \frac{5\times 7}{2\times 7} + \frac{1\times 2}{7\times 2} = \frac{35}{14} + \frac{2}{14} = \frac{37}{14}$$

Simplifier le résultat quand cela est possible !

◆◇ Multiplier ou diviser avec des fractions NC.10

→ Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{3}{4} \times \frac{11}{7} = \frac{3\times 11}{4\times 7} = \frac{33}{28}$$

→ Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse (**inverse de la 2^{e}** fraction uniquement) :

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$$

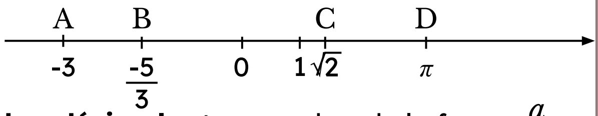
"Diviser, c'est multiplier par l'inverse."

◆◆ Ensembles de nombres NC.11

→ Un nombre est **réel** s'il est l'abscisse d'un point d'une droite graduée appelée la droite numérique.

L'ensemble des nombres réels est noté ℝ.

C'est l'ensemble de tous les nombres que nous avons déjà utilisé et continuerons à utiliser en classe de Seconde.

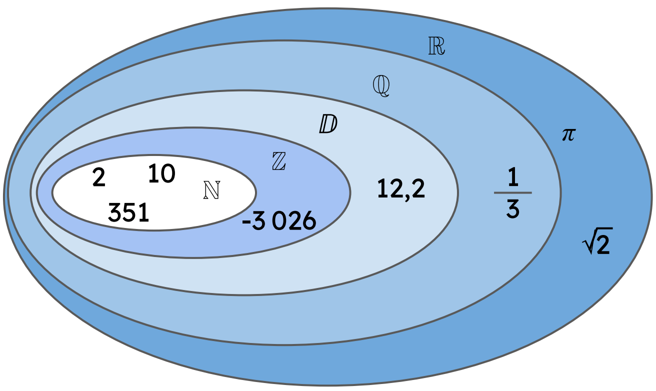


→ Un **nombre décimal** est un nombre de la forme $\frac{a}{10^p}$, avec a entier et p entier naturel. Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
L'ensemble des nombres décimaux est noté $\mathbb{D}$.

→ Un **nombre rationnel** est un nombre sous la forme d'un **quotient** avec a un entier et b un entier non nul. Le nombre $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal : pour le prouver, il faut faire une **démonstration par l'absurde.** L'ensemble des nombres rationnels est noté ℚ.

Remarques :

- Les nombres $\sqrt{2}$ et π ne sont ni entiers, ni décimaux, ni rationnels.
- Un nombre qui n'est pas rationnel est dit **irrationnel.**
- L'ensemble des entiers naturels est inclus dans celui des entiers relatifs, lui-même inclus dans l'ensemble des nombres décimaux qui est contenu dans l'ensemble des nombres rationnels qui est inclus dans l'ensemble des nombres réels.
  On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.



◆◇ Divisibilité NC.12

Pour savoir si b divise a, on utilise **la division euclidienne** de a par b :

$$a = b \times q + r$$

Si r est nul, alors b divise a.

a : dividende
b : diviseur
q : quotient
r : reste

- 21 est divisible par 3
  car 21 = 3×7 + 0 ; le reste est nul.
- 21 n'est pas divisible par 4
  car 21 = 4×5 + 1 ; le reste n'est pas nul.

◆◇ Nombres premiers NC.13

Un nombre est premier lorsqu'il est **divisible par exactement deux nombres** : par 1 et par lui-même.

Exemple : Les vingt-cinq nombres premiers inférieurs à 100 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97…

Cette liste est infinie !

⚠ 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur !

◆◇ Crible d'Ératosthène NC.14

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

◆◇ Décomposer en produit de facteurs premiers NC.15

Pour décomposer 252 en produit de facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant. On obtient ainsi :

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

" On divise par les plus petits nombres premiers jusqu'à trouver 1."

$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

◆◇ Fraction irréductible NC.16

Pour rendre irréductible une fraction, on va décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers :

$$\frac{30}{36} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

◆◇ Critère de divisibilité NC.17

Un nombre est divisible par…

→ **2 :** si le chiffre des unités est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).
Ex : 13 574 ; 279 836.

→ **3 :** si la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 3.
Ex : 741 (7+4+1 = 12).

→ **5 :** si le chiffre des unités est 0 ou 5.
Ex : 3 570 ; 14 235.

→ **9 :** si la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 9.
Ex : 6 318 (6+3+1+8 = 18).

→ **10 :** si le chiffre des unités est 0.
Ex : 120 ; 13 000.

Les préfixes multiplicatifs — NC.18

Préfixe	giga	méga	kilo	milli	micro	nano
symbole	G	M	k	m	µ	n
Puissance associée	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemple : unités de stockage informatique
1 Go (Gigaoctet) = 1 000 Mo (Mégaoctets) = 10^9 octets

Calculer avec les puissances — NC.19

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$; $7^1 = 7$; $12^0 = 1$; $10^5 = 100\,000$

$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$: on dit que 2^{-1} est l'inverse de 2.

Ne pas confondre $5^3 = 5 \times 5 \times 5$ avec 5×3.

$(3x)^2 = 3x \times 3x = 3 \times x \times 3 \times x = 3 \times 3 \times x \times x = 9x^2$

Propriétés : Pour **multiplier deux puissances** d'un même nombre, on **ajoute les exposants** et pour **diviser deux puissances** d'un même nombre, on **soustrait les exposants**.

$9^3 \times 9^2 = 9^{3+2} = 9^5$ $\qquad$ $\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$

Notation scientifique — NC.20

Un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, suivi d'une puissance de 10 qui multiplie ce nombre.

$2\,021 = 2{,}021 \times 10^3$

Carrés et racines carrées — NC.21

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

On en déduit :

$\sqrt{1} = 1$ $\quad$ $\sqrt{4} = 2$ $\quad$ $\sqrt{9} = 3$ $\quad$ $\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{25} = 5$ $\quad$ $\sqrt{36} = 6$ $\quad$ $\sqrt{49} = 7$ $\quad$ $\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{81} = 9$ $\quad$ $\sqrt{100} = 10$ $\quad$ $\sqrt{121} = 11$ $\quad$ $\sqrt{144} = 12$

Encadrer une racine carrée — NC.22

Pour encadrer $\sqrt{20}$ par deux entiers consécutifs, on cherche les deux carrés qui encadrent 20.

$16 < 20 < 25$ donc $4 < \sqrt{20} < 5$

Calculer une expression littérale — NC.23

- Pour $a = 7$, $E = 5a - 10 = 5 \times 7 - 10 = 35 - 10 = 25$.
- Pour $y = 3$, $F = y^2 + 5 = 3^2 + 5 = 9 + 5 = 14$.

Tester une égalité — NC.24

L'égalité $\underbrace{4x + 5}_{G} = \underbrace{19 - 2x}_{D}$ est-elle vraie pour $x = 2$?

On a :

- $G = 4x + 5 = 4 \times 2 + 5 = 8 + 5 = 13$
- $D = 19 - 2x = 19 - 2 \times 2 = 19 - 4 = 15$

or $13 \neq 15$, donc l'égalité est fausse pour $x = 2$.

Réduire une somme algébrique — NC.25

C'est l'écrire avec le moins de termes possibles !

$A = 5 \times 4x - 2 + 11x + 7$
$A = 20x - 2 + 11x + 7$
$A = 20x + 11x - 2 + 7$
$A = 31x + 5$

Développer et réduire — NC.26

→ Distributivité simple :

$k\,(a + b) = k \times a + k \times b$

$E = 5(2x + 3) = 5 \times 2x + 5 \times 3 = 10x + 15$

→ Distributivité double :

$(a + b)\,(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

$E = (x + 6)\,(x + 2)$
$E = x \times x + x \times 2 + 6 \times x + 6 \times 2$
$E = x^2 + 2x + 6x + 12$
$E = x^2 + 8x + 12$

Factoriser — NC.27

$k \times a + k \times b = k\,(a + b)$

- $E = 7a + 7b - 7c$
  $E = 7(a + b - c)$
- $F = 15y + 10y^2$
  $F = 5y \times 3 + 5y \times 2y$
  $F = 5y\,(3 + 2y)$

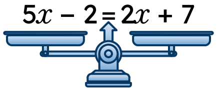
Un peu d'histoire…

Au VI[e] siècle av. J-C, Hippase de Métaponte, disciple de Pythagore, découvre que la racine carrée de 2 ne peut pas s'écrire sous forme de fraction, ce qui crée une véritable crise au sein des pythagoriciens.

La légende dit qu'il aurait été condamné à la noyade pour avoir révélé le secret de l'existence de tels nombres.

Résoudre une équation NC.28

$5x - 2 = 2x + 7$



Éliminer les x d'un membre.

$5x - 2 - 2x = 2x + 7 - 2x$

$3x - 2 = 7$

Éliminer les constantes de l'autre membre.

$3x - 2 + 2 = 7 + 2$

Diviser par le coeff. devant x.

$3x = 9$

$\dfrac{3x}{3} = \dfrac{9}{3}$

OBJECTIF : isoler x.

$x = 3$

$S = \{3\}$

Résoudre une équation produit NC.29

Résoudre $(x - 2)(2x + 3) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

Ainsi $(x - 2)(2x + 3) = 0$ signifie successivement que :

$x - 2 = 0$ ou $2x + 3 = 0$

$x = 2$ ou $2x = -3$

$x = 2$ ou $x = \dfrac{-3}{2}$

$S = \{2 ; -1{,}5\}$

Les identités remarquables NC.30

Développer

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Factoriser

- **Développer :**

$(3x + 4)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2$
$= 3 \times 3 \times x \times x + 2 \times 3 \times 4 \times x + 4 \times 4$
$= 9x^2 + 24x + 16$

$(3x - 4)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2$
$= 3 \times 3 \times x \times x - 2 \times 3 \times 4 \times x + 4 \times 4$
$= 9x^2 - 24x + 16$

$(3x + 4)(3x - 4) = (3x)^2 - 4^2$
$= 3 \times 3 \times x \times x - 4 \times 4$
$= 9x^2 - 16$

- **Factoriser :**

$25x^2 + 30x + 9 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3 + 3^2$
$= a^2 + 2 \times a \times b + b^2$
$= (5x + 3)^2$

$25x^2 - 30x + 9 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2$
$= a^2 - 2 \times a \times b + b^2$
$= (5x - 3)^2$

$36x^2 - 9 = (6x)^2 - 3^2 = (6x - 3)(6x + 3)$

Intervalles NC.31

Voici des exemples illustrant les cas que l'on peut rencontrer :

Inégalités	Intervalle	Représentation	Signification
$-2 \le x \le 5$	$x \in [-2 ; 5]$	-2 5	x est compris entre -2 inclus et 5 inclus.
$-2 < x < 5$	$x \in]-2 ; 5[$	-2 5	x est compris entre -2 exclu et 5 exclu.
$-2 \le x < 5$	$x \in [-2 ; 5[$	-2 5	x est compris entre -2 inclus et 5 exclu.
$-2 < x \le 5$	$x \in]-2 ; 5]$	-2 5	x est compris entre -2 exclu et 5 inclus.
$x \le 5$ ou $5 \ge x$	$x \in]-\infty ; 5]$	5	x est inférieur ou égal à 5.
$x < 5$ ou $5 > x$	$x \in]-\infty ; 5[$	5	x est strictement inférieur à 5.
$-2 \le x$ ou $x \ge -2$	$x \in [-2 ; +\infty[$	-2	x est supérieur ou égal à -2.
$-2 < x$ ou $x > -2$	$x \in]-2 ; +\infty[$	-2	x est strictement supérieur à -2.

Résoudre une inéquation NC.32

- Résoudre $2x > -8$:

$2x > -8$

$\dfrac{2x}{2} > \dfrac{-8}{2}$

$x > -4$

$S =]-4 ; +\infty[$

Lorsqu'on divise par un nombre **strictement positif** les deux membres d'une inégalité, **on ne change pas l'ordre.**

- Résoudre $4x - 1 \le 6x + 5$

$4x - 1 \le 6x + 5$

$4x - 6x \le 1 + 5$

$-2x \le 6$

$\dfrac{-2x}{-2} \ge \dfrac{6}{-2}$

$x \ge -3$

$S = [-3 ; +\infty[$

Lorsqu'on divise par un nombre **strictement négatif** les deux membres d'une inégalité, **on change l'ordre.**

Valeur absolue NC.33

La valeur absolue d'un nombre x est égale à :

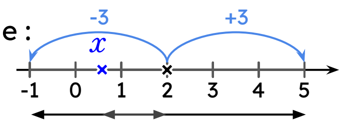
- x si x est positif ;
- $-x$ si x est négatif.

La valeur absolue de x se note $|x|$.

Ex : $|3| = 3$; $|-1{,}5| = 1{,}5$.

Soit a un nombre réel et r un nombre réel positif.
Dire que x est tel que $|x - a| \le r$ signifie que x appartient à l'intervalle $[a - r ; a + r]$.

Dire que $|x - 2| \le 3$ signifie que :
$x \in [2 - 3 ; 2 + 3] = [-1 ; 5]$.



La distance de x à 2 doit être inférieure ou égale à 3.

◆◇ Reconnaître la proportionnalité *GM.01*

❑ Avec le test du double :

Lorsque **deux grandeurs** quantité et prix varient de la **même** façon, on parle de **proportionnalité**.

Si 1 kg coûte 3 €, 2 kg coûteront donc deux fois ce prix, soit 2 × 3 € = 6 €.

Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles :

“ Pour le double de …, a-t-on le double de … ? ” : Si à 14 ans tu mesures 1 mètre 50, alors à 28 ans tu devrais mesurer 3 m, ce qui est absurde !

❑ Dans un tableau :

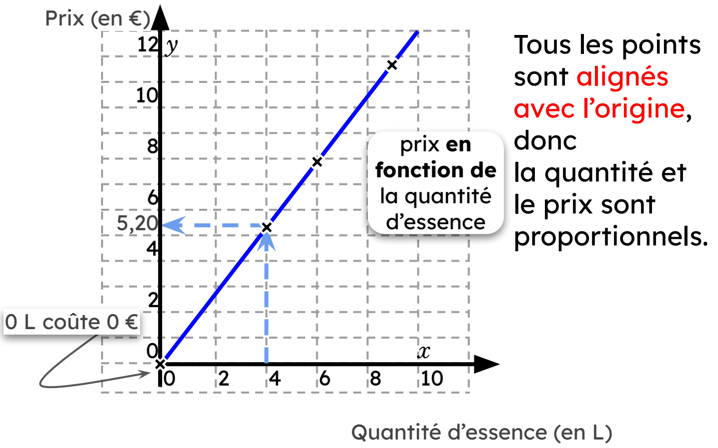
Léo fait 3 fois le plein de son scooter et note les prix :

Quantité d’essence (en L)	6	4	9
Prix (en €)	7,80	5,20	11,70

$\frac{7{,}80}{6} = 1{,}30$; $\frac{5{,}20}{4} = 1{,}30$; $\frac{11{,}70}{9} = 1{,}30$

Tous les quotients sont égaux, donc la quantité d’essence et le prix sont proportionnels.

❑ Sur un graphique :



Tous les points sont alignés avec l’origine, donc la quantité et le prix sont proportionnels.

◆◇ Calculer avec la proportionnalité *GM.02*

❑ Avec le passage à l’unité :

3 samoussas coûtent 1,20 €.
Quel est le prix de 7 samoussas ?

- 3 samoussas coûtent 1,20 €.
- 1 samoussa : 1,20 € ÷ 3 = 0,40 €.
- 7 samoussas : 7 × 0,40 € = 2,80 €.

❑ Avec le coefficient de proportionnalité :

2 bouteilles de soda coûtent 3,40 €.
Calculer le prix de 7 bouteilles.
Avec 17 €, combien peut-on s’acheter de bouteilles ?

Bouteilles	2	7	10
Prix (en €)	3,40	11,90	17

÷ 1,70 ; × 1,70

Pour déterminer le coefficient de proportionnalité, on calcule 3,40 ÷ 2.

7 bouteilles coûtent 11,90 €, et avec 17 €, on peut acheter 10 bouteilles.

❑ En utilisant la “règle de trois” :

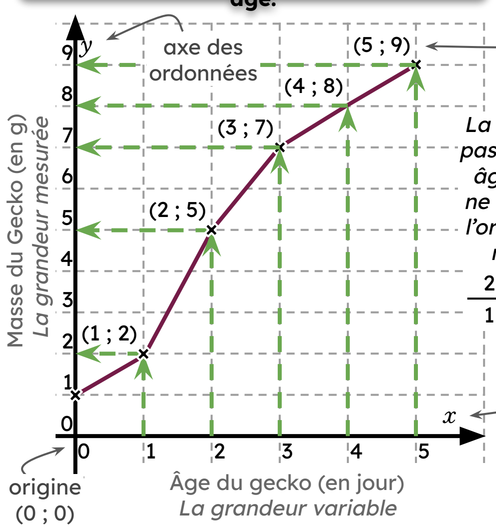
Pour réaliser une douzaine de crêpes, Camille utilise 3 œufs. Pour 20 crêpes, combien lui en faudrait-il ?

12 crêpes	3 œufs
20 crêpes	3×20÷12 = 5

Il lui faudrait donc 5 œufs.

◆◇ Représentation graphique *GM.04*

Représentation graphique de la **masse** d’un gecko **en fonction de** son **âge.**



La masse du gecko n’est pas proportionnelle à son âge, en effet les points ne sont pas alignés avec l’origine, et les quotients ne sont pas égaux !

$\frac{2}{1} = 2$; $\frac{5}{2} = 2{,}5$

Âge du gecko (en jour)	0	1	2	3	4	5
Masse du gecko (en g)	1	2	5	7	8	9

◆◇ Ratio *GM.03*

Dans la recette d’un cocktail on trouve du jus d’orange, du jus de pomme, du jus de citron et de la limonade dans le ratio 4 : 4 : 1 : 3.

Quelle quantité de limonade faut-il prévoir pour préparer 1,5 L de boisson ?

- 4 + 4 + 1 + 3 = 12 parts.
- 1,5 L ÷ 12 = 0,125 L = 12,5 cL pour une part.
- 3 × 12,5 cL = 37,5 cL de limonade.

◆◇ Échelle *GM.05*

Sur une carte à l’échelle 1/75 000, la distance entre St Gilles et Ste Anne est de 72 cm. Déterminer la distance réelle à vol d’oiseau (ligne droite) :

	Échelle	St Gilles – Ste Anne
Distance sur le plan	1	72
Distance réelle	75 000	72 × 75 000 = **5 400 000**

× 75 000

La distance à vol d’oiseaux en km entre Saint-Gilles et Sainte-Anne est donc de 5 400 000 cm, soit 54 km (voir l’ étiquette **Conversions** page 14).

◆◇ Déterminer un pourcentage GM.06

C'est calculer la proportion (fraction) sur 100 !

Dans une classe de 20 élèves, 3 sont gauchers. Quel est le pourcentage de gauchers ?

- $\frac{3}{20} = 3 \div 20 = 0{,}15 = \frac{15}{100} = 15\ \%$

ou

- $\frac{3}{20} \times 100 = 15$: 15 % sont gauchers.

◆◇ Prendre un pourcentage GM.07

95 % des 500 élèves du collège ont un téléphone portable, cela représente : $\frac{95}{100} \times 500 = 475$ élèves.

*C'est **multiplier** le nombre par ce pourcentage.*

- Prendre 50%, c'est prendre la moitié.
- Prendre 25%, c'est prendre le quart.
- Prendre 75%, c'est prendre les trois quarts.
- Prendre 100%, c'est prendre la totalité.
- Prendre 200 %, c'est prendre le double.

◆◇ Augmenter ou réduire d'un pourcentage GM.08

Une robe à 49 € est soldée à -30 %.
Quel est le prix soldé de cette robe ?

Montant de la remise : $\frac{30}{100} \times 49 = 14{,}70$ €.

Prix soldé : 49 € – 14,70 € = 34,30 €.

◆◇ Retrouver la valeur initiale GM.09

Après une diminution de 5 %, mon smartphone coûte maintenant 956,65 €. Calculer son prix avant la remise :

Une diminution de 5 % revient à multiplier par 100 % – 5 % = 95 % = 0,95.

Prix × 0,95 = 956,65

Pour retrouver le prix initial, on va donc diviser le prix final par 0,95.

956,65 ÷ 0,95 = 1007

Avant la remise, le prix de mon smartphone était de 1007 €.

◆◇ Pourcentages successifs GM.10

⚠ Diminuer deux fois un prix de 10 % ne revient pas à baisser le prix de 20 % !

Vérifions avec un article à 100 € :

- 2 baisses de 10 % → 100 × 0,9 × 0,9 € = 81 €
- 1 baisse de 20 % → 100 × 0,8 € = 80 €.

◆◆ Calculer une évolution GM.11

→ Augmenter une valeur de t% revient à la multiplier par $1 + t/100$.

→ Diminuer une valeur de t% revient à la multiplier par $1 - t/100$.

$1 + t/100$ et $1 - t/100$ sont appelés les **coefficients multiplicateurs** (CM).

- Le prix d'un kilogramme de letchis est de 1,50 €. Il augmente de 20%. Son nouveau prix est égal à : 1,5 × (1 + 20/100) € = 1,5 × 1,2 € = 1,80 €.
- Le prix d'une robe est de 40 €. Il diminue de 30%. Son nouveau prix est égal à : 40 × (1 – 30/100) € = 40 × 0,7 € = 28 €.

◆◆ Calculer un taux d'évolution GM.12

On considère une valeur V_0 qui subit une évolution pour arriver à une valeur V_1. Le **taux d'évolution** (ou la **variation relative**) est égal(e) à : $t = (V_1 - V_0) \div V_0$.

- Si $t > 0$, alors il s'agit d'une **augmentation**.
- Si $t < 0$, alors il s'agit d'une **diminution**.

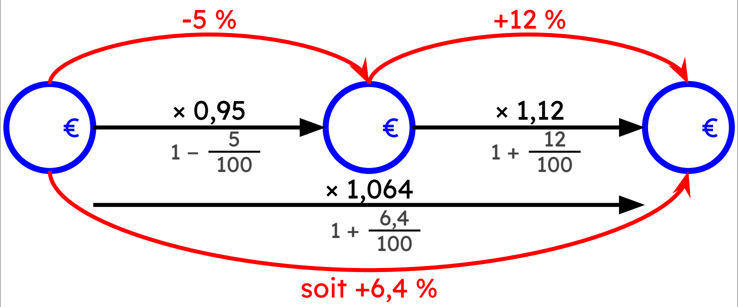
Le prix d'un vélo électrique passe de 1280 € à 1152 €. Exprimer le taux d'évolution de cette diminution en pourcentage :

$t = (1152 - 1280) \div 1280 = -0{,}1 = -10\%$,

donc son prix a diminué de 10%.

◆◆ Calculer des évolutions successives GM.13

Le prix d'un smartphone baisse de 5%, puis augmente de 12%.



→ Pour déterminer le **coefficient multiplicateur global** CM_{global} on multiplie les coefficients multiplicateurs de chaque évolution :
$CM_{global} = 0{,}95 \times 1{,}12 = 1{,}064$.

→ Pour déterminer le **taux d'évolution global** t_{global} on effectue :
$t_{global} = CM_{global} - 1 = 1{,}064 - 1 = 0{,}064 = 6{,}4\ \%$.

Par conséquent, le prix du smartphone augmente globalement de 6,4%.

Voici les 13 pointures des filles d'une classe sous forme de série statistique :

39 ; 36 ; 38 ; 41 ; 37 ; 38 ; 37 ; 39 ; 36 ; 39 ; 40 ; 37 ; 39.

◆◇ Effectif et fréquence SP.01

- L'effectif des filles qui chaussent du 37 est de 3.
- L'effectif total est de 13.
- La fréquence des filles qui chaussent du 37 est :

$f = \frac{3}{13} \approx 0{,}23$ soit environ 23% des filles.

"On compte 3 fois la pointure 38 sur les 13 réponses données."

◆◇ Calculer une moyenne simple SP.02

$$M = \frac{36 + 36 + 37 + 37 + 37 + \dots + 41}{13} = \frac{496}{13} \approx 38{,}2$$

◆◇ Calculer une moyenne pondérée SP.03

On affecte des coefficients à chaque pointure :

$$M = \frac{36\times2 + 37\times3 + 38\times2 + 39\times4 + \dots + 41\times1}{13} = \frac{496}{13} \approx 38{,}2$$

◆◇ Calculer une étendue SP.04

Étendue = valeur maximale – valeur minimale

L'**étendue** de cette série est : 41 – 36 = 5.

◆◇ Calculer une médiane SP.05

Il y a 13 valeurs à ranger dans l'ordre croissant :

$\underbrace{36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38}$; 38 ; $\underbrace{39 ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41}$.

6 valeurs dans chaque série

La **médiane,** qui partage la série en deux groupes de même effectif, est la 7^e valeur, soit 38.

Interprétation : Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins, que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

Si la médiane se trouve entre deux valeurs, on prend la moyenne de ces deux valeurs.

◆◆ Calculer des quartiles SP.06

- Le **premier quartile** est la donnée de la série se trouvant au quart de l'effectif.
- Le **troisième quartile** est la donnée de la série se trouvant aux trois quarts de l'effectif.
- L'**écart interquartile** = 3^e quartile – 1er quartile.
  Il n'est pas influencé par les valeurs extrêmes de la série.

Pour déterminer les quartiles, il faut ordonner les séries dans l'ordre croissant :

36 ; 36 ; 37 ; **37** ; 37 ; 38 ; 38 ; 39 ; 39 ; **39** ; 39 ; 40 ; 41.

⚠ 4^e position : 4 est l'entier qui vient juste après 3,25.

Exemple :

- ¼ × 13 = 3,25 : le 1er quartile est la 4^e donnée de la série ordonnée, c'est-à-dire ici 37.
  Donc ¼ des filles chaussent du 37 ou moins.
- ¾ × 13 = 9,75 : le 3^e quartile est la 10^e donnée de la série ordonnée, c'est-à-dire ici 39.
  Donc ¾ des filles chaussent du 39 ou moins.
- L'écart interquartile est égal à 39 – 37, soit à 2. Donc 50% des élèves ont 2 pointures d'écart.

◆◇ Calculer avec un tableur SP.07

H2 | fx =SOMME(B2:G2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Pointures	36	37	38	39	40	41	Total	
2	Effectifs	2	3	2	4	1	1	13	
3									

La formule qui donne la somme des effectifs en H2 est :

```
= SOMME(B2:G2) ou
= B2 + C2 + D2 + E2 + F2 + G2
```

◆◆ Calculer une variance et un écart-type SP.08

La **variance** V d'une série statistique de moyenne dont les valeurs du caractère sont x_1, x_2, x_3, ..., x_k et les effectifs correspondants sont n_1, n_2, n_3, ..., n_k est égale à : $V = \frac{n_1 \times (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + n_k \times (x_k - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$.

$$V = \frac{2\times(36 - 38{,}2)^2 + 3\times(37 - 38{,}2)^2 + 2\times(38 - 38{,}2)^2 + 4\times(39 - 38{,}2)^2 + 1\times(40 - 38{,}2)^2 + 1\times(41 - 38{,}2)^2}{13} \approx 2{,}13$$

L'**écart-type** s d'une série statistique de variance V est égal à : $s = \sqrt{V}$. Ici : s ≈ 1,46.

◆◆ Indicateurs statistiques SP.09

- Les indicateurs de **position** montrent autour de quel nombre se situent les valeurs : moyenne, médiane.
- Les indicateurs de **dispersion** montrent si les valeurs sont plus ou moins dispersées : étendue, variance et écart-type.

Dans notre exemple, les valeurs sont peu dispersées autour de la moyenne (écart-type "petit").

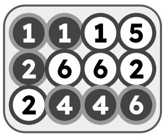
Vocabulaire des probabilités (1) *SP.10*

Expérience aléatoire : expérience liée au hasard.
Issue : résultat possible d'une expérience aléatoire.
Événement : constitué d'une ou plusieurs issues d'une expérience aléatoire.

Dénombrer les issues *SP.11*

Dans une expérience aléatoire, il faut pouvoir compter précisément l'ensemble des issues. Si toutes les issues ont les mêmes chances de se réaliser, on dit qu'elles sont **équiprobables**.

On considère une urne contenant des boules blanches ou grises, et numérotées :



Si on s'intéresse à la couleur de la boule, quelles sont les issues possibles ?

Les issues possibles sont "Grise" et "Blanche", elles sont équiprobables !

Issues	*"Grise"*	*"Blanche"*
Probabilité	6/12 = 1/2	6/12 = 1/2

Si on s'intéresse au numéro écrit sur la boule, quelles sont les issues possibles ?

Les issues possibles sont "1", "2", "3", "4", "5" et "6", elles ne sont pas équiprobables !

Issues	*1*	*2*	*4*	*5*	*6*
Probabilité	3/12	3/12	2/12	1/12	3/12

Calculer une probabilité *SP.12*

$$Probabilité = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Dans un jeu de 32 cartes,

- Probabilité de tirer un roi :

$$P(Roi) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = \frac{12{,}5}{100} = 12{,}5\%$$

Dans un sac, il y a 10 boules rouges numérotées de 1 à 10, et 6 boules noires numérotées de 1 à 6. On tire sans regarder une boule du sac.

- Probabilité de tirer une boule rouge :

$$P(Rouge) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0{,}625 = \frac{62{,}5}{100} = 62{,}5\%$$

On a 5 chances sur 8 de tirer une boule rouge ou 62,5%.

- Probabilité de tirer une boule numérotée 5 :

$$P(5) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = \frac{12{,}5}{100} = 12{,}5\%$$

Vocabulaire des probabilités (2) *SP.13*

On reprend l'expérience aléatoire de *SP.11.*

→ Si on s'intéresse au numéro, un **événement certain** de se réaliser est : "*Ne pas tomber sur le numéro 3*".

→ Si on s'intéresse à la couleur, un **événement impossible** est : "*Tirer une boule verte*".

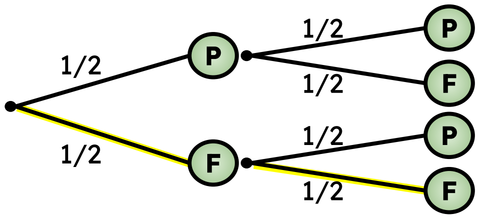
→ Deux **événements incompatibles** ne peuvent se réaliser en même temps : "*Tomber sur un numéro pair*" et "*Tomber sur le numéro 5*".

→ L'**événement contraire** *de A, noté* $\bar{A}$, est celui qui se réalise lorsque *A* ne se réalise pas. *A : "Tomber sur un numéro pair"* et $\bar{A}$ *: "Tomber sur un numéro impair".*

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Arbre de probabilités *SP.14*
Tree diagram

Pour 2 lancers consécutifs d'une pièce (pile ou face) :



Avec un arbre, la probabilité d'obtenir une issue est égale au produit des probabilités rencontrées le long du chemin :

$$P(FF) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25\,\%.$$

Calculer la probabilité de la réunion de deux événements *SP.15*

On considère l'expérience aléatoire suivante : on lance un dé équilibré à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

On considère les événements suivants :

- A : « On obtient un nombre pair » ;
- B : « On obtient un multiple de 3 ».

Calculons la probabilité de l'événement $A \cup B$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

→ $A \cup B$ se lit : "A **union** B", qui correspond à A **ou** B.
→ $A \cap B$ se lit : "A **inter** B", qui correspond à A **et** B.

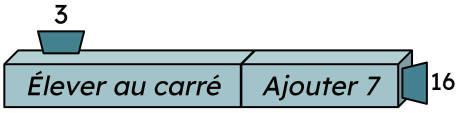
- $A \cap B$ est l'événement "On obtient un 6", donc on a :
$P(A \cup B) = 3/6 + 2/6 - 1/6 = 4/6 = 2/3$.

Une probabilité est un nombre toujours compris entre 0 et 1.

Notion de fonction

F.01

Processus qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un **unique** nombre d'arrivée.
Si on laisse tomber 3 dans cette machine, on obtient $3^2 + 7 = 9 + 7 = 16$.
On dit alors que : "3 a pour **image** 16".



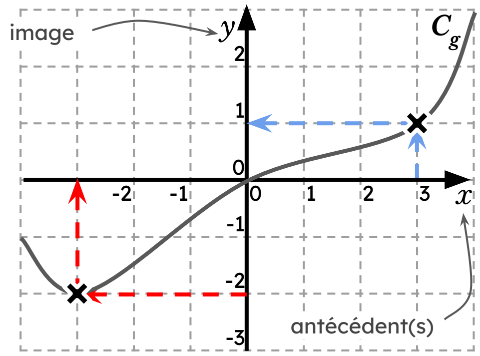
Pour un nombre x, on obtient $x^2 + 7$. Appelons cette **fonction** f, on note :

$$f : x \mapsto x^2 + 7$$

se lit : "la fonction f qui à x associe x^2+7".

Lecture graphique

F.03

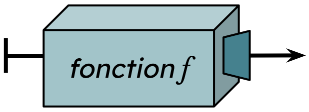


- L'image par g de 3 est 1 : $g(3) = 1$.
- L'antécédent par g de -2 est -3 : $g(-3) = -2$.

Vocabulaire

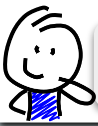
F.02

- Nombre de départ
- x
- **un** antécédent
- abscisse



- Nombre d'arrivée
- $f(x)$; y
- **l'**image
- ordonnée

⚠ Un **nombre de départ** a une **unique image**. Par contre, un **nombre d'arrivée peut** avoir **plusieurs antécédents.**



Les fonctions linéaires et constantes sont des cas particuliers de fonctions affines !

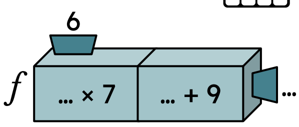
- ❑ Fonction affine : $f : x \mapsto ax + b$
- ❑ Fonction linéaire : $f : x \mapsto ax$
- ❑ Fonction constante : $f : x \mapsto b$

a : coefficient directeur
b : ordonnée à l'origine

Calculer l'image

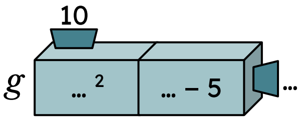
F.04

Soit $f : x \mapsto 7x + 9$
Calculer l'image de 6 par f.



- $f(6) = 7 \times 6 + 9 = 42 + 9 = 51$
  donc 6 a pour image 51 par f.

Soit $g : x \mapsto x^2 - 5$
Calculer l'image de 10 par g.



- $g(10) = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$
  donc 10 a pour image 95 par g.

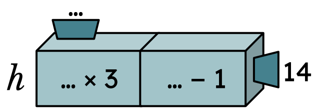
Calculer un antécédent

F.05

Soit $h : x \mapsto 3x - 1$
Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 14 par h revient à résoudre l'équation $h(x) = 14$:

$$3x - 1 = 14$$
$$3x - 1 + 1 = 14 + 1$$
$$3x = 15$$
$$3x \div 3 = 15 \div 3$$

$x = 5$. Donc 14 a pour antécédent 5 par h.



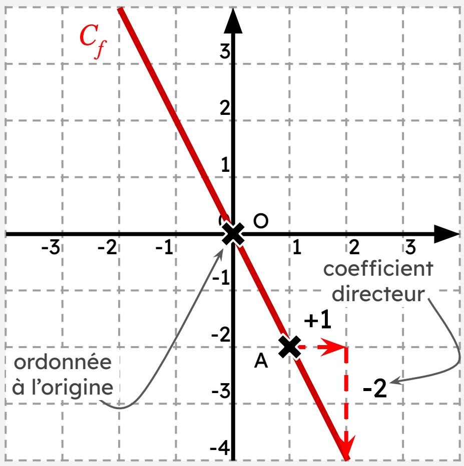
Ici, on peut aussi "remonter la machine" :
- $14 + 1 = 15$
- $15 \div 3 = 5$.

Représenter graphiquement

F.06

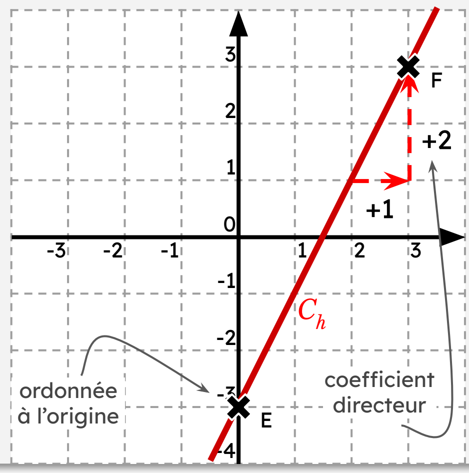
❑ Fonction linéaire

$f : x \mapsto -2x$ est une fonction linéaire. Sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine O, et par le point A(1 ; -2).



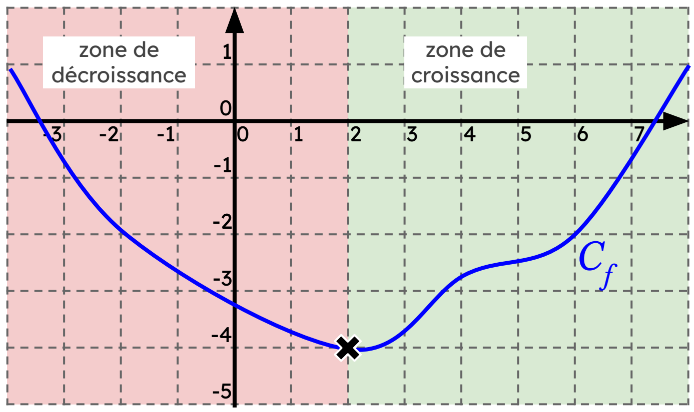
❑ Fonction affine

$h : x \mapsto 2x - 3$ est une fonction affine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par les points E(0 ; -3) et F(3 ; 3).



◆◆ Variations d'une fonction — F.07

La fonction f représentée ci-contre est **définie** sur $\mathbb{R}$.
On peut trouver l'image de n'importe quel nombre réel par f.



→ La fonction f est **décroissante** sur l'intervalle]-∞ ; 2] et **croissante** sur l'intervalle [2 ; +∞[.

→ La fonction f admet un **minimum** sur $\mathbb{R}$ qui vaut -4, atteint en x = 2.

On peut représenter les variations de la fonction f dans un **tableau de variations** :

x	-∞		2		+∞
$f(x)$		↘	-4	↗	

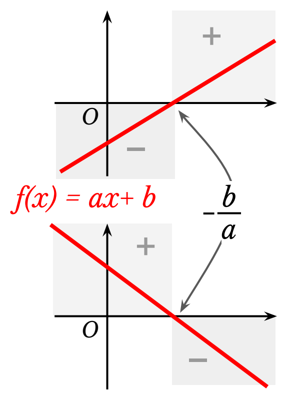
◆◆ Signe de $ax + b$ — F.08

- Si $a > 0$

x	-∞		$-\frac{b}{a}$		+∞
$ax + b$		−	0	+	

- Si $a < 0$

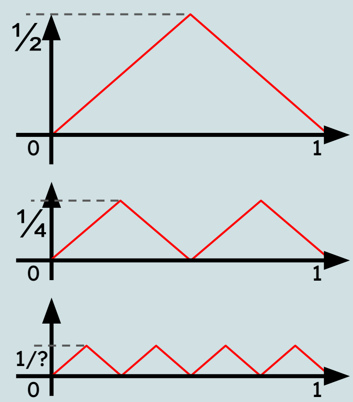
x	-∞		$-\frac{b}{a}$		+∞
$ax + b$		+	0	−	



On pourra retenir :
"$ax + b$ **est du signe de** a **à droite du zéro".**

De belles fonctions déroutantes…

Voici des fonctions "dents de scie", dont on pourrait encore augmenter le nombre de dents… qui sera toujours une puissance de … !?



◆◆ Tableau de signes — F.09

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(-6x + 3)(x + 2) > 0$.

1 Chercher les valeurs qui annulent chaque facteur :

$$-6x + 3 = 0 \qquad x + 2 = 0$$
$$-6x = -3 \qquad x = -2$$
$$x = \frac{-3}{-6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2 Placer dans la première ligne les valeurs précédentes dans l'ordre croissant (-2 et ½).

3 Placer dans la première colonne les facteurs de l'expression.

x	-∞		-2		$\frac{1}{2}$		+∞
$-6x + 3$		+		+	0	−	
$x + 2$		−	0	+		+	
$(-6x + 3)(x + 2)$		−	0	+	0	−	

5 Compléter les signes : $-6x + 3$ est du signe de -6, soit −, "à droite du zéro".

4 Écrire les "0" sous les valeurs qui annulent les expressions de la première colonne :

- -2 annule $x + 2$
- -2 annule $(-6x + 3)(x + 2)$
- ½ annule $-6x+3$
- ½ annule $(-6x+3)(x+2)$

6 Déduire le signe de l'expression $(-6x + 3)(x + 2)$ grâce à la règle des signes.

7 Conclure : $(-6x + 3)(x + 2) > 0$ pour $x \in \left]-2\,;\frac{1}{2}\right[$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(-6x + 3)(x + 2) > 0$ est :

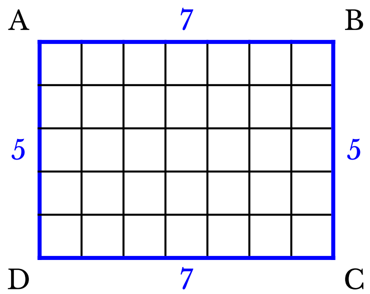
$$S = \left]-2\,;\frac{1}{2}\right[$$

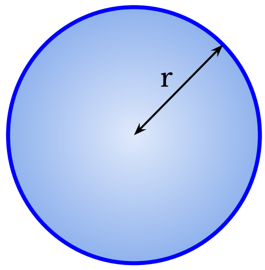
*Remarque : les crochets de l'intervalle sont ouverts car les valeurs -2 et ½ ne sont pas solutions de l'inéquation. $(-6x + 3)(x + 2)$ doit être **strictement positif**.*

- $(-6x + 3)(x + 2) > 0$, S =]-2 ; ½[
- $(-6x + 3)(x + 2) \geq 0$, S = [-2 ; ½]

◆◇ Aires et périmètres — GM.14

Le périmètre est la mesure du tour de la figure.
L'aire est la mesure de la surface de la figure.





P_{ABCD} = 7 cm + 5 cm + 7 cm + 5 cm = 24 cm

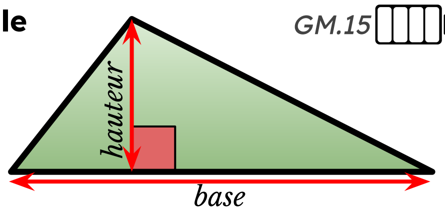
A_{ABCD} = 7 cm × 5 cm = 35 cm²

Le périmètre d'un cercle de rayon r = 3 cm est :
$P = 2 \times \pi \times r$ cm = $2\pi \times 3$ cm = 6π cm ≈ 18,8 cm.

L'aire d'un disque de rayon r = 3 cm est :
$A = \pi \times r \times r$ cm² = $\pi \times 3^2$ cm² = 9π cm² ≈ 28,3 cm².

◆◇ Aire d'un triangle — GM.15

$$A_{Triangle} = \frac{b \times h}{2}$$



◆◇ Conversions — GM.17

1 min = 60 s
1 m = 100 cm
1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³

1 h = 60 min = 3 600 s
1 km = 1 000 m
1 m³ = 1 000 L

Volume d'eau nécessaire pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m :

$V_{Piscine} = L \times l \times h$ = 5 m × 4 m × 1,5 m = 30 m³ = 30 000 L.

Convertir des longueurs

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	5	7	4,	3		

5 743 dm = 574,3 m

Convertir des aires

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
					3	6	2	4	3	0	0		

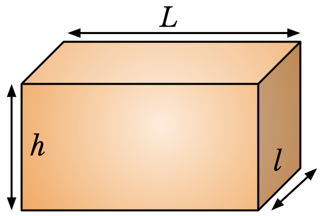
36 243 dm² = 3 624 300 cm²

Convertir des volumes

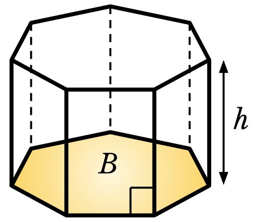
km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
											0,	0	8	6						

86 dm³ = 0,086 m³

◆◇ Volumes — GM.16

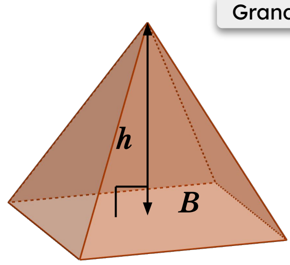


Pavé droit
$V = L \times l \times h$

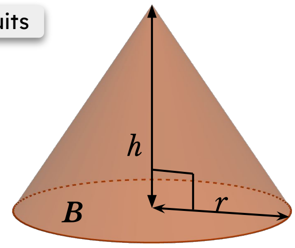


Prisme droit
$V = Aire_{Base} \times h$

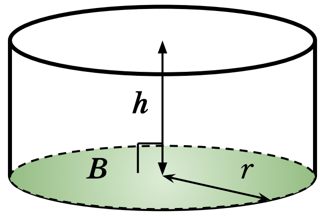
Grandeurs produits



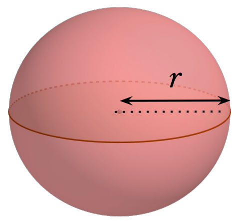
Pyramide
$V = \frac{1}{3} \times B \times h$



Cône
$V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$



Cylindre
$V = \pi \times r^2 \times h$



Aire sphère
$A = 4 \times \pi \times r^2$

Volume Boule
$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

◆◇ Grandeurs quotients — GM.18

❏ **Calculer une vitesse**

Émilie parcourt 50 km en 2 heures avec son scooter. Sa vitesse moyenne est de :

$v = \frac{d}{t} = \frac{50}{2}$ = 25 km/h.

❏ **Convertir une vitesse en m/s**

25 km/h = $\frac{25 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{25\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}}$ ≈ 7 m/s

❏ **Convertir une vitesse en km/h**

10 m/s = $\frac{10 \text{ m} \times 3600}{1 \text{ s} \times 3600} = \frac{36\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{36 \text{ km}}{1 \text{ h}}$ = 36 km/h

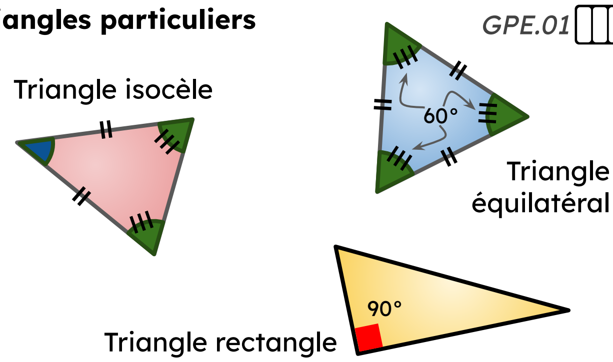
❏ **C'est quoi un débit ?**

Un robinet a un débit de 0,5 m³/h : cela signifie que le robinet laisse couler 0,5 m³ d'eau en une heure, soit 500 litres en une heure.

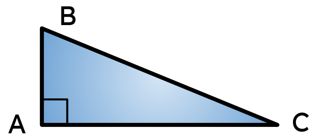
❏ **C'est quoi une densité ?**

La densité de population de La Réunion est de 336 habitants/km² : cela signifie que sur une superficie de 1 km² se trouvent en moyenne 336 habitants.

Triangles particuliers
GPE.01



Théorème de Pythagore
GPE.04

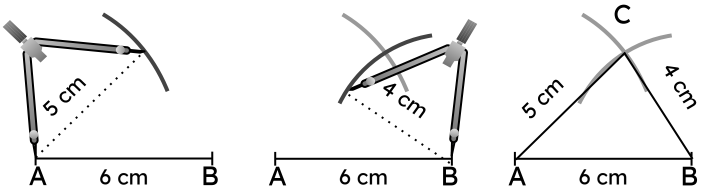


Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

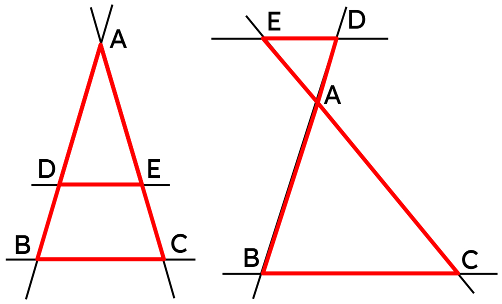
Construire un triangle
GPE.02

Construire un triangle de côtés 6 cm, 4 cm et 5 cm.



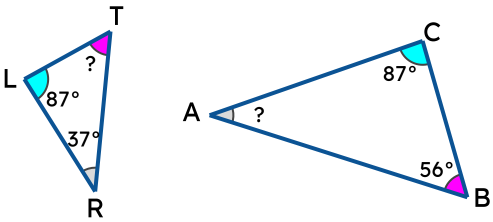
On commence toujours par tracer le plus grand côté !

Théorème de Thalès
GPE.05



Si $\begin{cases} (BC) \;//\; (DE) \\ (DB) \text{ et } (EC) \text{ sécantes en A, alors } \end{cases}$ $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC}$.

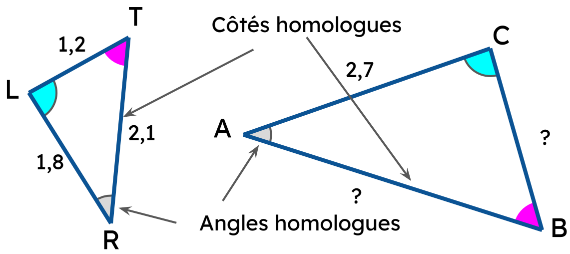
Triangles semblables
GPE.03



- $\widehat{RTL} = 180° - (87° + 37°) = 56°$
- $\widehat{BAC} = 180° - (87° + 56°) = 37°$

➔ Les angles sont égaux deux à deux, donc les triangles sont semblables.

➔ Leurs côtés homologues sont proportionnels, ainsi :



côtés RTL	LT	TR	RL
	1	2	1,8
côtés ABC	BC	AB	AC
	?	?	2,7

$\dfrac{2,7}{1,8}$ ×1,5

AB = 2×1,5 = 3
BC = 1×1,5 = 1,5

ABC est un agrandissement de RTL de rapport 1,5.

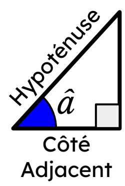
Trigonométrie
GPE.06

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu $\hat{a}$:

$$\text{Cos}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté Adjacent à } \hat{a}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\text{Sin}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté Opposé à } \hat{a}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\text{Tan}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté Opposé à } \hat{a}}{\text{Côté Adjacent à } \hat{a}}$$



Retiens :
CAH-SOH-TOA
(casse-toi !)

$\text{Cos} = \dfrac{A}{H}$

Formules de trigonométrie :

$\cos^2(\hat{a}) + \sin^2(\hat{a}) = 1$

$\tan(\hat{a}) = \dfrac{\sin(\hat{a})}{\cos(\hat{a})}$

⚠ avec $\hat{a} \neq 90°$

Calculer une longueur

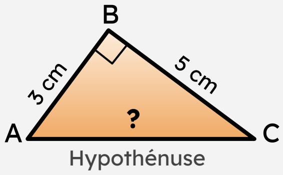
Avec Pythagore — GPE.07

Calculer la longueur de l'hypoténuse

ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$



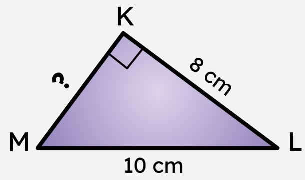
d'où AC = $\sqrt{34}$ cm ≈ 5,8 cm (à 1 mm près).

Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

KLM est rectangle en K, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

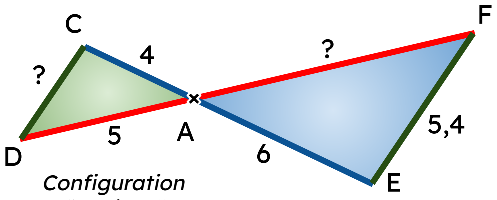
$KM^2 = ML^2 - KL^2$

$= 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$



d'où KM = $\sqrt{36}$ cm = 6 cm.

Dans une configuration de Thalès — GPE.08



Configuration "papillon"

RÉDACTION

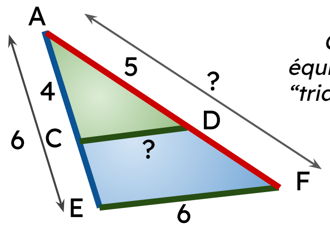
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés, de plus les droites (CD) et (EF) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès :

on a : $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AD}{AF} = \dfrac{CD}{EF}$

soit : $\dfrac{4}{6} = \dfrac{5}{AF} = \dfrac{CD}{5{,}4}$

$AF = \dfrac{6 \times 5}{4}$ cm $= \dfrac{30}{4}$ cm $= 7{,}5$ cm

et $CD = \dfrac{4 \times 5{,}4}{6}$ cm $= \dfrac{21{,}6}{6}$ cm $= 3{,}6$ cm.



Configuration équivalente, avec les "triangles emboîtés".

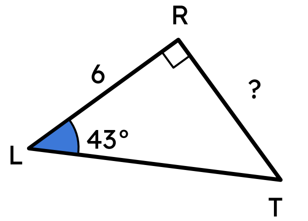
Avec la trigonométrie — GPE.09

Soit RTL un triangle rectangle en R tel que RL = 6 cm et $\widehat{RLT}$ = 43°. Déterminer RT à 1 mm près.

CHECK UP CAH SOH TOA

Côtés concernés :
- ☑ Côté **A**djacent
- ☑ Côté **O**pposé
- ☐ **H**ypoténuse

J'utilise donc :
- ☐ Cosinus
- ☐ Sinus
- ☑ Tangente



RÉDACTION

Dans le triangle RTL rectangle en R,

on a : $\tan(\widehat{RLT}) = \dfrac{RT}{RL}$

soit : $\dfrac{\tan(43°)}{1} = \dfrac{RT}{6}$

d'où RT = 6 cm × tan 43° ≈ 5,6 cm.

Pour arrondir au 1/10 près, regarde bien les 1/100 : 5,50 < 5,59 < 5,60.

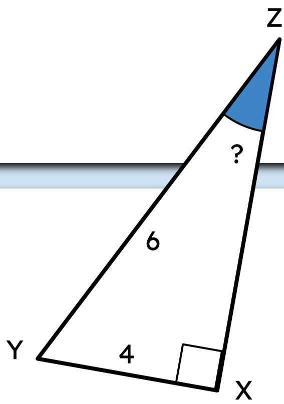
le + proche

```
DEG
6×tan(43)
5,595090517
```

Calculer un angle

Avec la trigonométrie — GPE.11

Soit XYZ un triangle rectangle en X tel que XY = 4 cm et YZ = 6 cm. Déterminer $\widehat{YZX}$.



CHECK UP CAH SOH TOA

Je connais :
- ☐ Côté **A**djacent
- ☑ Côté **O**pposé
- ☑ **H**ypoténuse

J'utilise donc :
- ☐ Cosinus
- ☑ Sinus
- ☐ Tangente

RÉDACTION

Dans le triangle XYZ rectangle en X,

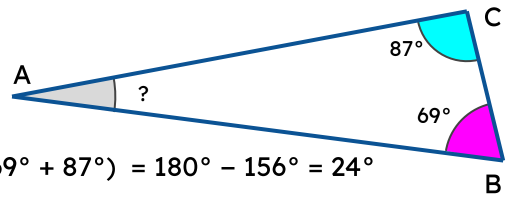
$\sin(\widehat{YZX}) = \dfrac{XY}{YZ} = \dfrac{4}{6}$

d'où $\widehat{YZX} \approx 42°$

```
DEG
arcsin(4/6)
41,8103149
```

Avec la règle des 180° — GPE.10

La somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.

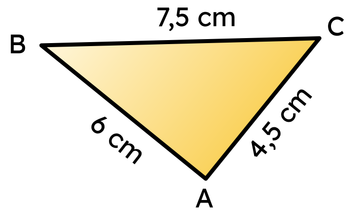


$\widehat{ABC}$ = 180° − (69° + 87°) = 180° − 156° = 24°

Démontrer

Prouver qu'un triangle est rectangle

GPE.12



On commence toujours par calculer le carré du plus grand côté.

D'une part : $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$.
D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25$.

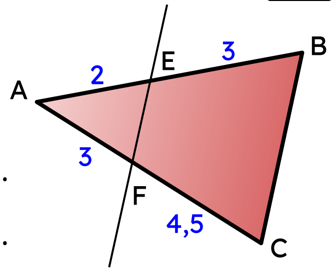
On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, donc l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Ainsi ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.

Prouver que deux droites sont parallèles

GPE.13



D'une part : $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} = 0{,}4$.

D'autre part : $\frac{AF}{AC} = \frac{3}{7{,}5} = 0{,}4$.

On constate que $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$, donc l'égalité de Thalès est vérifiée.

De plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.

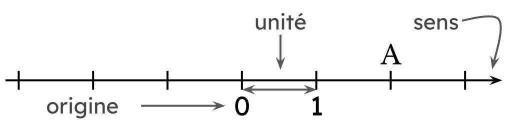
Se repérer

Se repérer sur une droite graduée

GPE.14

Une droite graduée est une droite sur laquelle on a fixé une origine, un sens et une unité de longueur.

Chaque point est repéré par son abscisse. A est le point d'abscisse 2 : on note **A (2)**.



Se repérer sur une sphère

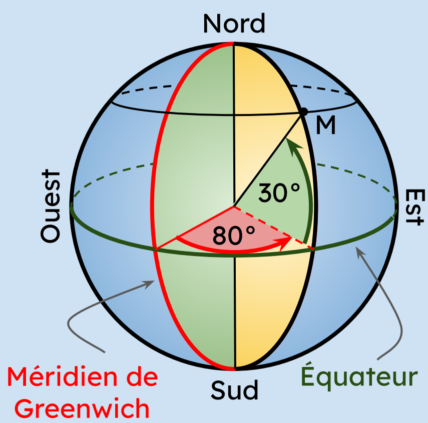
GPE.15

On a besoin de deux coordonnées : la **latitude** et la **longitude**. On assimile la Terre à une sphère.

→ La latitude est comprise entre 0° et 90° Nord ou Sud.
Exemple : M a pour latitude 30°N.

→ La longitude est comprise entre 0° et 180° Est ou Ouest.
Exemple : M a pour longitude 80°E.

M a pour coordonnées **(30°N ; 80°E)**



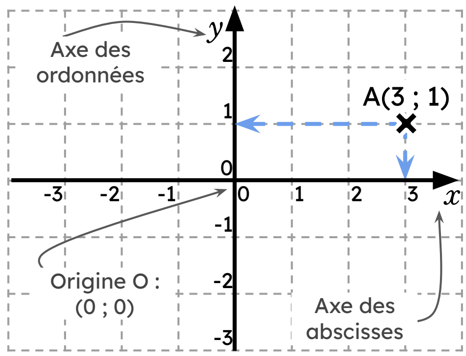
Se repérer dans le plan

GPE.16

Un repère, c'est deux droites graduées qui se coupent à l'origine O.

Chaque point est repéré par deux coordonnées (x ; y) : une **abscisse** x (sur l'**axe horizontal**) et une **ordonnée** y (sur l'**axe vertical**).

A a pour coordonnées **(3 ; 1)**.

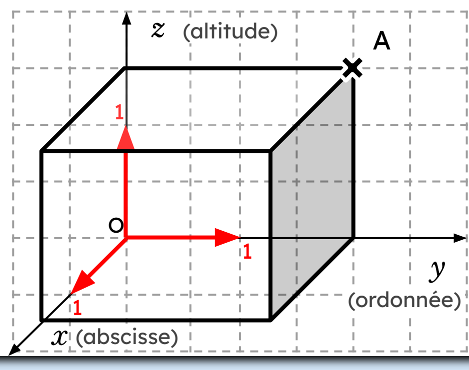


Se repérer sur un pavé droit

GPE.17

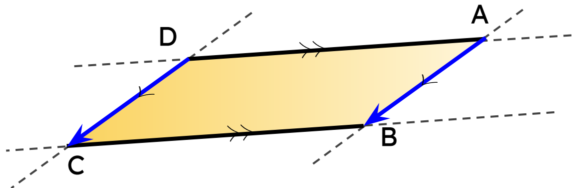
Tout point sur un pavé droit est repéré par une abscisse, une ordonnée et une altitude (ou une cote).

A a pour coordonnées **(0 ; 2 ; 1,5)**.



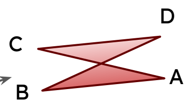
Parallélogramme — GPE.18

ABCD est un parallélogramme signifie que :



- ses côtés opposés sont parallèles ;
- ses côtés opposés sont égaux ;
- ses angles opposés ont la même mesure ;
- ses diagonales se coupent en leur milieu ;
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

⚠ On parle bien du parallélogramme ABCD, et non ABDC.



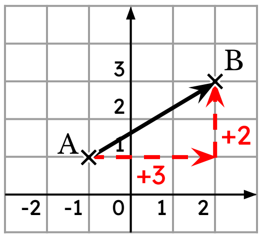
Calculer les coordonnées d'un vecteur et sa norme — GPE.19

Soit A $(x_A\,;y_A)$ et B $(x_B\,;y_B)$ deux points du plan muni d'un repère orthonormé, alors :

- coordonnées de $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$
- norme de $\overrightarrow{AB}$: $\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

<u>Exemple</u> : A (-1 ; 1) ; B (2 ; 3)

- $\overrightarrow{AB}$ (2 – (-1) ; 3 – 1) soit $\overrightarrow{AB}$ (3 ; 2)
- $\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$



Prouver que deux vecteurs sont colinéaires grâce au déterminant — GPE.20

Soit $\vec{u}$(1 ; 3) et $\vec{v}$(-3 ; -9) deux vecteurs du plan.
Le **déterminant** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ vaut :

$$det(\vec{u};\vec{v}) = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -9 \end{vmatrix} = 1 \times (-9) - 3 \times (-3) = -9 + 9 = 0,$$

donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Calculer les coordonnées du milieu d'un segment — GPE.21

Soit A $(x_A\,;y_A)$ et B $(x_B\,;y_B)$ deux points du plan.
Si I est le milieu de [AB], alors $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}\,;\,\dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

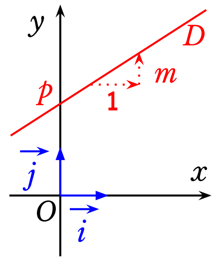
<u>Exemple</u> : A (-1 ; 1) et B (2 ; 3).

On a $I\left(\dfrac{-1+2}{2}\,;\,\dfrac{1+3}{2}\right)$, soit I (0,5 ; 2).

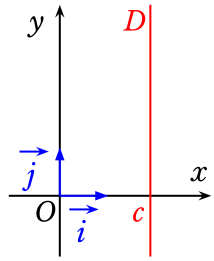
Déterminer une équation réduite de droite — GPE.22

Soit D une droite du plan muni d'un repère.

→ **Si D est oblique** ou horizontale (non parallèle à l'axe des ordonnées), alors l'équation réduite de D est de la forme $y = mx + p$, où m (le coefficient directeur) et p (l'ordonnée à l'origine) sont deux nombres réels.

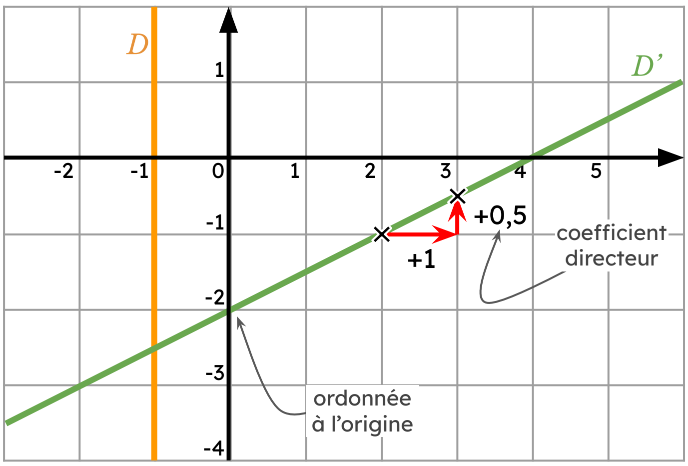


→ **Si D est verticale** (parallèle à l'axe des ordonnées), alors l'équation réduite de D est de la forme $x = c$, où c est un nombre réel.

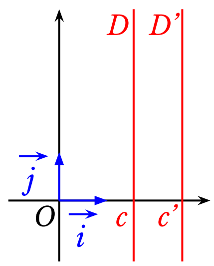
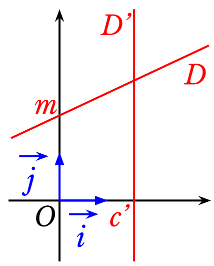
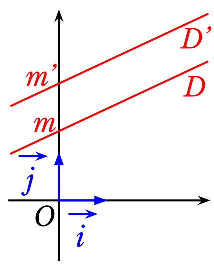
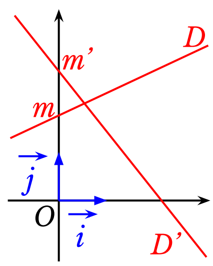


<u>Exemples</u> :

- D a pour équation x = -1.
- D' a pour équation $y = 0{,}5x + (-2)$, soit $y = 0{,}5x - 2$.

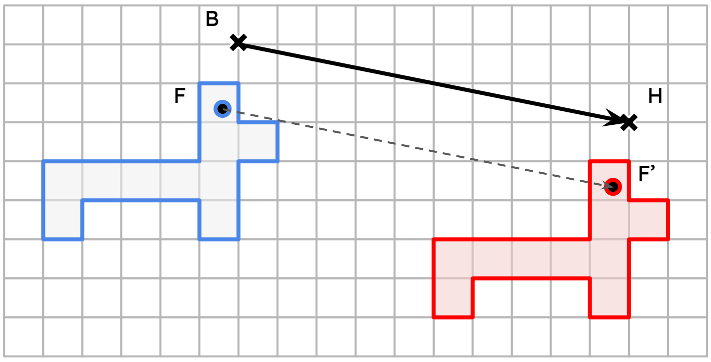


Position relative de deux droites — GPE.23

Equation de D Equation de D'	$x = c$ $x = c'$	$y = mx + p$ $x = c'$	$y = mx + p$ $y = m'x + p'$	
Position de D et D'	D // D'	D et D' sont sécantes	Si $m = m'$: D // D'	Si $m \neq m'$: D et D' sont sécantes
Représentation				

◆◇ Effet d'une translation *GPE.24*

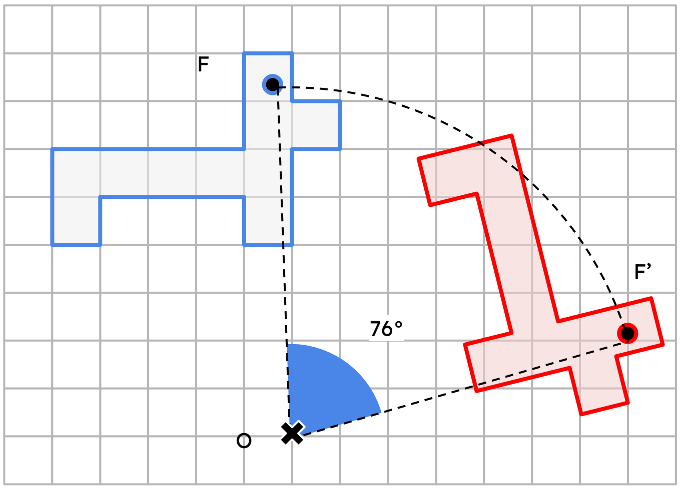
Transformer une figure par translation, c'est la faire glisser sans la tourner. Ce **glissement** est défini par une **direction**, un **sens** et une **longueur**. On peut schématiser ce glissement par des flèches.



F' est l'image de F par la translation qui transforme B en H.

◆◇ Effet d'une rotation *GPE.25*

Transformer une figure par rotation c'est la faire tourner autour d'un point fixe qui est le centre de la rotation.



F' est l'image de F par la rotation de centre O et d'angle 67°, dans le sens des aiguilles d'une montre.

Cette rotation est définie par un centre O, un angle de rotation de 67°, et un sens de rotation (ici, le sens des aiguilles d'une montre).

◆◇ Propriétés de conservation *GPE.29*

Les symétries centrales et axiales, les rotations et les translations conservent :

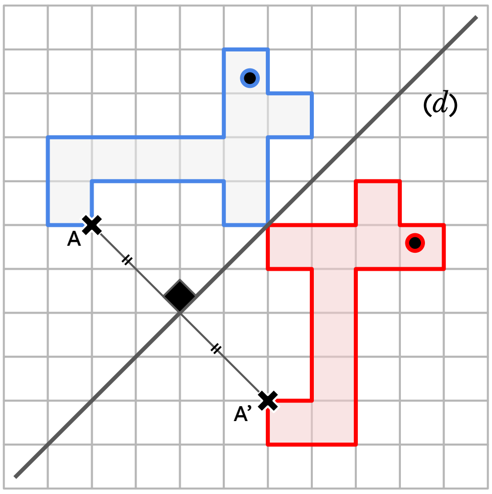
- les longueurs ;
- les angles ;
- les aires.

◆◇ Effet d'une symétrie axiale *GPE.26*

"Pliage selon un axe " :

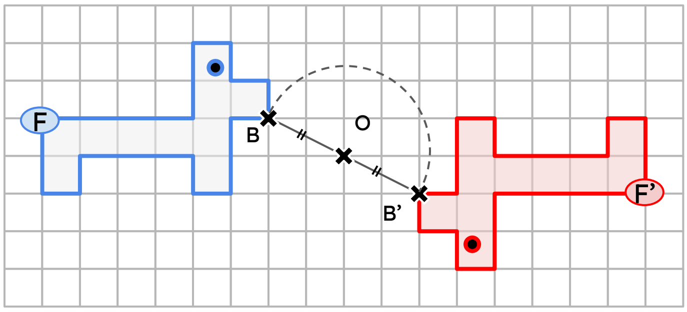
L'axe de symétrie est la médiatrice de [AA'].

A' est l'image de A par la symétrie d'axe (d).



◆◇ Effet d'une symétrie centrale *GPE.27*

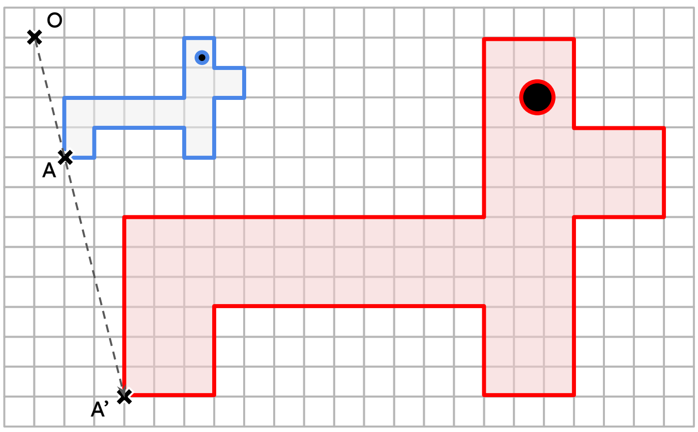
On parle de "demi-tour", avec O milieu de [BB'].



F' est l'image de F par la symétrie centrale de centre O.
(On dit aussi une rotation de 180°.)

◆◇ Effet d'une homothétie *GPE.28*

L'homothétie est une transformation qui permet d'agrandir ou de réduire des figures géométriques. On obtient une figure **semblable** (pas identique).



A' est l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport 3.

Séquence d'instructions

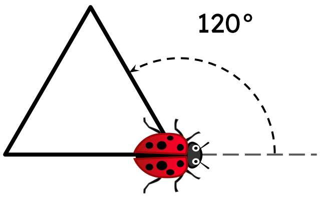
AP.01

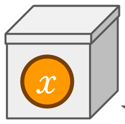
```
quand [drapeau] est cliqué
stylo en position...
avancer de (100) pas
tourner ↻ de (120) degrés
attendre (1) seconde
avancer de (100) pas
tourner ↻ de (120) degrés
attendre (1) seconde
avancer de (100) pas
tourner ↻ de (120) degrés
attendre (1) seconde
```

événement

1 bloc = 1 instruction

motif répétitif





Variable
"Boîte" avec l'étiquette x collée dessus dans laquelle on peut stocker une valeur.

Boucle

AP.02

```
quand [drapeau] est cliqué
stylo en position...
répéter (3) fois
    avancer de (100) pas
    tourner ↻ de (120) degrés
    attendre (1) seconde
```

permet de répéter un motif d'instructions afin de raccourcir une séquence d'instructions.

Programme de calcul

AP.03

```
quand [drapeau] est cliqué
Choisir (un nombre ?)
mettre x à (réponse)
mettre x à ((x) - (3))
mettre x à ((2) * (x))
dire (x)
```

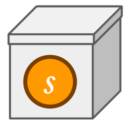
Ce qu'il se passe	Calcul littéral
Je choisis 5	Je choisis a
❏ réponse ← 7	❏ réponse ← a
❏ x ← 7	❏ x ← a
❏ x ← 7 − 3	❏ x ← a − 3
❏ x ← 2×4	❏ x ← 2×(a − 3)
❏ Dire 8	❏ Dire 2 (a − 3)

Instruction conditionnelle

AP.04

```
quand [drapeau] est cliqué
mettre s à (nombre aléatoire entre (1) et (10))
répéter (10) fois
    demander (Choisir un nombre ?)
    si <(réponse) = (s)> alors
        dire (Bravo !)
    sinon
        dire (Raté !)
```

On met dans la variable "s" un nombre pris au hasard entre 1 et 10.

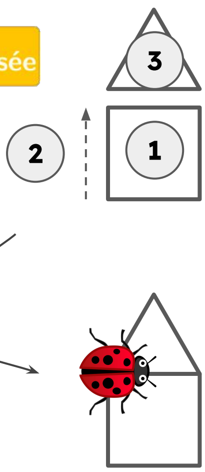


```
Instruction Conditionnelle

Si <condition>
  Alors action1
  Sinon action2

La <condition> est…
  •   soit vraie
  •   soit fausse
```

Après avoir stocké une valeur dans la variable s, ce programme demande à l'utilisateur de saisir un nombre et lui répond "Bravo !" si ce nombre est égal à s, et répond "Raté !" sinon. Il recommence ainsi 10 fois de suite...

Bloc personnalisé

```
Quand la touche [espace ▾] est pressée
aller à x:(0) y:(0)
effacer tout
mettre longueur à (100)
polygone à (4) côtés
ajouter (longueur) à y
polygone à (3) côtés
```



Le bloc personnalisé "polygone à n côtés" permet d'appeler une séquence d'instructions à tout moment. De plus, on peut stocker une variable dans n au moment où on l'appelle.

```
définir polygone à (n) côtés
stylo en position...
répéter (n) fois
    avancer de (longueur) pas
    tourner ↻ de ((360) / (n)) degrés
relever le stylo
```

AP.05

Les variables
AP.06

Définition : dans un programme, une variable est repérée par son nom et possède une valeur qui évolue au cours de l'exécution d'un programme.

Type de variables :

- nombre entier (int) : `i = 38`
- nombre flottant (float) : `f = 42.12`
- chaine de caractère (string) : `s = "Hello World!"`
- booléen (bool) : `b = True`
- liste (bool) : `l = [ 1, 2, 3 ]`

Fonction affine
AP.07

```
def fonction_affine(x) :
  y = 3*x-1
  return y
>>> fonction_affine(3)
8
```

nom de la fonction

On n'oublie pas les ":"

x est le "paramètre de la fonction"

On "affecte" la valeur 3x-1 à y

3 est appelé "argument de la fonction"

Distance entre deux réels
AP.08

```
def distance(a,b):
  if a>b:
    return a-b
  else:
    return b-a
>>> distance(-5, 2)
7
```

If ... Else ...

Distance entre deux points
AP.09

```
from math import *
def calculateDistance(x1, y1, x2, y2):
  dist = sqrt((x2-x1)**2 + (y2-y1)**2)
  return dist
>>> calculateDistance(0, 0, 1, 1)
1.4142135623730951
```

Vecteurs
AP.10

```
#Somme de deux vecteurs
def somme(u, v):
  (xu, yu) = u
  (xv, yv) = v
  return (xu+xv, yu+yv)
>>> somme((1, 2), (3, 4))
(4,6)

#Calcul du déterminant de deux vecteurs
def determinant(xu, yu, xv, yv) :
  return xu*yv - yu*xv

#Test de colinéarité de deux vecteurs
def colineaires(xu,yu,xv,yv) :
  if  determinant(xu,yu,xv,yv)==0 :
    return True
  else :
    return False
>>> colineaires(1,1,4,4)
True
```

Vecteurs

True & False

Les signes de calculs
AP.11

Les signes pour faire des calculs en maths ne sont pas les mêmes sous Python.

- a+b → `a+b`
- a-b → `a-b`
- a×b → `a*b`
- a^2 → `a**2`

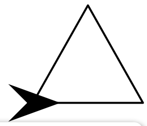
Division

- a÷b → `a/b`
- a÷b (entière) → `a//b`
- reste de a÷b → `a%b`

Tracer les polygones réguliers
AP.12

Boucle FOR

```
from turtle import *
def polygone(cotes, longueur) :
  for k in range(cotes):
      forward(longueur)
      left(360/cotes)
>>> polygone(3,50)
```



k varie de 0 à cotes – 1 (k = 0, 1, 2, …, cotes – 1)

Lancer de dé (random)
AP.13

```
from random import *
def lanceDe(faces) :
  return randint(1,faces)
>>> lanceDe(6)
5
```

Capital (seuil)
AP.14

- **intérêts simples**

Une banque propose un placement à 3% par an à intérêts simples. Florian souhaite placer 50 € sur 5 ans.

```
def int_simp(somme_init, taux, annees):
  return (somme_init*(1+annees*taux))
>>> print("50€ à 3% sur 5 ans : ",
int_simp(50,0.03,5))
50€ à 3% sur 5 ans: 57.499...
```

Ça bugge un peu ! Ce n'est pas Python : c'est dû au codage binaire des flottants.

- **Seuil**

Déterminer au bout de combien d'années Florian aura doublé son capital.

```
def seuil(somme_init, taux, seuil):
    interet = annees = 0
    while(interet < seuil):
        interet = interet + somme_init * taux
        annees = annees + 1 # compteur
    return annees
>>> print("Le capital sera doublé au bout
de",seuil(50,0.03,50),"ans")
Le capital sera doublé au bout de 34 ans
```

Boucle WHILE

Ceci est un commentaire !

Liste des multiples d'un nombre inférieur à n

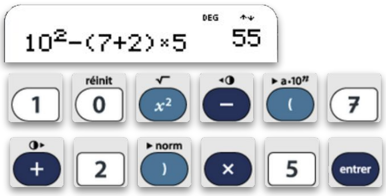
```
def liste_multiples(nombre, n):
  liste = []
  for i in range(0,n+1):
    if(i%nombre==0) : liste.append(i)
  return liste
>>> liste_multiples(13, 71)
[0, 13, 26, 39, 52, 65]
```

i varie de 0 à n (i = 0, 1, 2, …, n)

Liste

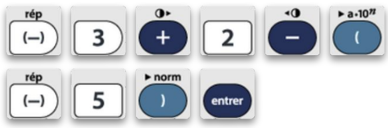
AP.15

◆◇ Calculer une expression



◆◇ Calculer avec des relatifs

-3 + 2 − (-5) = 4



◆◇ Réaliser une division euclidienne

148 = 3 × 49 + 1

◆◇ Fraction et forme décimale

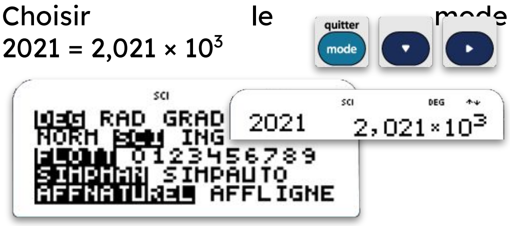
On peut passer de l'écriture fractionnaire d'un nombre à sa forme décimale (et inversement) à l'aide de la touche ◂▸.

Par exemple : $\frac{3}{5} = 0{,}6$.

◆◇ Notation scientifique

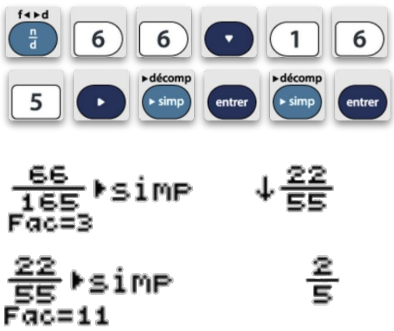
Choisir le mode "sci"

2021 = 2,021 × 10³



◆◇ Simplifier une fraction

$$\frac{66}{165} = \frac{22}{55} = \frac{2}{5}$$

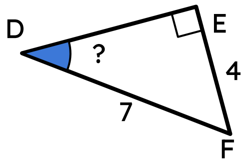


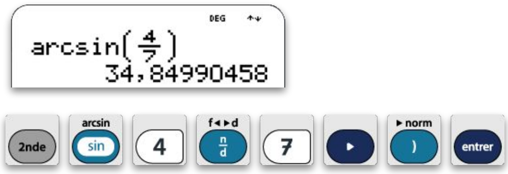
- La flèche vers le bas ↓ signifie que l'on peut encore simplifier.
- "Fac" indique le facteur utilisé pour la simplification.

◆◇ Calculer un angle

Si on a $\sin(\widehat{EDF}) = \frac{4}{7}$

alors on trouve $\widehat{EDF} \approx 35°$.



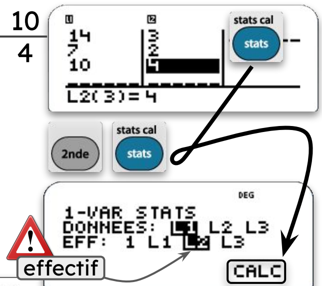


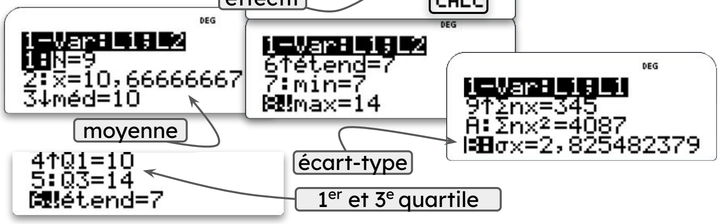
◆◇ Statistiques

Hannaé a obtenu les notes suivantes :

notes	14	7	10
effectif	3	2	4

Calculer
- la moyenne
- la médiane
- l'étendue
- les quartiles
- l'écart-type

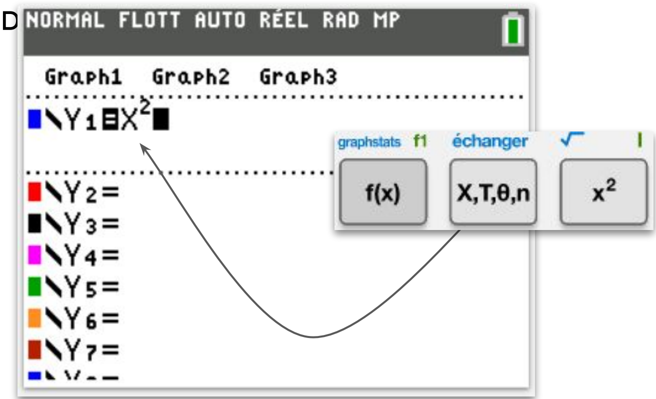




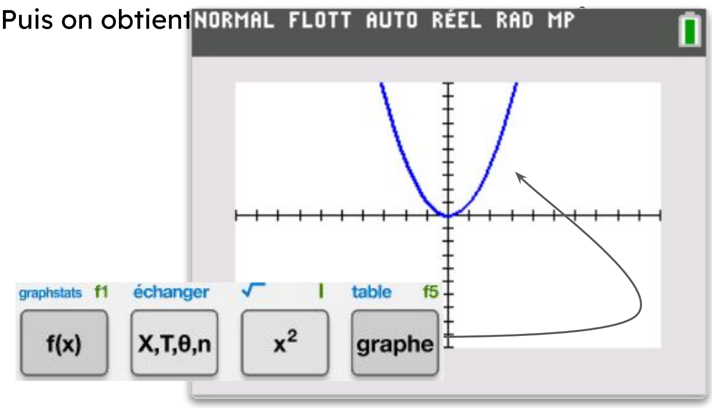
◆◆ Représenter graphiquement une fonction (sur TI83)

On souhaite représenter la fonction $f : x \mapsto x^2$.

D



Puis on obtient



Index thématique

Remerciements

- ***M. Daniel HOARAU, Principal du collège de Terre-Sainte,***
  pour sa confiance.
- ***M. Olivier BERNARD, Principal adjoint du collège de Terre-Sainte,***
  pour son soutien.
- ***M. René-Claude SERVEAUX, Proviseur du lycée Ambroise Vollard,***
  pour sa confiance.
- ***M. Arnaud SHAYER, Proviseur adjoint du lycée Ambroise Vollard,***
  pour son accompagnement et son intérêt pour ce projet.
- ***Mme Camilla NICHOLLS, Proviseure adjointe du lycée Ambroise Vollard,***
  pour sa collaboration à la mise en place de projets prônant la réussite de tous les élèves.
- ***M. Dominique TOURNÈS (Directeur de l'IREMI) et les animateurs de l'IREMI,***
  pour leur confiance et leurs fructueuses remarques d'améliorations.
- ***M. David MICHEL et M. Patrick COURTIN, IA-IPR de mathématiques,***
  pour leurs remarques, leur accompagnement et leur confiance.
- ***Mme Isabelle CHARLIER, Professeure de mathématiques,***
  pour ses relectures attentives.
- ***Mme Elsa MOSCATO (Professeure d'Arts appliqués) et ses élèves,***
  pour leur disponibilité et la grande qualité des couvertures proposées.
- ***Anissa, Ketty, Hannaé, Carole, Kzyz, Ky-Mani et Iwan,***
  pour leur soutien et leur patience…

Table des matières