Ensino Médio

3ª Série

PROFESSOR(A):
ALEXSANDRO KESLLER

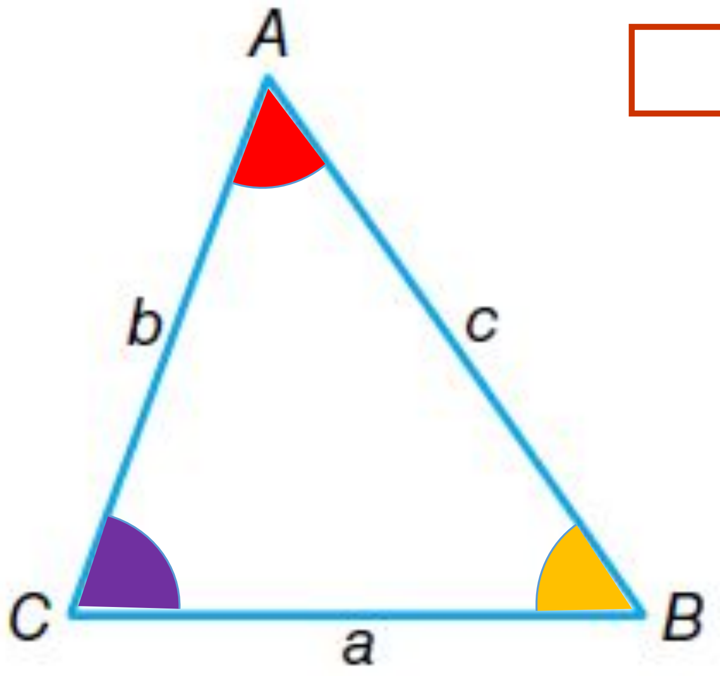
DISCIPLINA:
MATEMÁTICA

CONTEÚDO:
LEI DOS SENOS E COSSENOS

DATA:
20/04/2022

Canal Educação
PROGRAMA DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA

Área de superfície triangular



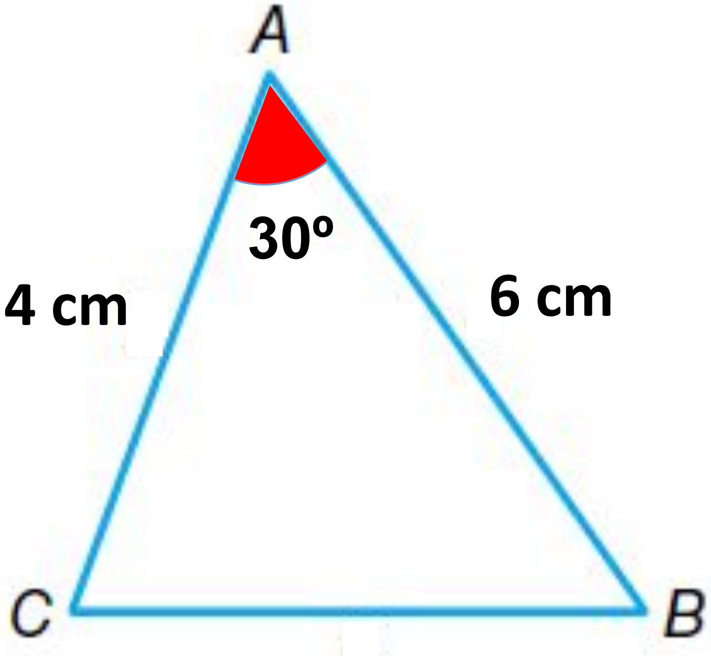
$$A_{\triangle} = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen}\,\hat{A}}{2}$$

$$A_{\triangle} = \frac{a \cdot c \cdot \text{sen}\,\hat{B}}{2}$$

$$A_{\triangle} = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\,\hat{C}}{2}$$

Área de superfície triangular

Exemplo: Para calcular a área de uma superfície triangular, cujos dois lados medem 4 cm e 6 cm, e o ângulo formado por eles, 30º, assim procedemos:



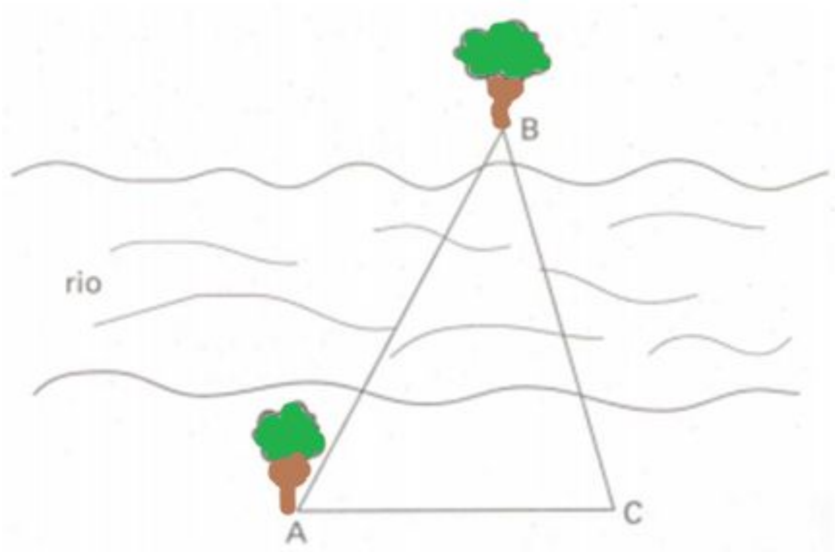
$$\boxed{A_{\Delta} = \frac{b \cdot c \cdot sen\hat{A}}{2}}$$

$$A_{\Delta} = \frac{4 \cdot 6 \cdot sen30^{o}}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{\cancel{4} \cdot 6 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}}{2} \Rightarrow A_{\Delta} = \frac{12}{2} = 6\ cm^{2}$$

PRATICANDO ENEM

(Enem) Para se calcular a distância entre duas árvores , representadas pelos pontos A e B, situados em margens opostas de um rio, foi escolhido um ponto C arbitrário, na margem onde se localiza a árvore A.



As medidas necessárias foram tomadas , e os resultados obtidos foram os seguintes: AC = 70 m, BÂC = 62º e ACB = 74º.

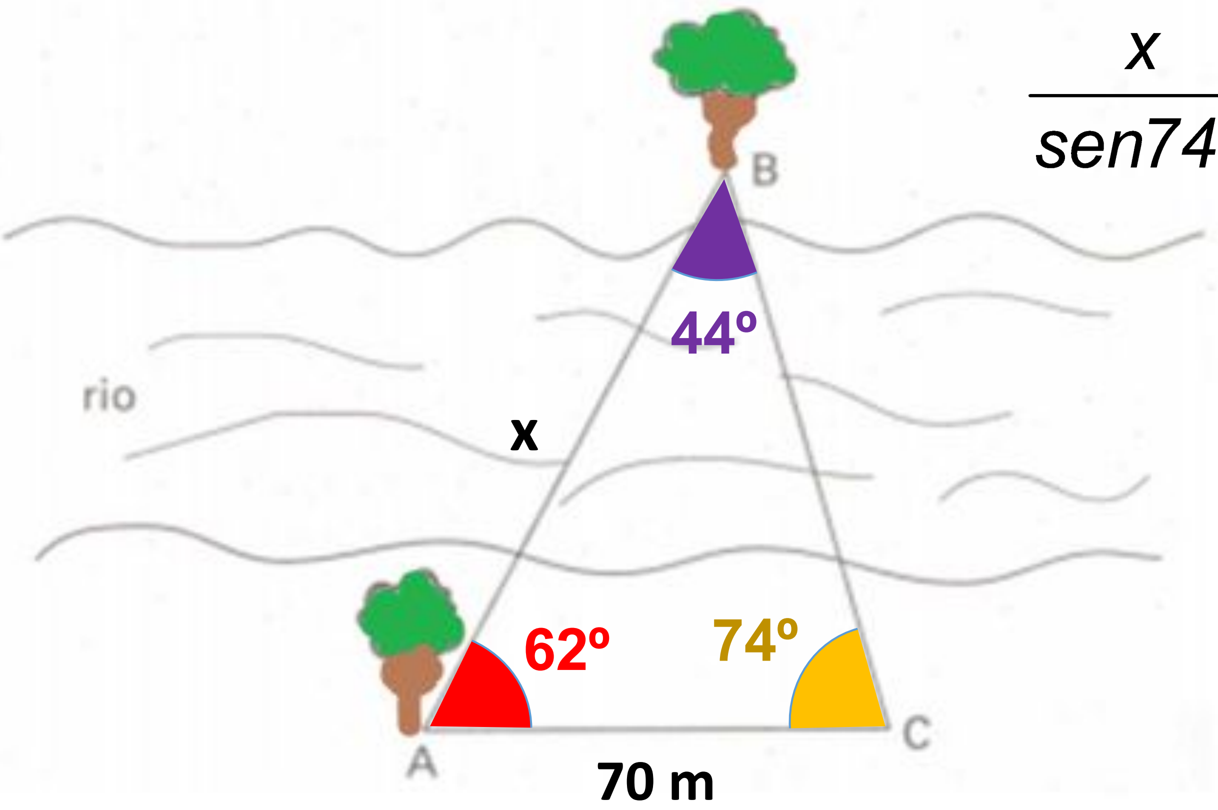
Sendo cos 28º = 0,88 , sen 74º = 0,96 e sen 44º = 0,70 , podemos afirmar que a distância entre as árvores é :

A) 48 metros
B) 78 metros
C) 85 metros
D) 96 metros
E) 102 metros

SOLUÇÃO

AC = 70 m, BÂC = 62º e ACB = 74º

cos 28º = 0,88 , sen 74º = 0,96 e sen 44º = 0,70



$$\frac{x}{sen74^o} = \frac{70}{sen44^o}$$

$$\frac{x}{0{,}96} = \frac{70}{0{,}70}$$

$$x = 96\ m.$$

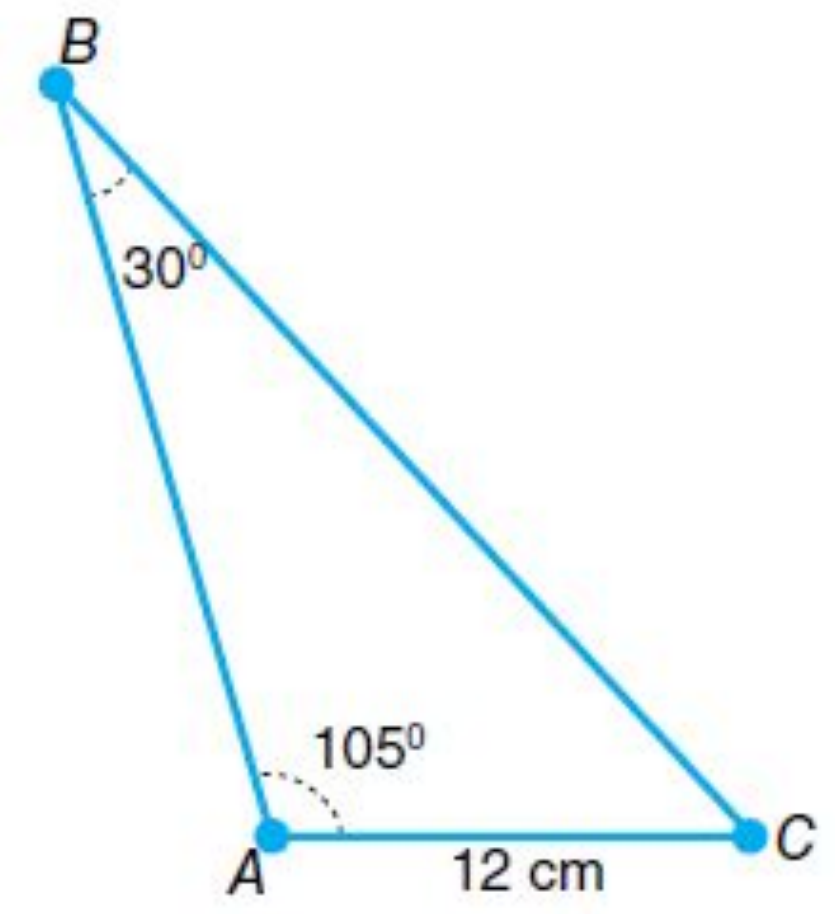
Sendo cos 28º = 0,88 , sen 74º = 0,96 e sen 44º = 0,70 , podemos afirmar que a distância entre as árvores é :

A) 48 metros
B) 78 metros
C) 85 metros
D) 96 metros
E) 102 metros

PRATICANDO ENEM

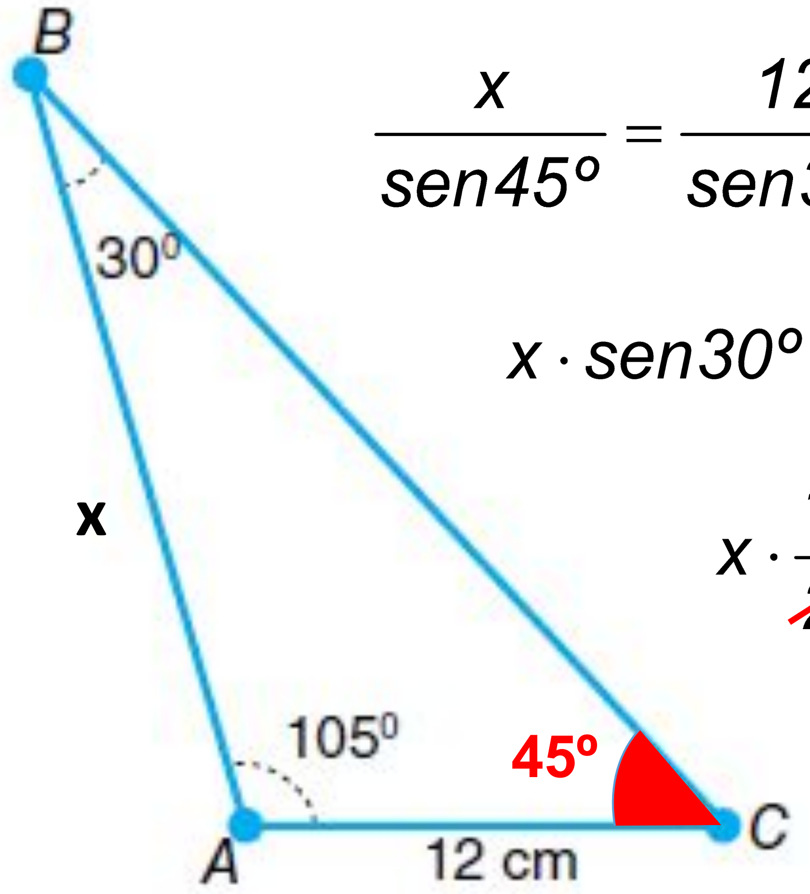
Três ilhas, *A, B e C, aparecem num* mapa, em escala 1: 10.000, como na figura.

Das alternativas, a que melhor aproxima a distância entre as ilhas *A e B é:*



A) 2,3 km.
B) 2,1 km.
C) 1,9 km.
D) 1,4 km.
E) 1,7 km.

SOLUÇÃO



$$\frac{x}{sen45^o} = \frac{12}{sen30^o}$$

$$x \cdot sen30^o = 12 \cdot sen45^o$$

$$x \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}$$

$$x = 12\sqrt{2}\ cm.$$

$$x \cong 12 \cdot 1{,}4 = 16{,}8\ cm.$$

$$E = \frac{1}{10.000}$$

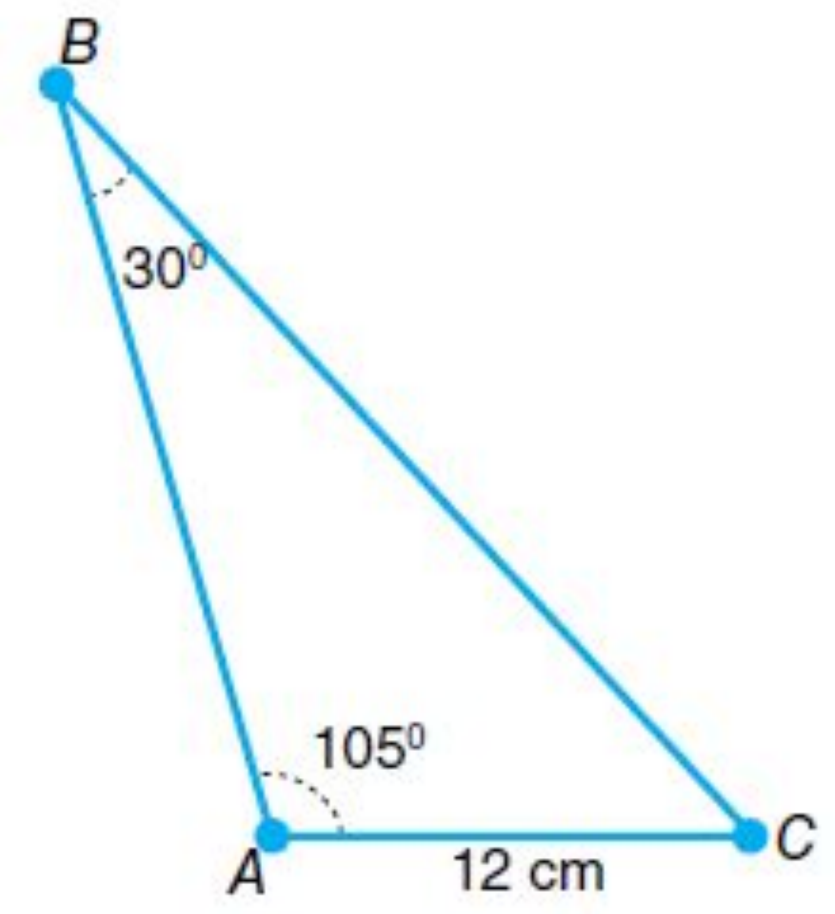
$$\frac{1}{10.000} = \frac{16{,}8}{D}$$

$$D = 168.000\ cm$$

$$D = 1{,}68\ km$$

PRATICANDO ENEM

Três ilhas, *A, B e C, aparecem num* mapa, em escala 1: 10.000, como na figura.

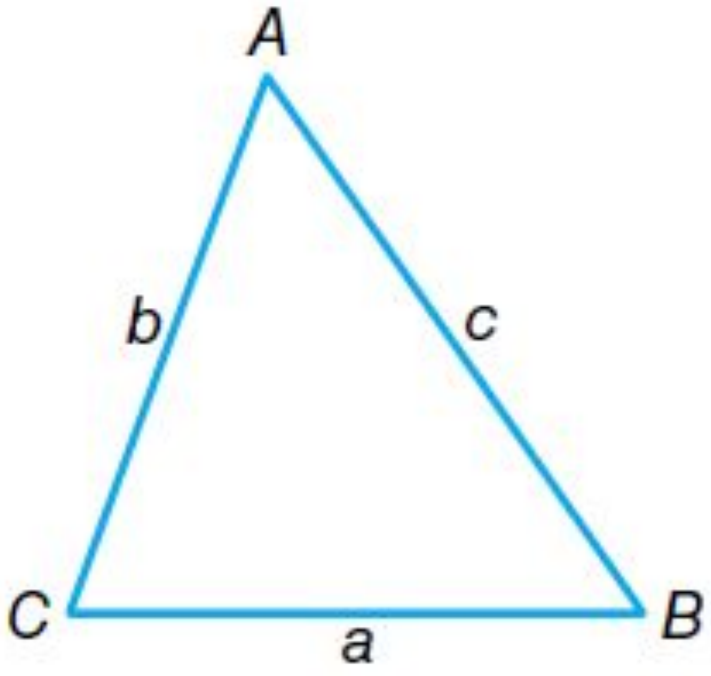


Das alternativas, a que melhor aproxima a distância entre as ilhas *A* e *B é:*

A) 2,3 km.
B) 2,1 km.
C) 1,9 km.
D) 1,4 km.
E) 1,7 km.

Matemática - Trigonometria

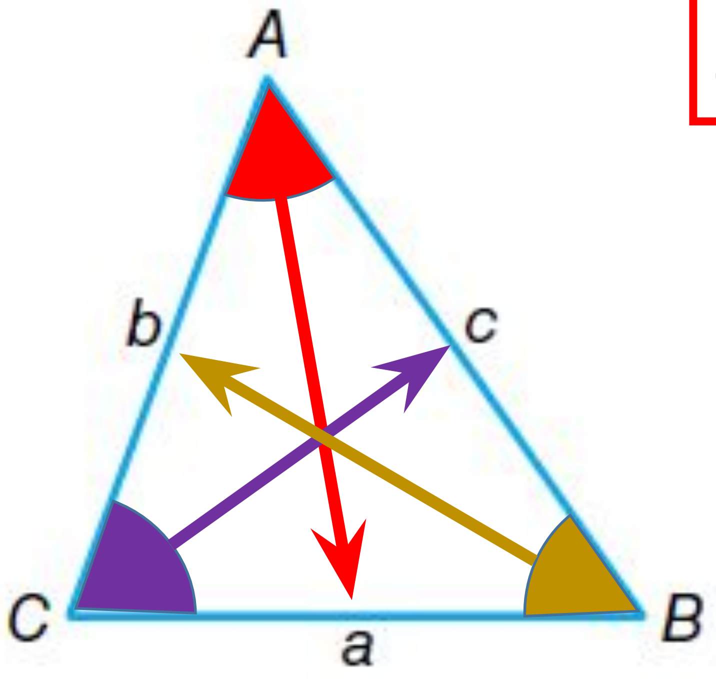
2 Lei dos cossenos



Em um triângulo qualquer, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados, menos o duplo produto destas pelo cosseno do ângulo formado por esses lados.

Matemática - Trigonometria

2 Lei dos cossenos



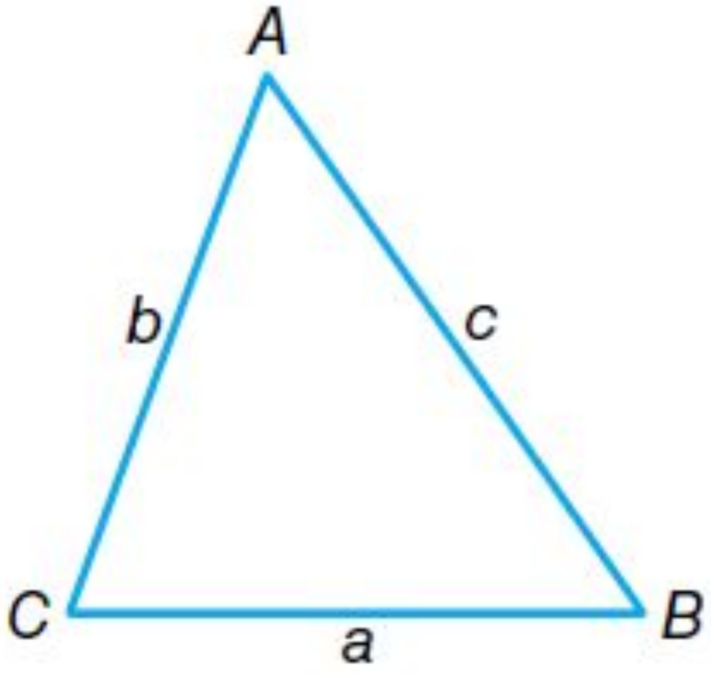
$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}}$$

$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \hat{B}}$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}}$$

Matemática - Trigonometria

2 Lei dos cossenos



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

Arcos Notáveis

Tabela dos valores trigonométricos de ângulos notáveis.

x	30^o	45^o	60^o
$sen\ x$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$cos\ x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\ x$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Ângulos Complementares

$$\alpha + \beta = 90º$$

$$Sen\alpha = Cos\beta \ \ ou \ \ Sen\beta = Cos\alpha$$

$$Sen30º = Cos60º = \frac{1}{2}$$

$$Sen60º = Cos30º = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ângulos Suplementares

$$\alpha + \beta = 180º$$

$$Sen\alpha = Sen(180º - \alpha)$$

$$Cos\alpha = -Cos(180º - \alpha)$$

$$Sen120º = Sen60º = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

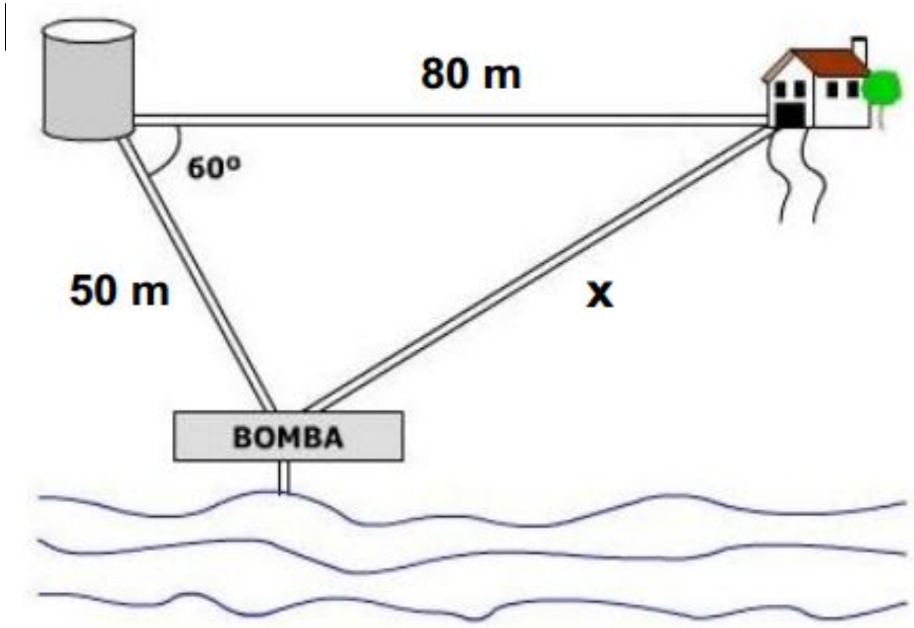
$$Cos120º = -Cos60º = -\frac{1}{2}$$

$$Sen150º = Sen30º = \frac{1}{2}$$

$$Cos150º = -Cos30º = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

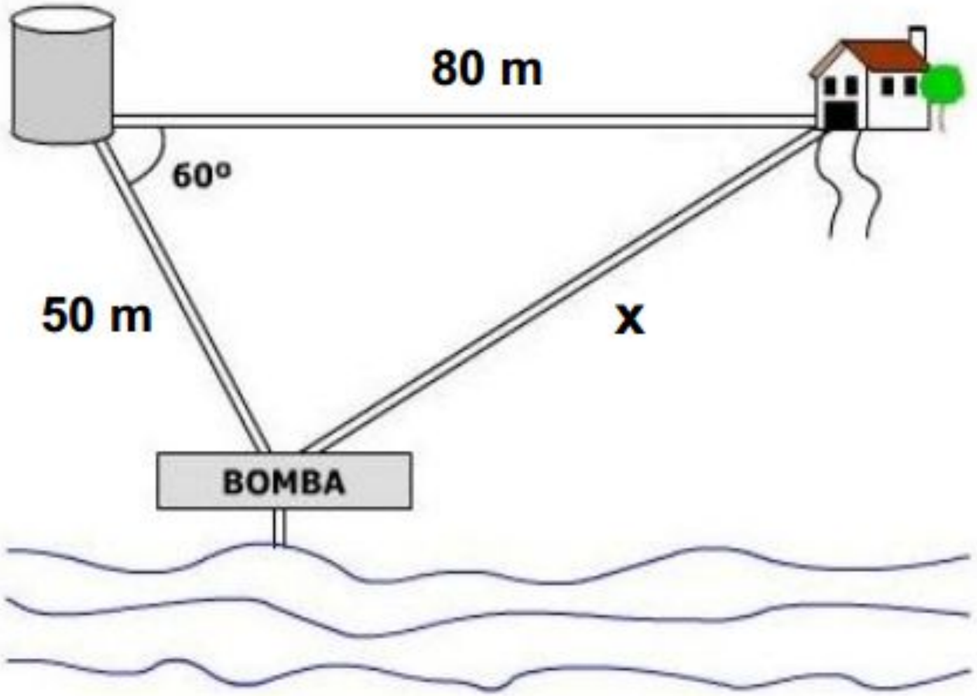
Exemplo 01

A água utilizada na casa de um sítio é captada e bombeada do rio para uma caixa-d’água a 50m de distância. A casa está a 80m de distância da caixa-d’ água e o ângulo formado pelas direções caixa-d’água-bomba e caixa-d’ água-casa é de 60º. Se se pretende bombear água do mesmo ponto de captação até a casa, quantos metros de encanamento são necessários? A situação pode ser representada



A) 50 m
B) 60 m
C) 70 m
D) 80 m
E) 100 m

Exemplo 01



$$x^2 = 50^2 + 80^2 - 2 \cdot 50 \cdot 80 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 2500 + 6400 - \cancel{2} \cdot 4000 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$x^2 = 8900 - 4000$$

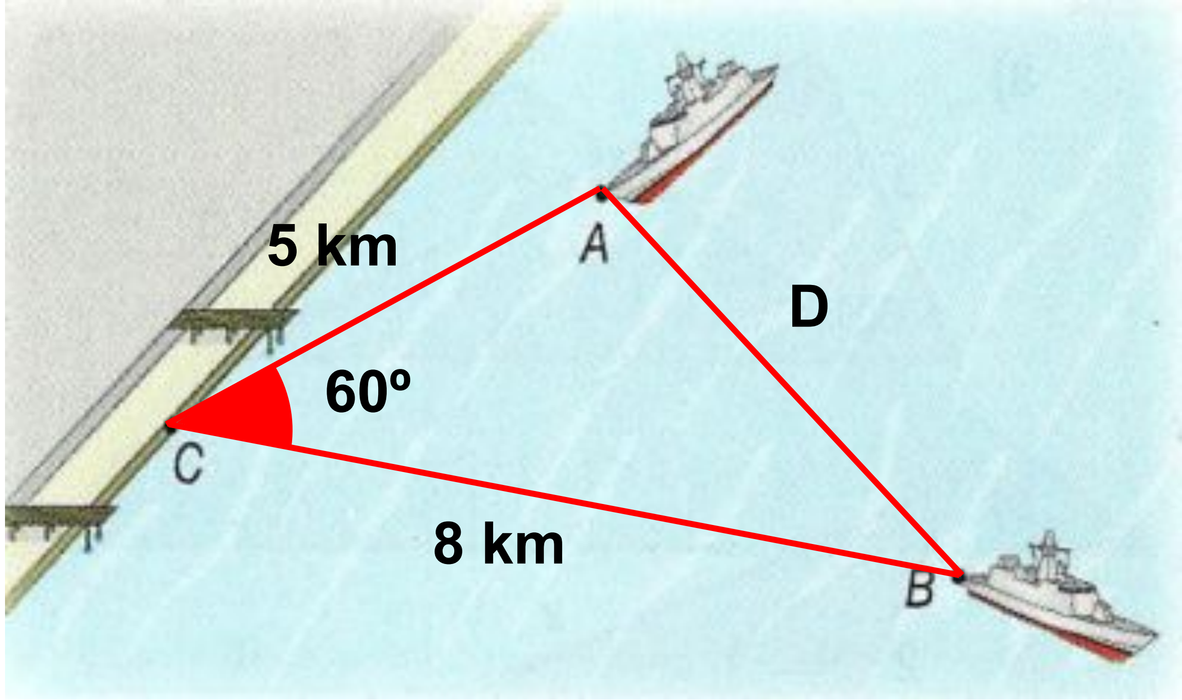
$$x^2 = 4900$$

$$x = \sqrt{4900}$$

$$x = 70\ m$$

Exemplo 02

Dois navios, A e B, estão ancorados nas proximidades de um cais. De um ponto C do cais observam-se os dois navios de modo que **m(ACB)** =60º, CA = 5 km e CB = 8 km. Calcule a distância entre os dois navios.



$$D^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^o$$

$$D^2 = 25 + 64 - \cancel{2} \cdot 40 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$D^2 = 89 - 40$$

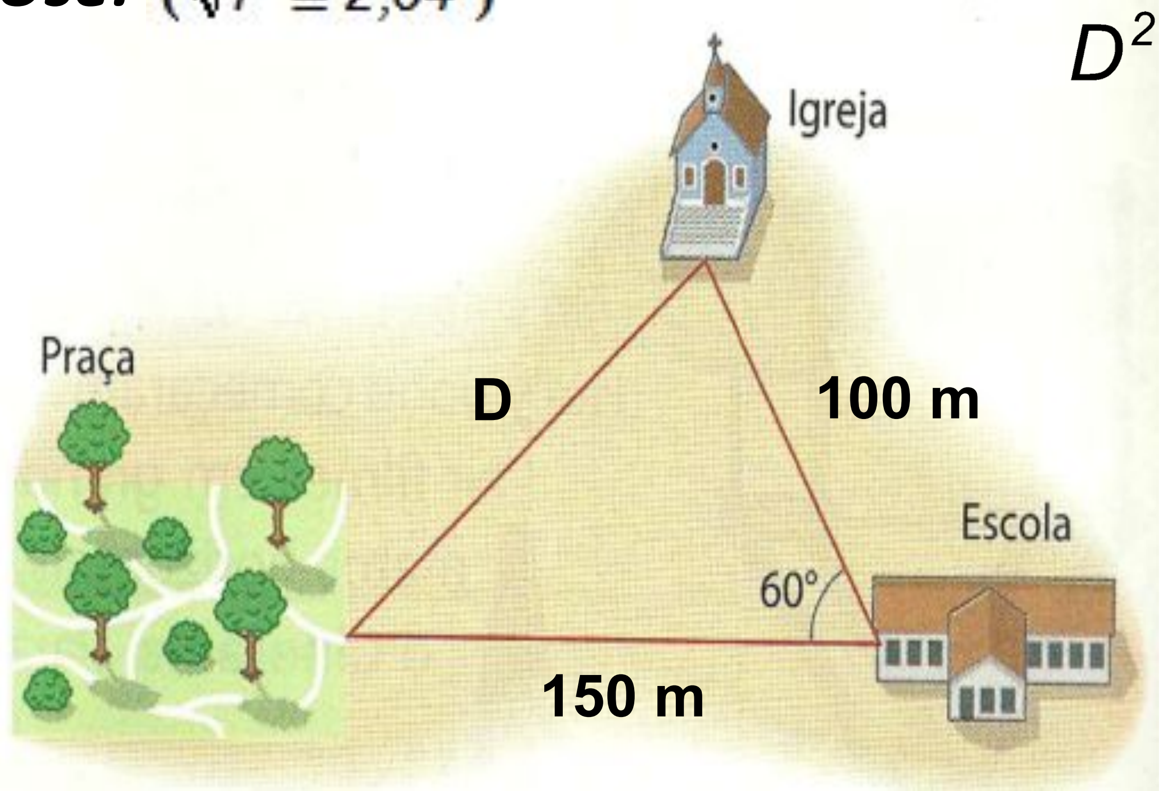
$$D^2 = 49$$

$$\boxed{D = \sqrt{49} \Rightarrow 7\ km}$$

Exemplo 03

Numa pequena cidade, a igreja fica distante da escola 100 m, e a escola fica distante da praça 150 m, como esta representado na figura abaixo. Qual é a distância aproximada que separa a igreja da praça?

Use: $(\sqrt{7} \cong 2,64)$



$$D^2 = 100^2 + 150^2 - 2 \cdot 100 \cdot 150 \cdot \cos 60°$$

$$D^2 = 10000 + 22500 - \cancel{2} \cdot 15000 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$D^2 = 32500 - 15000$$

$$D^2 = 17500$$

Exemplo 03

$$(\sqrt{7} \cong 2{,}64)$$

$$D^2 = 17500$$

$$D = \sqrt{17500}$$

$$D = \sqrt{2^2 \cdot 5^4 \cdot 7}$$

$$D = 2 \cdot 5^2 \cdot \sqrt{7}$$

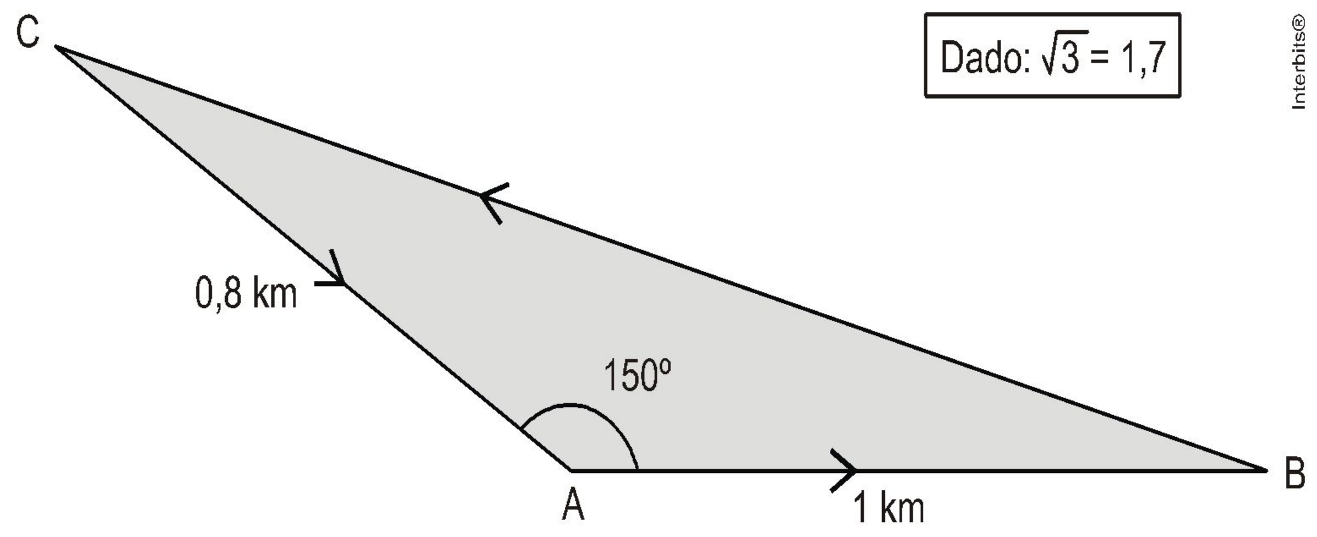
$$D = 50\sqrt{7}$$

$$D = 50 \cdot 2{,}64 \quad \Rightarrow D = 132\ m$$

17500	2
8750	2
4375	5
875	5
175	5
35	5
7	7
1	$2^2 \cdot 5^4 \cdot 7$

Praticando Enem

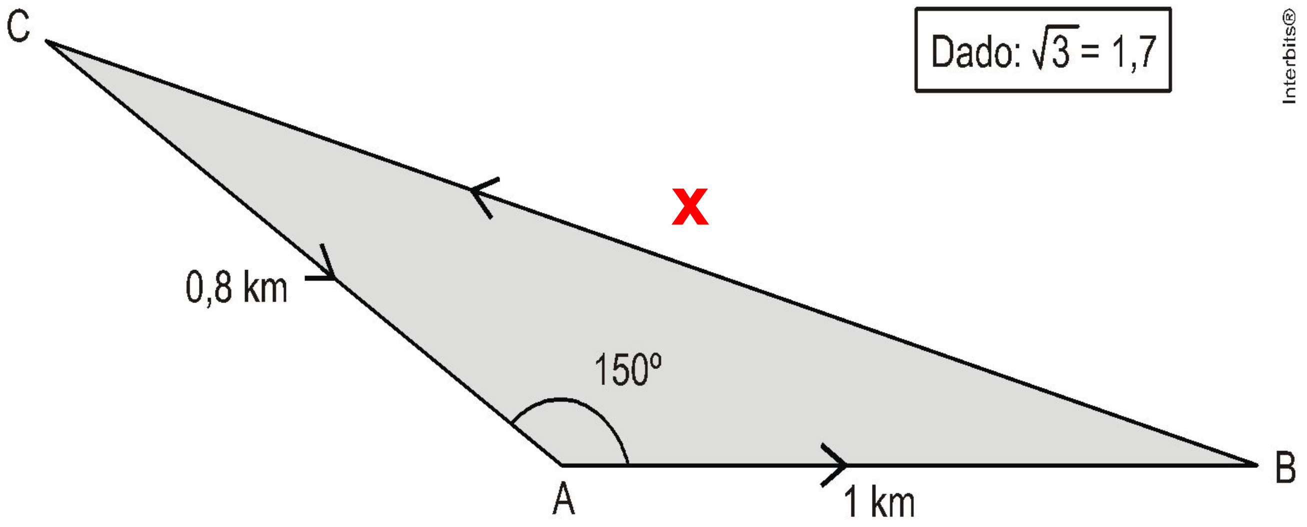
A caminhada é uma das atividades físicas que, quando realizada com frequência, torna-se eficaz na prevenção de doenças crônicas e na melhora da qualidade de vida. Para a prática de uma caminhada, uma pessoa sai do ponto A, passa pelos pontos B e C e retorna ao ponto A, conforme trajeto indicado na figura.



Quantos quilômetros ela terá caminhado, se percorrer todo o trajeto?

A) 2,29.
B) 2,33.
C) 3,16.
D) 3,50.
E) 4,80.

Praticando Enem



$$x^2 = (0,8)^2 + (1)^2 - 2 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot \cos 150^\circ$$

$$x^2 = 0,64 + 1 - 2 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot (-\cos 30^\circ)$$

$$x^2 = 1,64 - \cancel{2} \cdot 0,8 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\right)$$

$$x^2 = 1,64 - 0,8 \cdot \left(-\sqrt{3}\right)$$

$$x^2 = 1,64 + 0,8 \cdot \sqrt{3}$$

$$x^2 = 1,64 + 0,8 \cdot 1,7$$

$$x^2 = 1,64 + 1,36$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3}$$

$$x = 1,7\ km$$