หน่วยที่ 8

กฎเคอร์ชอฟฟ์

9.1 กฎเคอร์ชอฟฟ์

วงจรไฟฟ้าที่มีความซับซ้อน จะประกอบด้วยค่าแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าหลายค่ารวมกันอยู่ แต่ละค่าของปริมาณไฟฟ้านั้นมีความแตกต่างกันไป

กฎเคอร์ชอฟฟ์ถูกคิดค้นโดย กุสตาฟ โรเบริต เคอร์ชอฟฟ์ (Gustav Robert Kirchhoff) นักฟิซิกส์ ชาวเยอรมัน ทำการทดลองเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า โดยใช้วิธีการสมมติตัวแปรกระแสขึ้นมาเขียนในรูปสมการ สามารถหาค่าตัวแปรต่างๆ ได้ กุสตาฟ โรเบริต เคอร์ชอฟฟ์ แสดงดังรูปที่ 9.1

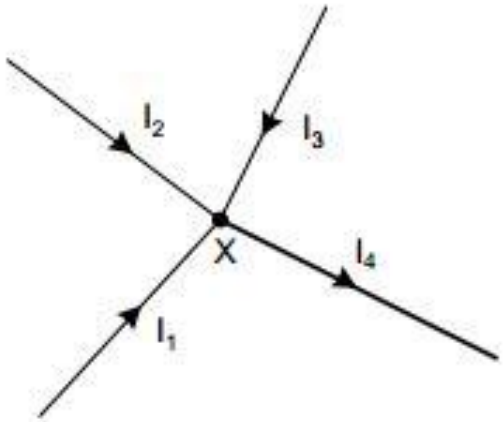
จากการทดลองของเคอร์ชอฟฟ์ สามารถเขียนเป็นกฎออกมาได้ 2 ข้อ คือ

1. กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Current Laws) หรือเรียกย่อว่า KCL

2. กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Laws) หรือเรียกย่อว่า KVL

9.2 กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) กล่าวไว้ว่า **“ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจุดต่อ (Node) ใดๆ และกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุดต่อนั้น มีค่าเท่ากับศูนย์”** หรือ **“ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจุดต่อ เท่ากับผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุดต่อ”** หลักการดังกล่าว แสดงได้ดังรูปที่ 9.2



รูปที่ 9.2 ทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าใน KCL

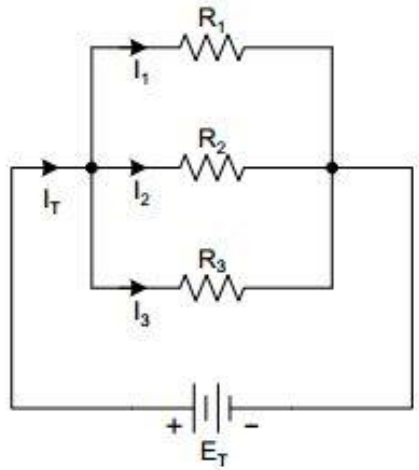
จากรูปที่ 9.2 แสดงทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าใน KCL โดยการกำหนดทิศทาง การไหลของกระแสไฟฟ้า นำรูปที่ 9.2 เขียนออกมาเป็นสมการได้ ดังนี้

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

หรือ

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4$$

เมื่อใช้เขียนลงในวงจรไฟฟ้า สามารถเขียนได้แสดงตัวอย่างรูปที่ 9.3



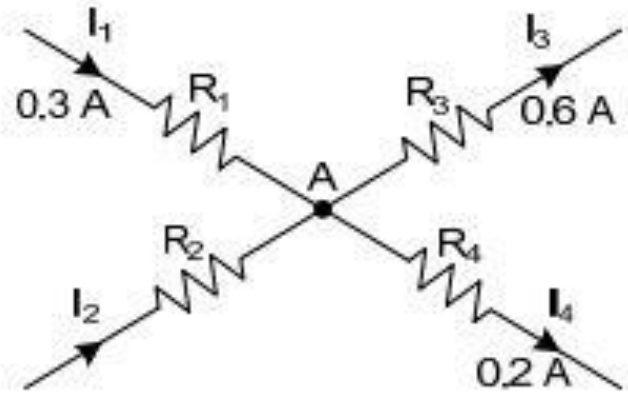
รูปที่ 9.3 ทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้า

จากรูปที่ 9.3 เขียนเป็นสมการได้ ดังนี้

$$I_T - I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\therefore \quad I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

ตัวอย่างที่ 9.1 จากรูปที่ 9.4 จงหาค่า I_2



รูปที่ 9.4 กระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวต้านทานผ่านจุดร่วม A

วิธีทำ ใช้ KCL หาค่าจะได้

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

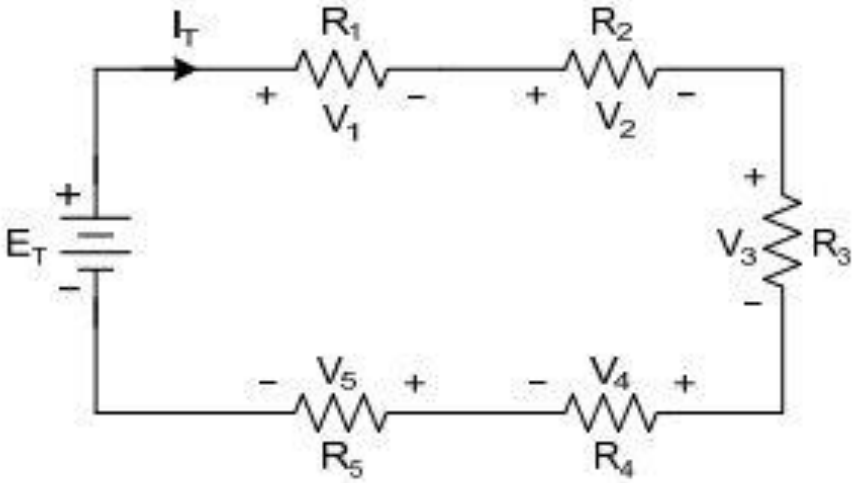
$$0.3\ A + I_2 = 0.6\ A + 0.2\ A$$

$$I_2 = 0.8\ A - 0.3\ A$$

$$= 0.5\ A \text{ ตอบ}$$

9.3 กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KVL) กล่าวว่า **“ผลรวมของแรงดันไฟฟ้าทั้งหมดในวงรอบ (Loop) ใดๆ มีค่าเป็นศูนย์เสมอ”** ลักษณะวงรอบและแรงดันไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวงจร แสดงดังรูปที่ 9.5



รูปที่ 9.5 วงรอบในวงจรไฟฟ้า

จากรูปที่ 9.5 จะได้สมการแรงดันไฟฟ้าในวงจร ดังนี้

$$E_T = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5$$

หรือ $$E_T - V_1 - V_2 - V_3 - V_4 - v_5 = 0$$

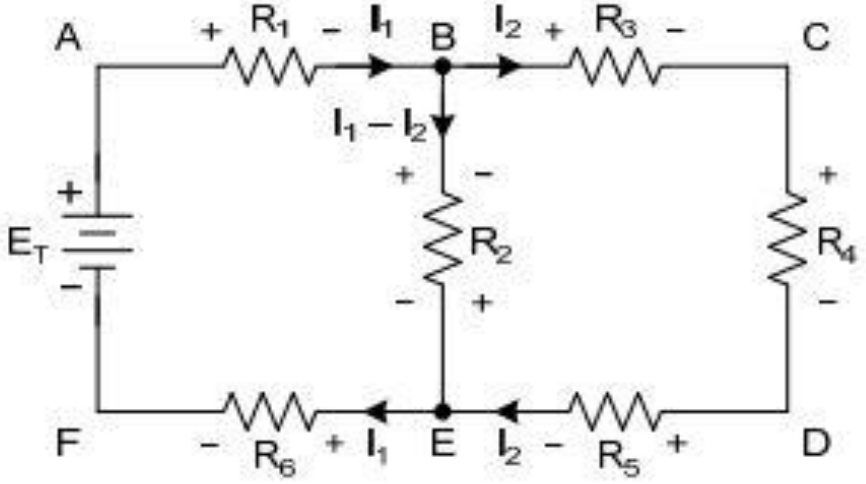
การเขียนสมการในวงรอบทำได้ดังนี้

1. กำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในวงรอบก่อน ให้ไหลตามเข็มนาฬิกา หรือทวนเข็มนาฬิกาก็ได้

2. ศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน กำหนดจากทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าภายในวงรอบ กระแสไฟฟ้าไหลเข้าตัวต้านทานมีศักย์เป็นบวก (+) กระแสไฟฟ้าไหลออกตัวต้านทานมีศักย์เป็นลบ (–)

3. กระแสไฟฟ้าไหลผ่านแหล่งจ่ายไฟ มีขั้วตามแหล่งจ่ายไฟ

4. ให้หลักการ KVL เขียนสมการแรงดันไฟฟ้าแต่ละวงรอบออกมา การหาค่าแรงดันไฟฟ้าในแต่ละวงรอบ แสดงดังรูปที่ 9.6



รูปที่ 9.6 กระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวงจรไฟฟ้า

จากรูปที่ 9.6 ใช้หลักการ KVL เขียนสมการแรงดันไฟฟ้า แทนค่าในรูปกระแสไฟฟ้าและความต้านทาน แต่ละวงรอบเขียนออกมาได้ ดังนี้

วงรอบที่ 1 ABEFA

$$I_1R_1 + (I_1 - I_2)\,R_2 + I_1R_6 - E_T = 0$$

$$I_1R_1 + I_1R_2 - I_2R_2 + I_1R_6 = E_T$$

$$\therefore \quad I_1(R_1 + R_2 + R_6) - I_2R_2 = E_T$$

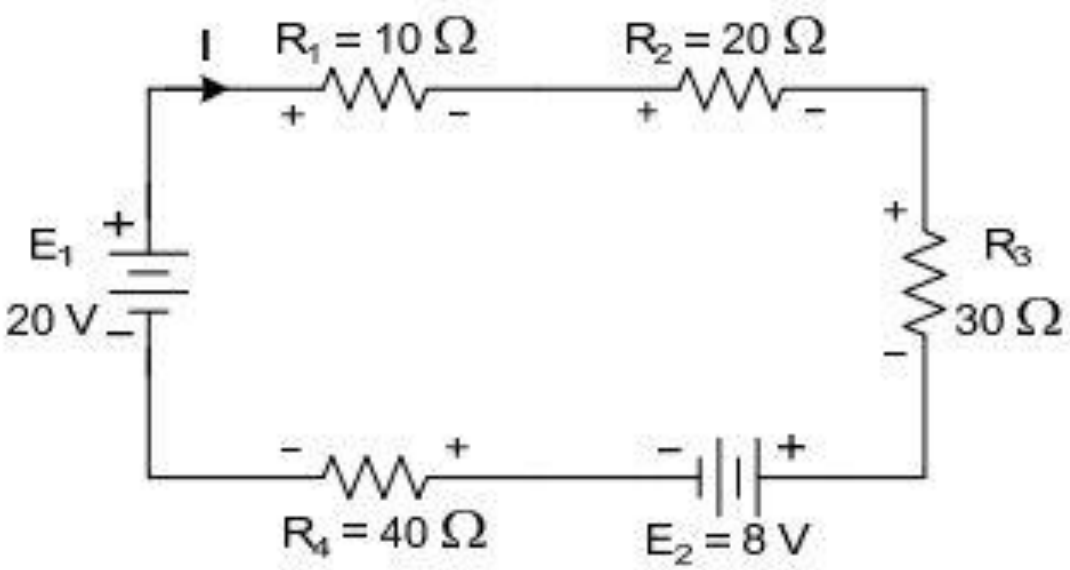
วงรอบที่ 2 BCDEB

$$I_2R_3 + I_2R_4 + I_2R_5 + (I_2 - I_1)\,R_2 = 0$$

$$I_2R_3 + I_2R_4 + I_2R_5 + I_2R_2 - I_1R_2 = 0$$

$$\therefore \quad -I_1R_2 + I_2(R_2 + R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

ตัวอย่างที่ 9.2 วงจรไฟฟ้าตามรูปที่ 9.7 ใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์หาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไ
ในวงจร



รูปที่ 9.7 วงจรไฟฟ้าชนิด 1 วงรอบ

วิธีทำ

1. กำหนดให้กระแสไฟฟ้า I ไหลในทิศทางตามเข็มนาฬิกา
2. ใช้หลักการ KVL เขียนสมการออกมาได้ ดังนี้

$$V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} + E_2 + V_{R4} - E_1 = 0$$

3. ใช้กฎของโอห์ม $E = IR$ แทนลงในสมการ

$$IR_1 + IR_2 + IR_3 + E_2 + IR_4 - E_1 = 0$$

$$I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + E_2 - E_1 = 0$$

$$I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = E_1 - E_2$$

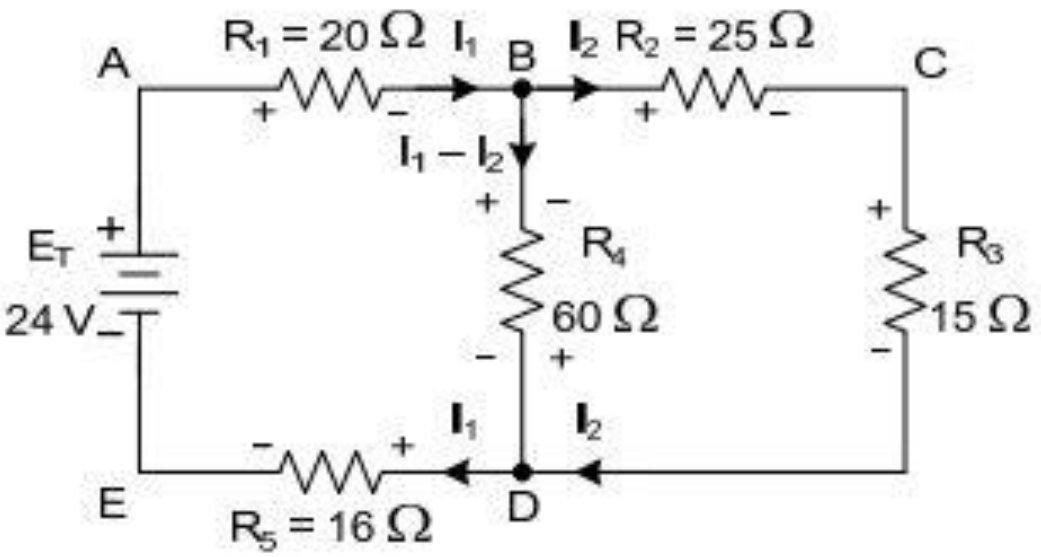
$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

แทนค่า

$$= \frac{20V - 8V}{10\Omega + 20\Omega + 30\Omega + 40\Omega} = \frac{12V}{100\Omega}$$

$$\therefore \quad I = 0.12\ A$$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.3 วงจรไฟฟ้าตามรูปที่ 9.8 ใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์หาค่ากระแสไฟฟ้าทั้งหมด



รูปที่ 9.8 วงจรไฟฟ้าชนิด 2 วงรอบ

วิธีทำที่ 1 ใช้วิธีทางพีชคณิต

1. กำหนดให้กระแสไฟฟ้า I_1, I_2 ไหลในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

2. ใช้หลักการ KVL เขียนสมการออกมาแต่ละวงรอบ วงรอบที่ 1 เริ่มต้นไหลผ่าน R_1 วงรอบที่ 2 เริ่มต้นไหลผ่าน R_2

3. เขียนสมการในรูปกระแสไฟฟ้า และความต้านทาน

วงรอบที่ 1 ABDEA

$$I_1R_1 + (I_1 - I_2)R_4 + I_1R_5 - E_T = 0$$

$$I_1R_1 + I_1R_4 - I_2R_4 + I_1R_5 - E_T = 0$$

$$I_1(R_1 + R_4 + R_5) - I_2R_4 = E_T$$

แทนค่า $$I_1(20 + 60 + 16) - I_2 60 = 24$$

$$96\ I_1 - 60\ I_2 = 24 \qquad \text{.....(1)}$$

วงรอบที่ 2 BCDB

$$I_2R_2 + I_2R_3 + (I_2 - I_1)R_4 = 0$$

$$I_2R_2 + I_2R_3 + I_2R_4 - I_1R_4 = 0$$

$$-I_1R_4 + I_2(R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

แทนค่า $-I_1 60 + I_2(25 + 15 + 60) = 0$

$$-60\, I_1 + 100\, I_2 = 0 \qquad \text{.....(2)}$$

จากสมการที่ (2) $100\, I_2 = 60 I_1$

$$I_2 = \frac{60}{100} I_1 = 0.6\, I_1 \qquad \text{.....(3)}$$

แทนค่าสมการ (3) ลงใน (1) $96\, I_1 - 60(0.6 I_1) = 24$

$$96\, I_1 - 36\, I_1 = 24$$

$$60\, I_1 = 24$$

$$\therefore \quad I_1 = \frac{24}{60} = 0.4 \text{ A}$$

แทนค่า I_1 ลงใน (3) $\therefore \quad I_2 = 0.6 \times 0.4 \text{ A} = 0.24 \text{ A}$

กระแสไฟฟ้าไหลผ่าน R_4 คือผลต่างของ I_1 กับ $I_2 = I_1 - I_2$

$$\therefore \quad I_{R4} = 0.4 \text{ A} - 0.24 \text{ A} = 0.16 \text{ A}$$ ตอบ

วิธีทำที่ 2 ใช้วิธีเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์

1. นำสมการที่ (1) และ (2) มาเขียนในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} 96 & -60 \\ -60 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. หาส่วนประกอบของสมการในรูปดีเทอร์มิแนนต์

$$D = \begin{vmatrix} 96 & -60 \\ -60 & 100 \end{vmatrix} = 9{,}600 - 3{,}600 = 6{,}000$$

$$DI_1 = \begin{vmatrix} 24 & -60 \\ 0 & 100 \end{vmatrix} = 2{,}400 - 0 = 2{,}400$$

$$DI_2 = \begin{vmatrix} 96 & 24 \\ -60 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 1{,}440 = 1{,}440$$

3. หาค่ากระแสไฟฟ้า I_1, I_2 และกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน R_4 (I_{R4})

$$\therefore \quad I_1 = \frac{DI_1}{D} = \frac{2{,}400}{6{,}000} = 0.4 \text{ A}$$

$$\therefore \quad I_2 = \frac{DI_2}{D} = \frac{1{,}440}{6{,}000} = 0.24 \text{ A}$$

$$\therefore \quad I_{R4} = I_1 - I_2 = 0.4 \text{ A} - 0.24 \text{ A} = 0.16 \text{ A}$$ ตอบ

9.4 ข้อควรคำนึงในการใช้กฎเคอร์ชอฟฟ์

การแก้สมการด้วยกฎเคอร์ชอฟฟ์มีโอกาสผิดพลาดได้ง่าย การปฏิบัติต้องทำด้วยความระมัดระวัง และรอบคอบ วิธีการช่วยลดความผิดพลาดในการแก้สมการ ควรปฏิบัติดังนี้

1. กำหนดค่าต่างๆ ในวงจรให้ถูกต้องครบถ้วน

2. กำหนดค่ากระแสไฟฟ้าและทิศทางไหลให้ครบทุกสาขา ในจำนวนน้อยที่สุด โดยใช้ KCL เข้าช่วย

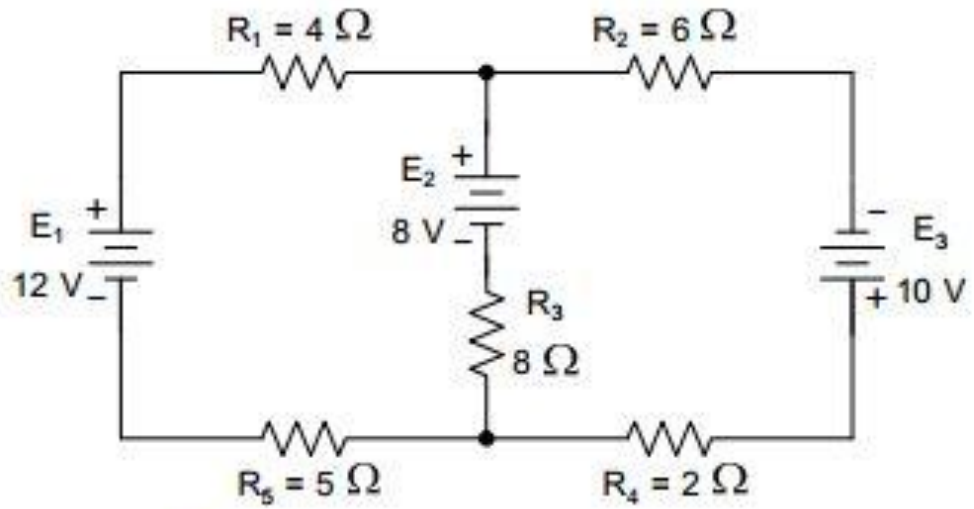
3. กำหนดวงรอบให้ครบทั้งวงจร ใช้ KVL เข้าช่วยเขียนสมการแต่ละวงรอบ

4. มีมาตรฐานในการกำหนดศักย์ตกคร่อมตัวต้านทาน ให้เหมือนกันทั้งวงจร นำไปใช้เขียนสมการ เช่น กำหนดกระแสไฟฟ้าไหลเข้าเป็นบวก (+) กระแสไฟฟ้าไหลออกเป็นลบ (–)

5. ขณะไล่วงรอบของวงจร เมื่อพบแหล่งจ่ายไฟฟ้า จะได้ศักย์ไฟฟ้าของสมการตามศักย์ของแหล่งจ่ายไฟฟ้า พบขั้วบวกใส่บวก พบขั้วลบใส่ลบ

6. ลดจำนวนตัวแปรในสมการลง แทนค่าหาคำตอบให้ครบ ด้วยวิธีพีชคณิต หรือวิธีเมตริกซ์

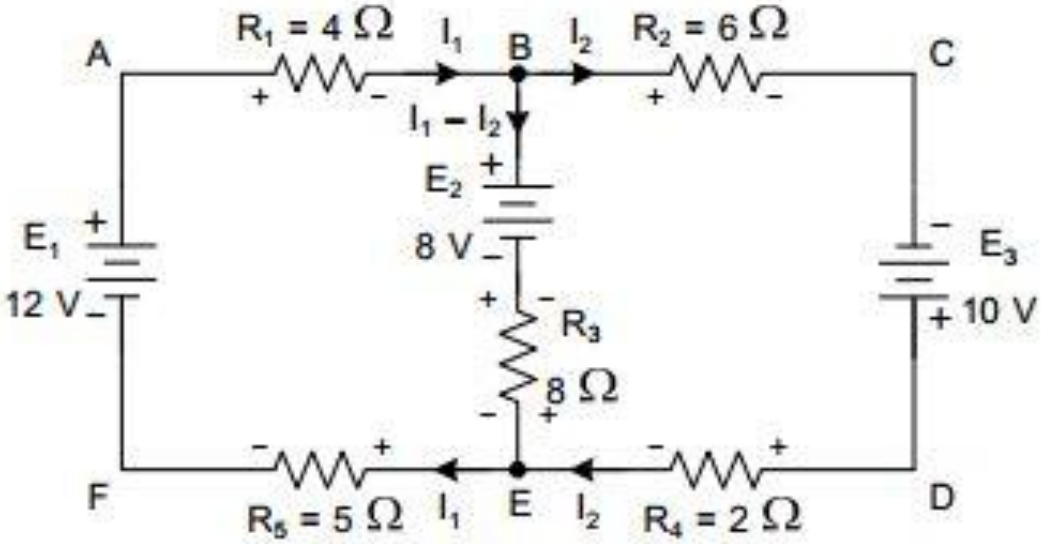
ตัวอย่างที่ 9.4 วงจรไฟฟ้าตามรูปที่ 9.9 ใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์หาค่ากระแสไฟฟ้าทั้งหมดของวงจร และค่าแรงดันไฟฟ้าตกคร่อม R_3



รูปที่ 9.9 วงจรไฟฟ้า 5 ตัวต้านทาน 3 แหล่งจ่ายไฟ

วิธีทำ

1. กำหนดรายละเอียด และทิศทางกระแสไฟฟ้าในวงจรรูปที่ 9.9 โดยใช้ KCL เข้าช่วย



รูปที่ 9.10 วงจรไฟฟ้า 5 ตัวต้านทาน ชนิด 2 วงรอบ

2. ใช้ KVL เขียนสมการออกมาแต่ละวงรอบ เขียนในรูปกระแสไฟฟ้าและความต้านทาน

วงรอบที่ 1 ABEFA

$$I_1R_1 + E_2 + (I_1 - I_2)R_3 + I_1R_5 - E_1 = 0$$

$$I_1R_1 + I_1R_3 + I_1R_5 - I_2R_3 = E_1 - E_2$$

$$I_1(R_1 + R_3 + R_5) - I_2R_3 = E_1 - E_2$$

แทนค่า

$$I_1(4 + 8 + 5) - I_2 8 = 12 - 8$$

$$17\, I_1 - 8\, I_2 = 4 \qquad \text{.....(1)}$$

วงรอบที่ 2 BCDEB

$$I_2R_2 - E_3 + I_2R_4 + (I_2 - I_1)R_3 - E_2 = 0$$

$$I_2R_2 + I_2R_4 + I_2R_3 - I_1R_3 = E_2 + E_3$$

$$I_2(R_2 + R_3 + R_4) - I_1R_3 = E_2 + E_3$$

แทนค่า

$$I_2(6 + 8 + 2) - I_1 8 = 8 + 10$$

$$-8\, I_1 + 16\, I_2 = 18 \qquad \text{.....(2)}$$

3. นำสมการที่ (1) และ (2) มาเขียนในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} 17 & -8 \\ -8 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 18 \end{bmatrix}$$

4. หาส่วนประกอบของสมการในรูปดีเทอร์มิแนนต์

$$D = \begin{vmatrix} 17 & -8 \\ -8 & 16 \end{vmatrix} = 272 - 64 = 208$$

$$DI_1 = \begin{vmatrix} 4 & -8 \\ 18 & 16 \end{vmatrix} = 64 + 144 = 208$$

$$DI_2 = \begin{vmatrix} 17 & 4 \\ -8 & 18 \end{vmatrix} = 306 + 32 = 338$$

5. หาค่ากระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2

$$\therefore \quad I_1 = \frac{DI_1}{D} = \frac{208}{208} = 1 \text{ A}$$

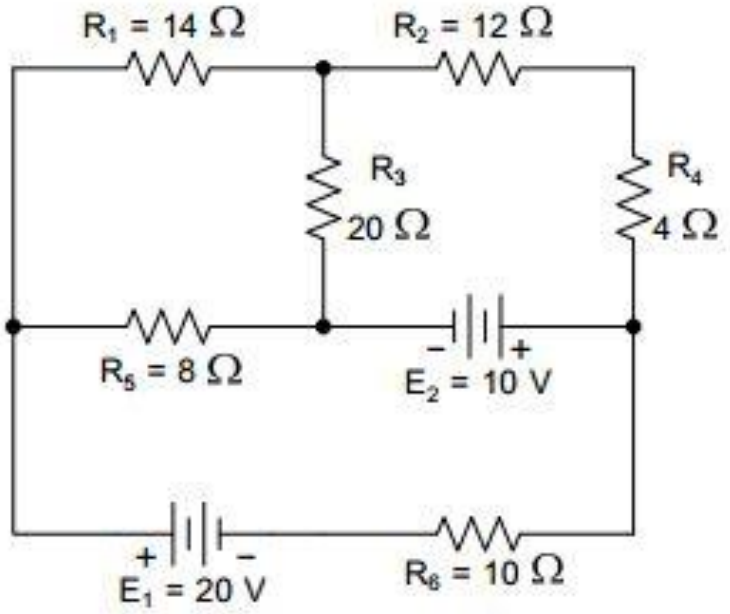
$$\therefore \quad I_2 = \frac{DI_2}{D} = \frac{338}{208} = 1.63 \text{ A}$$

6. หาค่าแรงดันไฟฟ้าตกคร่อม R_3

$$V_{R3} = (I_1 - I_2)R_3 = (1 \text{ A} - 1.63 \text{ A}) \times 4 \ \Omega$$

$$\therefore \quad V_{R3} = -2.52 \text{ V}$$

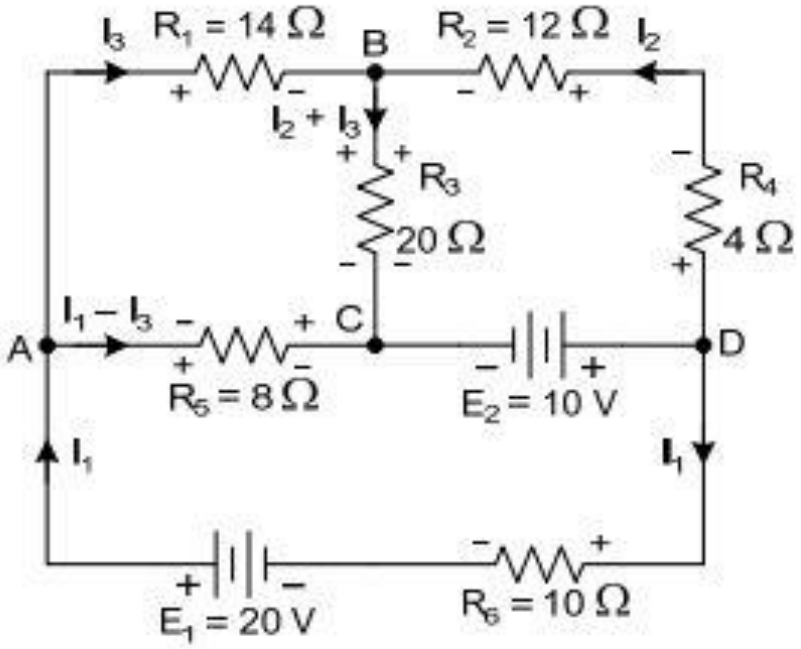
ตัวอย่างที่ 9.5 วงจรไฟฟ้าตามรูปที่ 9.11 ใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์หาค่ากระแสไฟฟ้าทั้งหมดของวงจร และค่าแรงดันไฟฟ้าตกคร่อม R_4



รูปที่ 9.11 วงจรไฟฟ้า 6 ตัวต้านทาน 2 แหล่งจ่ายไฟ

วิธีทำ

1. กำหนดรายละเอียด และทิศทางกระแสไฟฟ้าในวงจรรูปที่ 9.11 โดยใช้ KCL เข้าช่วย



รูปที่ 9.12 วงจรไฟฟ้า 6 ตัวต้านทาน ชนิด 3 วงรอบ

2. ใช้ KVL เขียนสมการออกมาแต่ละวงรอบ เขียนในรูปกระแสไฟฟ้าและความต้านทาน

วงรอบที่ 1 ACDA

$$(I_1 - I_3)R_5 - E_2 + I_1R_6 - E_1 = 0$$

$$I_1R_5 + I_1R_6 - I_3R_5 = E_1 + E_2$$

$$I_1(R_5 + R_6) - I_3R_5 = E_1 + E_2$$

แทนค่า

$$I_1(8 + 10) - I_3 8 = 20 + 10$$

$$18\ I_1 - 8\ I_3 = 30 \qquad \text{.....(1)}$$

วงรอบที่ 2 BCDB

$$I_2R_4 + I_2R_2 + (I_2 + I_3)R_3 - E_2 = 0$$

$$I_2R_2 + I_2R_3 + I_2R_4 + I_3R_3 = E_2$$

$$I_2(R_2 + R_3 + R_4) + I_3R_3 = E_2$$

แทนค่า

$$I_2(12 + 20 + 4) + I_3 20 = 10$$

$$36\ I_2 + 20\ I_3 = 10 \qquad \text{.....(2)}$$

วงรอบที่ 3 ABCA

$$I_3R_1 + (I_3 + I_2)R_3 + (I_3 - I_1)R_5 = 0$$

$$-I_1R_5 + I_2R_3 + I_3R_1 + I_3R_3 + I_3R_5 = 0$$

$$-I_1R_5 + I_2R_3 + I_3(R_1 + R_3 + R_5) = 0$$

แทนค่า

$$-I_1 8 + I_2 20 + I_3(14 + 20 + 8) = 0$$

$$-8\ I_1 + 20\ I_2 + 42\ I_3 = 0 \qquad \text{.....(3)}$$

3. นำสมการที่ (1), (2) และ (3) มาเขียนในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} 18 & 0 & -8 \\ 0 & 36 & 20 \\ -8 & 20 & 42 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4. หาส่วนประกอบของสมการในรูปดีเทอร์มิแนนต์

$$D = \begin{vmatrix} 18 & 0 & -8 & 18 & 0 \\ 0 & 36 & 20 & 0 & 36 \\ -8 & 20 & 42 & -8 & 20 \end{vmatrix} = 27{,}216 - 0 - 0 - 2{,}304 - 7{,}200 - 0$$

$$= 17{,}712$$

$$DI_1 = \begin{vmatrix} 30 & 0 & -8 & 30 & 0 \\ 10 & 36 & 20 & 10 & 36 \\ 0 & 20 & 42 & 0 & 20 \end{vmatrix} = 45{,}360 + 0 - 1{,}600 + 0 - 12{,}000 - 0$$

$$= 31{,}760$$

$$DI_2 = \begin{vmatrix} 18 & 30 & -8 & 18 & 30 \\ 0 & 10 & 20 & 0 & 10 \\ -8 & 0 & 42 & -8 & 0 \end{vmatrix} = 7{,}560 - 4{,}800 - 0 - 640 - 0 - 0$$

$$= 2{,}120$$

$$DI_3 = \begin{vmatrix} 18 & 0 & 30 & 18 & 0 \\ 0 & 36 & 10 & 0 & 36 \\ -8 & 20 & 0 & -8 & 20 \end{vmatrix} = 0 - 0 + 0 + 8{,}640 - 3{,}600 - 0$$

$$= 5{,}040$$

5. หาค่ากระแสไฟฟ้า I_1, I_2 และ I_3

$$\therefore \quad I_1 = \frac{DI_1}{D} = \frac{31{,}760}{17{,}712} = 1.79 \text{ A}$$

$$\therefore \quad I_2 = \frac{DI_2}{D} = \frac{2{,}120}{17{,}712} = 0.12 \text{ A}$$

$$\therefore \quad I_3 = \frac{DI_3}{D} = \frac{5{,}040}{17{,}712} = 0.29 \text{ A}$$

6. หาค่าแรงดันไฟฟ้าตกคร่อม R_4

$$V_{R4} = I_2R_4 = 0.12 \text{ A} \times 4\ \Omega$$

$$\therefore \quad V_{R4} = 0.48 \text{ V}$$

ตอบ