MISSION 1 : C'EST QUOI UNE EXPÉRIENCE ALÉATOIRE ?

1 Activité

1. Petit défi : Sans regarder, tu tires au hasard une carte du jeu ; es-tu capable de retrouver de quelle carte il s'agit ?

2. On considère l'expérience aléatoire : « Tirer une carte au hasard dans le jeu de 52 cartes »A ton avis, combien cette expérience aléatoire a-t-elle d'issues ? (ou de possibilités)

   Il y a 52 cartes différentes, et donc 52 issues possibles

3. On considère l'événement C : « Tirer un cœur
   a. Combien y a-t-il de cœurs dans un jeu de 52 cartes : 13
   b. Complète : J'ai 13 chances sur 52 de tirer un cœur
   c. La probabilité de « Tirer un cœur » est donc : P(C) = $\frac{13}{52} = 0,25$

4. On considère l'événement N : « Tirer une carte noire (pique ou trèfle...) » Il y a 26 cartes noires.
   Quelle est la probabilité que l'événement N se réalise ? 26/52 = 0,5

5. On considère l'événement AR : « Tirer un as rouge »
   Quelle est la probabilité que l'événement AR se réalise ? 2/52

6. En piochant une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes, Justine affirme qu'elle a 1 chance sur 4 d'obtenir une « Figure ». (« Valet », « Dame » ou « Roi »). A-t-elle raison ? Expliquer votre réponse.

   Il y a 4 rois, 4 dames, 4 valets soit 12 figures. La probabilité d'avoir une figure est donc 12/52 soit environ 0,23 < 0,25. Elle a tort.

QU'EST QUE J'AI RETENU ?

Une expérience aléatoire c'est une expérience dont on connaît tous les résultats **possibles** mais dont on ne peut prédire à **l'avance** le résultat.

- Chaque résultat possible d'une expérience **aléatoire** s'appelle une **issue**
- Un événement est constitué d'une ou de plusieurs **issues**...

3 Exercice

Peut-on ordonner ces termes selon une certaine logique ?

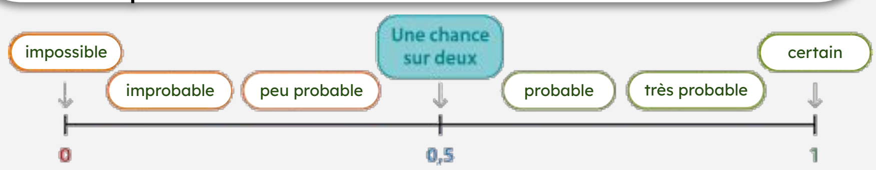
probable — peu probable — 1 chance sur 2 — improbable — très probable — certain — impossible

La **probabilité** d'un événement peut s'interpréter comme la « proportion de chances » que cet événement se réalise.

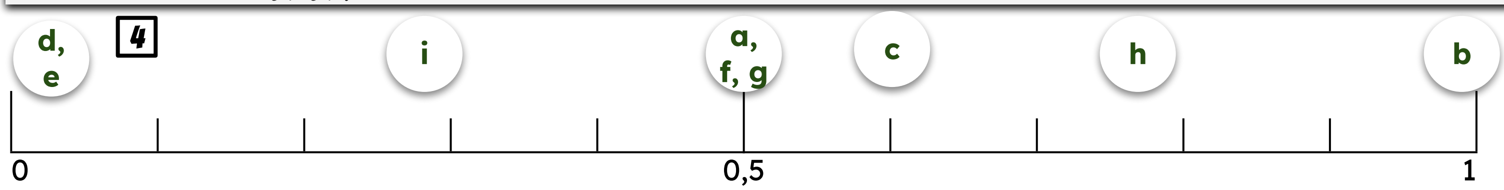
C'est un nombre compris entre 0 et 1.

Rappel 100% = 1

- Plus un événement a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 1.
- Moins il a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 0.



4



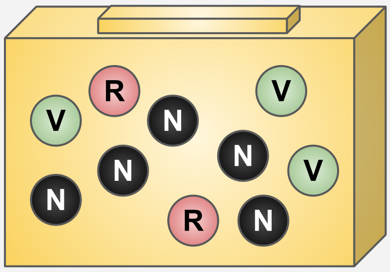
MISSION 2 : CALCULER UNE PROBABILITÉ SIMPLE DANS UNE SITUATION D'ÉQUIPROBABILITÉ

1 Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q.C.M.).
Pour chaque ligne du tableau, une seule réponse est juste. Laquelle ?
Aucune justification n'est demandée.

		Rép. A	Rép. B	Rép. C
1	Je lance une pièce de monnaie, la probabilité de tomber sur "pile" est	1	1/2	1/4
2	Je lance un dé, la probabilité de tomber sur "2" est	1/2	2/6	1/6
3	Je lance un dé, la probabilité de tomber sur "un nombre impair" est	1/2	3	5/6

2 **Exo** : On a mis dans une urne opaque 10 boules : deux rouges, trois verts et le reste noires. On pioche une boule sans regarder et on note la couleur.

- **C'est une expérience aléatoire car on connaît les issues mais on ne sait pas ce qui va arriver.**
- C'est une situation d'équiprobabilité car chaque boule est identique.

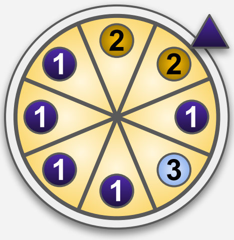


Les issues sont :
3 vertes
5 noires
2 rouges

Il y a donc **10** issues au total
P(tirer une boule verte) = **3/10**
P(tirer une boule noire) = **5/10 = 1/2**

3 **Exo** : A un stand d'une fête foraine, on gagne un lot si on tire le chiffre 1 en tournant la roue.

- **C'est une expérience aléatoire car on connaît les issues mais on ne sait pas ce qui va arriver.**
- C'est une situation d'équiprobabilité car chaque secteur est identique.



Les issues sont :
5 secteurs N°1
2 secteurs N°2
1 secteurs N°3

Il y a donc **8** issues au total
P("tomber sur un N°1") = **5/8**
P("tomber sur un N°3") = **1/8**

4 **Exo** : Le collège organise une loterie : on tire au hasard 1 ticket dans un sac qui en contient 180. Les tickets gagnants sont listés dans le tableau.

- **C'est une expérience aléatoire car on connaît les issues mais on ne sait pas ce qui va arriver**
- C'est une situation d'équiprobabilité car chaque ticket est identique.

Gain	Nombre de tickets
Lecteur MP3	4
Grosse peluche	12
Petite peluche	36
Clé USB	68

Les issues sont :
4 tickets MP3
12 tickets Grosse peluche
36 tickets Petite peluche
68 tickets Clé USB
63 tickets perdants

Il y a donc **180** issues au total
P("Gagner une clé USB") = **68/180 = 17/45=38%**
P("Gagner une peluche") = **(12+36)/180 = 48/180≈26,7%**

5 **Exo** : Un dé à six faces a été truqué de façon à obtenir le chiffre 6 une fois sur deux. On suppose qu'alors, les probabilités de chacune des issues sont les suivantes :
Quelle est la probabilité d'obtenir un chiffre pair en lançant le dé une fois ?

Chiffre	1	2	3	4	5	6
Proba.	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,5

Solution : L'événement « obtenir un chiffre pair » est constitué des issues :

- « obtenir le chiffre **2** » → p(**1**) = **0,1**,
- « obtenir le chiffre **4** » → p(**2**) = **0,1**
- « obtenir le chiffre **6** » → p(**3**) = **0,5**.

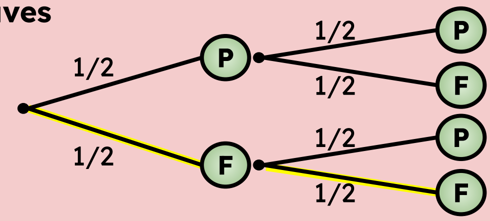
La probabilité cherchée est la somme de ces trois probabilités :

P(«obtenir un chiffre pair») = **0,1 + 0,1 + 0,5 = 0,7 = 70 %**

MISSION 3 : CALCULER UNE PROBABILITÉ A DEUX ÉPREUVES

1 Modèle : calculer une probabilité à deux épreuves

Pour 2 lancers consécutifs d'une pièce (pile ou face) :

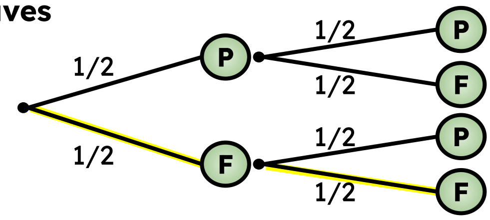


Avec un arbre, la probabilité d'obtenir une issue est égale au produit des probabilités rencontrées le long du chemin. Par exemple, pour calculer la probabilité d'obtenir deux côtés "face" d'affilés ("FF"), on fait :

P("FF") = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ = 25 %.

3 Modèle : calculer une probabilité à deux épreuves

On lance 2 fois de suite une pièce de monnaie.



Quelle est la probabilité de tomber sur deux faces différentes ?

P("FP") = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ = 0,25

P("PF") = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ = 0,25

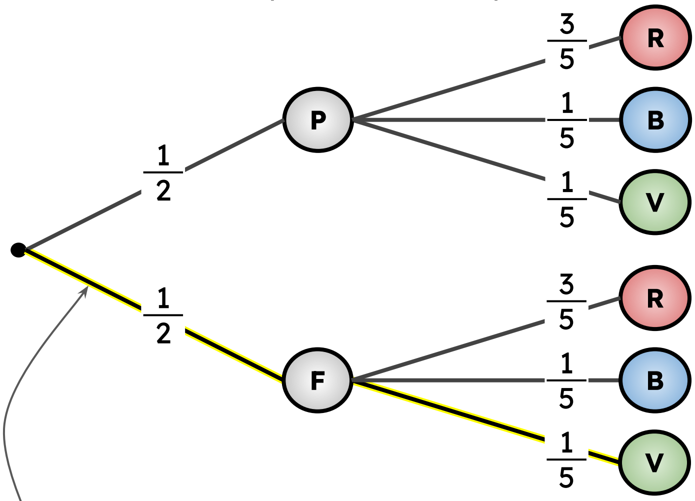
Lorsque plusieurs chemins sont possibles, on effectue la somme des probabilités liées aux chemins

P("FP" ou "PF") = P("FP") + P("PF") = 0,25 + 0,25 = 0,5.

2 Exo : Compléter

Mathis lance une pièce équilibrée de 1 €, et note le résultat : Pile (P) ou Face (F), puis tire au hasard une boule du sac et observe sa couleur: rouge (R), bleu (B) ou vert (V).
Quelle est la probabilité de l'évènement E, pour Mathis de tomber sur face puis de tirer une boule verte ?

1re épreuve 2e épreuve



P(E) = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1.}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$

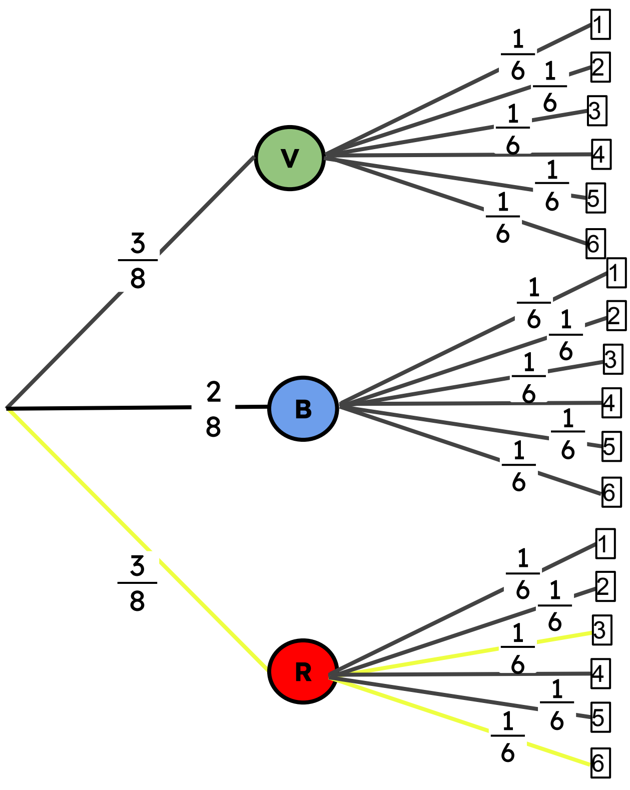
4

1.
2. Les multiples de 3 sont : 3 et 6. La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est de : $\frac{2}{6}$

3. Pour gagner il faut obtenir une boule rouge puis un multiple de 3. 2 chemins sont possibles, donc la probabilité de gagner est de : $\frac{3}{8} \times \frac{1}{6} + \frac{3}{8} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{16}$

4. Pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit de 0,5 il faudrait que la moitié des boules soient rouges, soit 4 boules rouges.

1re épreuve 2e épreuve



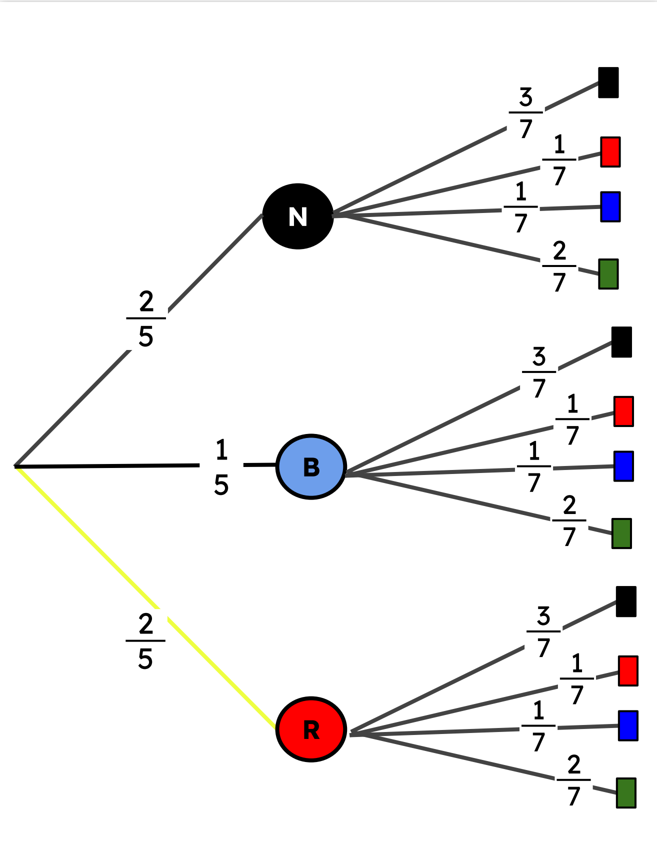
5 **Exo :**

1. Guilhem, en week-end dans une station de ski, se trouve tout en haut de la station. Il a en face de lui, deux pistes noires, deux pistes rouges et une piste bleue qui arrivent toutes à un restaurant d'altitude. Bon skieur, il emprunte une piste au hasard.
a) Quelle est la probabilité que la piste empruntée soit une piste rouge ?

P(rouge) = $\frac{2}{5}$

b) À partir du restaurant, sept autres pistes mènent au bas de la station : trois pistes noires, une piste rouge, une piste bleue et deux pistes vertes. Quelle est la probabilité qu'il emprunte alors une piste bleue ?

P(bleue) = $\frac{1}{7}$



Guilhem effectue une nouvelle descente depuis le haut de la station jusqu'en bas dans les mêmes conditions que précédemment.
Quelle est la probabilité qu'il enchaîne cette fois-ci deux pistes noires ?

P(noire puis noire) = $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$

1 **Exo : Filles ou garçons**

- ❏ Combien d'élèves y a-t-il aujourd'hui dans ta classe ? **26**
- ❏ Combien de filles ? **16**
- ❏ Combien de garçons ? **10**

Le prof de maths choisit au hasard une personne pour aller au tableau. Donne sous forme de fraction la probabilité :

- ❏ que ce soit une fille ? **16/26 = 8/13 = 0,62 = 62%**
- ❏ que ce soit un garçon ? **10/26 = 5/13 = 0,38 = 38 %**

Calcule la somme de ces 2 probabilités : **8/13 + 5/13 = 13/13 = 1 = 100/100 = 100%**

Décris par une phrase le contraire de : "C'est un garçon qui a été choisi" :

C'est un garçon qui n'a pas été choisi = c'est une fille qui a été choisie.

2 **Exo : Décrire l'événement contraire**

A: Choisir une fille dans une classe → $\overline{A}$: **Choisir un garçon**

B: Choisir un nombre pair → $\overline{B}$: **Choisir un nombre impair**

C: Choisir un nombre premier → $\overline{C}$: **Choisir un nombre non premier**

D: Choisir un chocolat noir → $\overline{D}$: **Choisir un chocolat non noir**

IMPORTANT !

Si on appelle E un évènement :

$$P(E) + P\left(\overline{E}\right) = 1$$

Avec $\overline{E}$ l'évènement contraire de E

3 **Exo** : On lance un dé truqué à 6 faces pour lequel on a les données suivantes :

On appelle A l'évènement : "Obtenir un multiple de 3".

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité			0,03			0,2

a) Quelles issues réalisent l'événement A ? **3, 6**

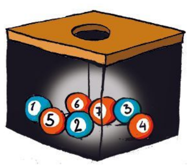
b) Quelle est la probabilité de l'événement A ? **P(A) = 0,03 + 0,2 = 0,23 = 23 %**

c) Décrire le contraire de l'événement A : $\overline{A}$ = **On obtient 1, 2, 4 ou 5**

d) Calculer la probabilité de l'événement A :P($\overline{A}$) = **1 – P(A) = 1 – 0,23 = 0,77 = 77/100 = 77 %**

4 **Exo : plus grand ou plus petit**

On met dans une urne opaque 10 boules numérotées de 1 à 10. Le joueur tire une boule au hasard, et gagne s'il a un numéro strictement supérieur à 8. On considère l'événement A : "Le joueur a gagné".



a) Quelles issues réalisent l'événement A ? **9, 10**

b) Quelle est la probabilité de l'événement A ? **P(A) = 2/10 = ⅕ = 0,2 = 0,20 = 20%**

c) Décrire le contraire de l'événement A : $\overline{A}$ = **Je tire un nombre inférieur ou égal à 8**

d) Calculer la probabilité de l'événement A : P($\overline{A}$) = **1 – P(A) = 1 – 0,2 = 0,80 = 80/100 = 80 %**

5 **Exo : réussite ou échec**

90% des collégiens réussissent leur DNB.
A quelle probabilité cela correspond-il ?
90 % = 90/100 = 0,90 = 0,9 = 9/10

Quelle est alors la probabilité d'échouer ?
1 – 0,9 = 0,1 = 0,10 = 10%

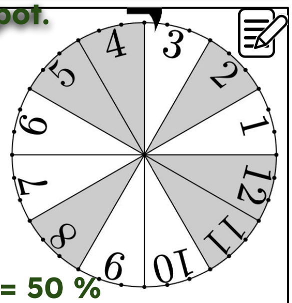
On gagne à un jeu de hasard avec une probabilité de 0,4. Quelle est la probabilité de perdre ? **1 – 0,4 = 0,6 = 0,60 = 60 %**

1 **Exercice :** Pierre a lancé dix fois un dé cubique (non truqué). A chaque fois, il a obtenu 6. Il lance ce dé une 11ème fois. Quelle est la probabilité d'obtenir 6 au 11ème lancer ? **1/6**

2 **Exercice :** Dans un pot au couvercle rouge, on a mis 6 bonbons à la fraise et 10 bonbons à la menthe. Dans un pot au couvercle bleu, on a mis 8 bonbons à la fraise et 14 bonbons à la menthe. Les bonbons sont enveloppés de telle façon qu'on ne peut pas les différencier. Antoine préfère les bonbons à la fraise. Dans quel pot a-t-il le plus de chance de choisir un bonbon à la fraise ? Justifier votre réponse. **1er pot : P(Fraise) = 6/16 = 0,375 = 37,5 % ; 2ème pot : P(Fraise) = 8/22 ≈ 0,36 = 36%;**

Il a le plus de chance de choisir un bonbon à la fraise dans le 1er pot.

3 **Exercice :** Le jeu suivant consiste à faire tourner la roue et à considérer le nombre et la couleur de la case sur laquelle elle s'arrête :



Déterminer la probabilité des événements suivants :

- Événement A : le nombre obtenu est 6 ; **P(A) = 1/12 ≈ 8,33 %**
- Événement B : on obtient une case grise ; **P(B) = 6/12 = 1/2 = 50 %**
- Événement C : le nombre obtenu est supérieur ou égal à 7 ; **P(C) = 6/12 = 1/2 = 50 %**
- Événement D : le nombre obtenu est pair sur une case grise ; **P(D) = 4/12 = 1/3 ≈ 33,33 %**
- Événement E : Le nombre obtenu est impair et la case est blanche ; **P(E) = 4/12 = 1/3 ≈ 33,33 %**

4 **Exercice :** Dans une urne, il y a huit boules indiscernables au toucher, qui portent chacune un numéro : 

1) Si on tire au hasard une boule dans cette urne, quelle est la probabilité qu'elle porte le numéro 7 ? **1/2**

2) Wacim s'apprête à tirer une boule. Il affirme qu'il a plus de chance de tirer un numéro pair qu'un numéro impair. A-t-il raison? **P("Pair") = 3/8 = 37,5 % ; P("Impair") = 5/8 = 62,5 % ; Il a tort !**

3) Finalement, Wacim a tiré la boule portant le numéro 5 et la garde : il ne la remet pas dans l'urne. Baptiste s'apprête à tirer une boule dans l'urne.

Quelle est la probabilité que cette boule porte le numéro 7 ? **Avant le deuxième tirage, il y a une boule de moins dans l'urne : il en reste 7. Il y a 4 issues possibles sur 7 : P(7) = 4/7 ≈ 0,57 = 57 %**

5 **Exercice :**

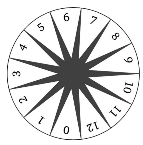
On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12. On lance la boule sur le plateau. La boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée.

1) Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8 ? **1/13 = 8 %**

2) Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre impair ? **P("Impair") = 6/13 ≈ 0,46 = 46 %**

3) Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre premier ? **P("Nombre premier") = 5/13 ≈ 0,38 = 38 %**

4) Lors des deux derniers lancers, la boule s'est arrêtée à chaque fois sur la case numérotée 9. A-t-on maintenant plus de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7 ? **A chaque tirage les probabilités de chaque issues restent inchangées. P("7") = 1/13 ; P("9") = 1/13 ; 1/13 ≈ 0,08 = 8%. Les 2 probabilités sont égales à 8 %.**



1 Le paradoxe du Grand Duc de Toscane

Ce paradoxe tient du fait que l'on considère les combinaisons sans tenir compte des différents dés. Avec 3 dés, voici comment on peut obtenir 9 et 10 :

$$9 = \begin{cases} 1+2+6 \\ 1+3+5 \\ 1+4+4 \\ 2+2+5 \\ 2+3+4 \\ 3+3+3 \end{cases} \qquad 10 = \begin{cases} 1+3+6 \\ 1+4+5 \\ 2+2+6 \\ 2+3+5 \\ 2+4+4 \\ 3+3+4 \end{cases}$$

On s'aperçoit qu'il existe 6 décompositions possibles pour ces deux valeurs. Si l'on considère que les dés sont colorés : 1 bleu, 1 vert, 1 rouge, chacune des décompositions peut être obtenue de 3 façons à l'exception de 3+3+3 qui ne peut l'être que d'une seule.

C'est la raison pour laquelle le « 10 » apparaît le plus souvent.

2 Le paradoxe de Monty Hall :

On numérote les cas et on définit les événements en fonction du choix initial comme suit :

- cas 1 (C1) : porte de la chèvre 1 choisie
- cas 2 (C2) : porte de la chèvre 2 choisie
- cas 3 (V) : porte de la voiture choisie

Ces trois événements sont équiprobables : p(C1)=p(C2)=p(V)=1/3

On observe maintenant le déroulement de la suite dans chacun de ces trois cas :

- cas 1 : Le candidat ayant initialement choisi la porte de la chèvre 1, le présentateur ouvre la porte de la chèvre 2. La porte restante cache la voiture.
- cas 2 : Le candidat ayant initialement choisi la porte de la chèvre 2, le présentateur ouvre la porte de la chèvre 1. La porte restante cache la voiture.
- cas 3 : Le candidat ayant initialement choisi la porte de la voiture, le présentateur ouvre la porte d'une des deux chèvres. La porte restante cache une chèvre.

On voit ici aisément que dans 2 cas sur 3, la porte restante cache la voiture. Il faut donc changer de porte.

3 Le paradoxe des anniversaires :

1. Considérons un groupe formé de 2 personnes.
   a. Soit M1 l'événement « même date d'anniversaire ». Quelle est la probabilité de M ?

p(M)=1/365 x 1/365 = 1/133225

   b. Que désigne l'évènement ? Quelle est sa probabilité ?

Il désigne l'événement "ces 2 personnes n'ont pas la même date anniversaire". p(M-)= 1-p(M)=133224/133225

2. Considérons un groupe de 3 personnes
   a. Soit M_2l'évènement « 2 ayant la même date d'anniversaire ». Quelle est la probabilité de M_2?

$p(M_2) = 1/365 \times 1/365 \times 1/365 = 1/(365)^3$

   b. Que désigne l'évènement $\overline{M_2}$? Quelle est sa probabilité ?

Il désigne l'évènement "ces 3 personnes n'ont pas la même date d'anniversaire; $P(\overline{M_2}) = 1 - 1/(365)^3$

3. Considérons un groupe de 23 personnes. Que deviennent $M_{23}, \overline{M_{23}}$ et leur probabilité ?

M_{23}est l'évènement : 23 personnes ont la même date d'anniversaire.

PLAN DE TRAVAIL TRACE ÉCRITE CORRECTION

AutoMaths974 – Devoir à faire sur temps libre. Avec ton guide de survie, accède au modèle et n'oublie pas de t'auto-évaluer.

001 ◆◇◇ NC Cycle 4

A = 1

B = 0

C = 3

D = 25

E = $\sqrt{9000}$

F = $\dfrac{23}{100}$

G = 16

CORRIGÉ

042 ◆◇◇ NC Cycle 4

- A = $12b + 2b = 14b$
- B = $-4x - 3x = -7x$
- C = $45y^2 - 2y^2 = 43y^2$
- D = $-2a + 17b + 2a - 7b = -2a + 2a + 17b - 7b = 0 + 10b = 10b$
- E = $15x^2 + x - 11x^2 + 2x = 15x^2 - 11x^2 + x + 2x = 4x^2 + 3x$
- F = $5t^2 - 7v + t^2 - 13v = 5t^2 + t^2 - 7v - 13v = 6t^2 - 20v$

055 ◆◇◇ OGDF Cycle 4

- *Une **baisse** de 45% est modélisée par une fonction linéaire de coefficient 0,55 (=1 − 45% = 1 − 0,45) : soit $f : x \mapsto 0{,}55x$*
- *On cherche l'antécédent de 215 € c'est à dire le prix avant la baisse : 215 € ÷ 0,55 ≈ 391 €.*
- *Avant les soldes l'aspirateur coûtait 391 €.*

CORRIGÉ

110 ◆◆◆ EG Cycle 4

1. Avec la réciproque de Thalès

Modéliser
Reconnaître un modèle

- D'une part : $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$
- D'autre part : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{7{,}2}{4{,}8} = \dfrac{2}{3}$

On constate que les quotients sont égaux.
De plus les points A, N, C et A, M, B sont **alignés dans le même ordre**, donc d'après la réciproque de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Raisonner
pour démontrer

2. Avec les angles correspondants.

Les droites d et d' sont perpendiculaires à une même 3ème donc elles sont parallèles entre-elles.

085 ◆◇◇ GM Cycle 4

⚠ *Solides à deux bases : $V = Aire_{Base} \times hauteur$*

Le solide A est un **pavé droit** (parallélépipède rectangle) et son volume est :

$V_A = L \times l \times h$ = 11 cm × 4 cm × 7 cm
= 308 cm³

Le solide B est un **cylindre** et son volume est :

$V_B = A_{Disque} \times h = \pi \times r^2 \times h = \pi \times (3\text{ cm})^2 \times 13$ cm

= 117π cm³ ≈ 367,6 cm³

CORRIGÉ

067 ◆◇◇ OGDF Cycle 4

Pour calculer la moyenne, on effectue le calcul suivant :

$$\frac{1\times35+3\times36+4\times37+7\times38+5\times39+3\times40+0\times41+2\times42}{25}$$

$$= \frac{956}{25} = 38{,}24$$

La pointure moyenne des élèves est de 38,24.