Παραμετρικές Εξισώσεις 1ου βαθμού

Επιμέλεια, Ιορδάνη Χ. Κοσόγλου
Msc,μαθηματικού ΓΕΛ
https://blogs.sch.gr/iordaniskos

Αριδαία, 2/12/20

Γιατί δημιουργήθηκε αυτό το αρχείο !

Αυτό το αρχείο είναι να προσπάθεια, να κατανοήσουν οι μαθητές μου την έννοια της παραμετρικής εξίσωσης $1^{ου}$ βαθμού.

Τι λένε οι οδηγίες του ΙΕΠ ;

Οι μαθητές, συναντούν δυσκολίες στη μετάβαση από την επίλυση μιας τέτοιας μορφής εξίσωσης στην επίλυση της γενικής μορφής $\mathbf{\alpha x + \beta = 0}$, **για δυο κυρίως λόγους:**

- α) είναι δύσκολος ο διαχωρισμός της έννοιας της παραμέτρου από την έννοια της μεταβλητής και
- β) δεν είναι εξοικειωμένοι με τη διαδικασία της διερεύνησης γενικά.

Εξίσωση $1^{ου}$ Βαθμού

Ποια ονομάζεται εξίσωση $1^{ου}$ **ή** α΄ βαθμού ή πρωτοβάθμια;

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $4x-3(2x-1)=7x-42$

ii) $\frac{1-4x}{5}-\frac{x+1}{4}=\frac{x-4}{20}+\frac{5}{4}$

iii) $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=\frac{x}{4}-\frac{x}{5}-\frac{49}{60}$

iv) $1,2(x+1)-2,5+1,5x=8,6$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $2(3x-1)-3(2x-1)=4$

ii) $2x-\frac{5-x}{3}=-\frac{5}{3}+\frac{7x}{3}$.

Όλες οι παραπάνω είναι εξισώσεις (δυο μέλη ίσα) $1^{ου}$ βαθμού , (ο άγνωστος x είναι υψωμένος στην $1^{η}$ δύναμη). Ονομάζεται επίσης και μεταβλητή (x) .

Διαδικασία Επίλυσης Πρωτοβάθμιας

- Κάνουμε πράξεις και στα δυο μέλη . Διώχνουμε τα κλάσματα υπολογίζοντας το ΕΚΠ και πολλαπλασιάζοντας δεξί και αριστερό μέλος με αυτό. Κατόπιν εφαρμόζουμε την Επιμεριστική ιδιότητα και συνεχίζουμε τις πράξεις μέχρι ……
- Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους. Για π.χ οι 3x , -x , 2x άγνωστοι.(συνήθως αριστερά οι άγνωστοι-δεξιά οι γνωστοί)
- Διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου και τα δυο μέλη και βρίσκουμε την άγνωστη μεταβλητή x ή αλλιώς λύση της εξίσωσης ή ρίζα της.

Ένα Λυμένο Παράδειγμα

$$2(3x-1)-3(2x-1)=4$$ ή

$$6x - 2 - 6x + 3 = 4$$ ή

$$0x + 1 = 4$$ ή

$$\mathbf{0x = 3}$$ **ή**

$$0 = 3$$

Η εξίσωση είναι αδύνατη !

Δεν έχει δηλαδή ΚΑΜΙΑ λύση , κανένας πραγματικός αριθμός δεν είναι λύση της.

Και άλλο ένα Λυμένο Παράδειγμα

$$2x - \frac{5-x}{3} = \frac{-5}{3} + \frac{7x}{3} \Leftrightarrow$$

$$3 \cdot (2x - \frac{5-x}{3}) = 3 \cdot (\frac{-5}{3} + \frac{7x}{3}) \Leftrightarrow$$

$$6x - (5-x) = -5 + 7x \Leftrightarrow$$

$$6x - 5 + x = -5 + 7x \Leftrightarrow$$

$$7x - 7x = 5 - 5 \Leftrightarrow$$

$$0x = 0 \Leftrightarrow$$

$$0 = 0$$

Η εξίσωση είναι ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ, όλοι οι πραγματικοί είναι λύση της

Για εξάσκηση, για πάμε !

Να λυθούν οι εξισώσεις **α΄** βαθμού ως προς x .

α) $2(x-1) = 5x-2$

β) $2-(x-1) = 3- x$

γ) $x(2x - 1) = 2x^2 - (x+3)$

δ) $1-\frac{x}{3} = x - \frac{x}{12}$

ε) $\frac{2(1-3x)}{5} - \left(x - \frac{x-1}{2}\right) = -1$

στ) $\frac{x-2}{\sqrt{3}} = \frac{x-3}{\sqrt{2}}$

ζ) $\frac{2x-1}{2} = \frac{3x-1}{3}$

η) $1-\frac{2x-1}{6} = 2x - \frac{x-1}{3}$

Η γενική Μορφή !

- ΟΛΕΣ οι πρωτοβάθμιες «καταλήγουν» στη μορφή : $\boldsymbol{\alpha x + \beta = 0}$ **ή** $\boldsymbol{\alpha x = -\beta}$

- π. χ αυτή που είδαμε πριν: $2\cdot(3x-1)-3\cdot(2x-1)=4$,
  Μετά από πράξεις έγινε: $\mathbf{0x - 3 = 0}$
  - ✔ $\boldsymbol{\alpha=0}$ **,** $\boldsymbol{\beta = -3}$
- Επίσης η $4\cdot x - 3\cdot(2x - 1) = 7x - 42$ μετά από πράξεις έγινε: $-9x+45 = 0$
  - ✔ $\boldsymbol{\alpha = -9}$ **,** $\boldsymbol{\beta = 45}$
- Κατόπιν διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου και βρίσκουμε την λύση ή ρίζα της .

Παραμετρική $1^{ου}$ βαθμού !

- Η εξίσωση $\lambda x + 3 = \lambda$, εκτός από την μεταβλητή x έχει και την παράμετρο λ *(δηλαδή μεταβλητή«$2^{ης}$ κατηγορίας»)*
- Για $\lambda = 1$ γίνεται : $\mathbf{x + 3 = 1}$ ή $x = 1-3$ ή $x = -2$
- Για $\lambda = -1$ γίνεται : $\mathbf{-x + 3 = -1}$ ή $-x = -4$ ή $x = +4$
- Για $\lambda = 2$ γίνεται : $\mathbf{2x + 3 = 2}$ ή $2x = -1$ ή $x = -0.5$
- Για $\lambda = 0$ γίνεται : $\mathbf{0x + 3 = 0}$ ή $0 = -3$ ΑΔΥΝΑΤΗ
- Για $\lambda = 0.5$ γίνεται : $\mathbf{0.5x + 3 = 0.5}$ **................**

Για κάθε λ προκύπτει μια καινούργια εξίσωση, πώς μπορούμε να λύσουμε την $\lambda x + 3 = \lambda$ για κάθε τιμή του πραγματικού λ ;

Επίλυση Παραμετρικής για κάθε λ

- Την φέρνουμε στη μορφή $\alpha x = \beta$ (όλες έρχονται εδώ , το είπαμε !)
- Παίρνουμε <u>περιπτώσεις</u> για το α *(αφού το τελευταίο βήμα είναι η διαίρεση με τον συντελεστή του αγνώστου!)*
  - Αν $\alpha = 0$, τότε <u>βρίσκουμε το λ</u> και το αντικαθιστούμε στην εξίσωση. Τέλος την λύνουμε.
  - Αν $\alpha \neq 0$, τότε διαιρούμε με τον αριθμό α και γράφουμε τη λύση ως συνάρτηση του λ (εξαρτάται δηλαδή απ το λ).
- Για να δούμε τι καταλάβατε !

Επίλυση Παραμετρικής για κάθε λ

$$\boldsymbol{\lambda x + 3 = \lambda} \quad ή$$

$$\boldsymbol{\lambda x = \lambda - 3}$$

- Αν $\boldsymbol{\lambda = 0}$, τότε η εξίσωση γίνεται

  $0x = -3$ ή

  $0 = -3$ άρα ΑΔΥΝΑΤΗ

- Αν $\boldsymbol{\lambda \neq 0}$, τότε η εξίσωση έχει λύση :

$$x = \frac{\lambda - 3}{\lambda}$$

Επαλήθευση !

- Πριν είπαμε για $\lambda = 1$, η εξίσωση $\boldsymbol{\lambda x + 3 = \lambda}$ έχει λύση την $x = -2$
- και για $\lambda = -1$, την λύση $x = +4$ (check it please !)

- Για δες την γενική λύση, τώρα, για $\lambda \neq 0$

$$\mathbf{x} = \frac{\lambda - 3}{\lambda}$$

Για $\lambda = 1$, πόσο βγαίνει το x ; Μήπως - 2
Για $\lambda = -1$, πόσο βγαίνει το x ; Μήπως 4. Τι έχεις να πεις ;

Μια πρώτη προσπάθεια και για σένα !

Να λυθεί η παραμετρική πρωτοβάθμια εξίσωση

$$(\lambda-1)\cdot x - 3 = \lambda-2$$

για κάθε πραγματικό λ

Καλή επιτυχία !

Παραμετρικές Εξισώσεις του Σχολικού βιβλίου

3. Να λύσετε τις εξισώσεις για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$.

i) $(\lambda-1)x = \lambda-1$ **ii)** $(\lambda-2)x = \lambda$

iii) $\lambda(\lambda-1)x = \lambda-1$ **iv)** $\lambda(\lambda-1)x = \lambda^2+\lambda$

Άλλες δυο ασκήσεις !

2. Δίνεται η παραμετρική εξίσωση : $(\lambda\text{-}1)\cdot x = \lambda$ (1)

α) Αν $\lambda = 2$, ποια εξίσωση προκύπτει απ την (1) ; Να λυθεί .

β) Αν $\lambda = 0$, ποια εξίσωση προκύπτει απ την (1) ; Να λυθεί .

γ) Να λυθεί η (1) για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ.

3. Δίνεται η παραμετρική εξίσωση : $\lambda\cdot x = \lambda\text{-}2$ (2)

α) Αν $\lambda = 2$, ποια εξίσωση προκύπτει απ την (2) ; Να λυθεί .

β) Αν $\lambda = 1$, ποια εξίσωση προκύπτει απ την (2) ; Να λυθεί .

γ) Να λυθεί η (2) για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ.

Καλή συνέχεια σε όλους σας !

Τις ασκήσεις που δεν είναι στο σχολικό αν θέλετε λύστε τες και στείλτε μου τις λύσεις σας.

Απορίες στο μειλ

iordaniskos@sch.gr