

Kurva $f(x) = ax^2 + bx + c$ memotong sumbu- y di titik $(0, 1)$ maka nilai $c = 1$ sehingga $f(x) = ax^2 + bx + 1$.

$$\text{Nilai } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx + 1}{x - 1} = -4$$

Jika kita substitusi langsung nilai $x = 1$ maka nilai $ax^2 + bx + 1$ harus 0, karena jika $ax^2 + bx + 1$ tidak nol maka nilai limit adalah ∞ .

Karena nilai $ax^2 + bx + 1$ untuk $x = 1$ adalah 0 maka $x - 1$ adalah salah satu faktornya sehingga berlaku;

$$ax^2 + bx + 1 = (x - 1)(mx + n)$$

$$ax^2 + bx + 1 = mx^2 + nx - mx - n$$

$$ax^2 + bx + 1 = mx^2 + (n - m)x - n$$

$$-1 = n$$

$$b = n - m$$

$$b = -1 - m$$

$$a = m$$

$$\text{Nilai } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx + 1}{x - 1} = -4, \text{ maka:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(mx + n)}{x - 1} = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (mx + n) = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (mx - 1) = -4$$

$$m - 1 = -4$$

$$m = -4 + 1$$

$$m = -3$$

Untuk $m = -3$ nilai $a = -3$, $b = 2$ dan $c = 1$, maka $\frac{b + c}{a} = \frac{2 + 1}{-3} = -1$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai (A) -1

32. Soal UMPTN 1998 (Rayon C) | *Soal Lengkap

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2n} - x}{1 - x} = \dots$$

$$(A) 2n - 1$$

$$(B) 1 - 2n$$

$$(C) 2n$$

$$(D) 2n - 2$$

$$(E) 2n + 2$$

Beberapa sifat aljabar yang mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan [limit fungsi](#) di atas, antara lain:

- $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ Untuk n bilangan Asli

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2n} - x}{1 - x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x^{2n-1} - 1)}{-(x - 1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x^{2n-1} - 1^{2n-1})}{-(x - 1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)(x^{2n-1-1} + x^{2n-1-2}(1) + \dots + (x)(1)^{2n-1-2} + (1)^{2n-1-1})}{-(x - 1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)(x^{2n-2} + x^{2n-3} + \dots + x + 1)}{-(x - 1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x^{2n-2} + x^{2n-3} + \dots + x + 1)}{-1} \\
 &= \frac{(1)((1)^{2n-2} + (1)^{2n-3} + \dots + (1) + 1)}{-1} \\
 &= -(1)(2n - 2 + 1) \\
 &= -(1)(2n - 1) \\
 &= -2n + 1
 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (B) $1 - 2n$

33. Soal UM UNDIP 2019 Kode 324 | *Soal Lengkap

Jika $|f(x) - 2| \leq x + 3$, maka nilai $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \dots$

- (A) -2
- (B) 0
- (C) 1
- (D) 2
- (E) 3

Alternatif Pembahasan:

Hide

Berdasarkan sifat pertidaksamaan nilai mutlak Himpunan penyelesaian dari $|f(x)| \leq a$ adalah $-a \leq f(x) \leq a$. Sehingga jika kita terapkan pada fungsi soal, kita akan peroleh:

$$\begin{aligned} |f(x) - 2| &\leq x + 3 \\ -(x + 3) &\leq f(x) - 2 \leq (x + 3) \\ -x - 3 + 2 &\leq f(x) \leq x + 3 + 2 \\ -x - 1 &\leq f(x) \leq x + 5 \\ \lim_{x \rightarrow -3} (-x - 1) &\leq \lim_{x \rightarrow -3} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow -3} (x + 5) \\ -(-3) - 1 &\leq \lim_{x \rightarrow -3} f(x) \leq -3 + 5 \\ 2 &\leq \lim_{x \rightarrow -3} f(x) \leq 2 \end{aligned}$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (D) 2

34. Soal UM UGM 2019 Kode 923/924 | *Soal Lengkap

Jika $p > 0$ dan $\lim_{x \rightarrow p} \frac{x^3 + px^2 + qx}{x - p} = 12$, maka nilai $p - q$ adalah...

- (A) 14
- (B) 10
- (C) 8
- (D) 5
- (E) 3

Nilai $\lim_{x \rightarrow p} \frac{x^3 + px^2 + qx}{x - p} = 12$ sehingga jika kita substitusi langsung nilai $x = p$ maka nilai $x^3 + px^2 + qx$ harus 0, karena jika $x^3 + px^2 + qx$ tidak nol maka nilai limit adalah ∞ .

Karena nilai $x^3 + px^2 + qx$ untuk $x = p$ adalah 0 maka dapat kita tuliskan:

$$\begin{aligned}(p)^3 + p(p)^2 + q(p) &= 0 \\ 2p^3 + pq &= 0 \\ 2p^2 + q &= 0 \\ q &= -2p^2\end{aligned}$$

$x - p$ adalah salah satu faktor $x^3 + px^2 + qx$ sehingga dapat kita tuliskan:

$$\begin{aligned}x^3 + px^2 + qx &= (x - p)(x^2 + bx + c) \\ x^3 + px^2 + qx &= x^3 + bx^2 + cx - px^2 - bpx - pc \\ \hline x^3 + px^2 + qx &= x^3 + (b - p)x^2 + (c - bp)x - pc \\ -pc &= 0 \rightarrow c = 0 \\ b - p &= p \rightarrow b = 2p \\ \hline x^3 + px^2 + qx &= (x - p)(x^2 + 2px)\end{aligned}$$

Dari hasil di atas kita peroleh:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow p} \frac{x^3 + px^2 + qx}{x - p} &= 12 \\ \lim_{x \rightarrow p} \frac{(x - p)(x^2 + 2px)}{x - p} &= 12 \\ \lim_{x \rightarrow p} \frac{(x^2 + 2px)}{1} &= 12 \\ (p)^2 + 2p(p) &= 12 \\ 3p^2 &= 12 \\ p^2 = 4 &\rightarrow p = 2 \\ q = -2p^2 &\rightarrow q = -8\end{aligned}$$

Nilai $p - q$ adalah $2 - (-8) = 10$

! Warning!

Jika sudah belajar turunan fungsi, maka dapat digunakan Aturan L'Hospital yang mungkin dapat menghemat beberapa langkah.

∴ Pilihan yang sesuai **(B) 10**

35. Soal UN Matematika SMA IPA 2011 | *Soal Lengkap

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{\sqrt{x}-2} = \dots$$

- (A) 0
- (B) 4
- (C) 8
- (D) 12
- (E) 16

Alternatif Pembahasan:

Hide

Beberapa sifat aljabar yang mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan [limit fungsi](#) di atas, antara lain:

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b) = a - b^2$
- $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{\sqrt{x}-2} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}+2)}{1} \\ &= \frac{(\sqrt{4}+2)}{1} = 4 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (B) 4

36. Soal UNBK Matematika SMA IPA 2019 | *Soal Lengkap

$$\text{Nilai } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{3 - \sqrt{17 - 2x^2}} = \dots$$

- (A) 6
- (B) $\frac{2}{3}$
- (C) 0
- (D) $-\frac{3}{2}$
- (E) -6

Beberapa sifat aljabar yang mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan [limit fungsi](#) di atas, antara lain:

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b) = a - b^2$
- $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{3 - \sqrt{17 - 2x^2}} \cdot \frac{3 + \sqrt{17 - 2x^2}}{3 + \sqrt{17 - 2x^2}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 4)(3 + \sqrt{17 - 2x^2})}{9 - (17 - 2x^2)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 4)(3 + \sqrt{17 - 2x^2})}{2x^2 - 8} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 4)(3 + \sqrt{17 - 2x^2})}{2(x - 2)(x + 2)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 4)(3 + \sqrt{17 - 2x^2})}{2(x + 2)} \\
 &= \frac{(2 - 4)(3 + \sqrt{17 - 2(2)^2})}{2(2 + 2)} \\
 &= \frac{(-2)(3 + 3)}{8} \\
 &= -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai (D) $-\frac{3}{2}$

37. Soal EBATANAS Matematika SMA IPA 1999 | *Soal Lengkap

Nilai $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x + 7} - 3} = \dots$

- (A) -2
- (B) $-\frac{2}{3}$
- (C) 0
- (D) 6
- (E) 12

Beberapa sifat aljabar yang mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan [limit fungsi](#) di atas, antara lain:

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b) = a - b^2$
- $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x + 7} - 3} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x + 7} - 3} \cdot \frac{\sqrt{x + 7} + 3}{\sqrt{x + 7} + 3} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(\sqrt{x + 7} + 3)}{x + 7 + 9} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(\sqrt{x + 7} + 3)}{x - 2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x + 7} + 3)}{1} \\
 &= \frac{(\sqrt{2 + 7} + 3)}{1} = 6
 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai (D) 6

38. Soal SPMB 2004 | *Soal Lengkap

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} = \dots$$

- (A) 0
- (B) 3
- (C) 6
- (D) 12
- (E) 15

Alternatif Pembahasan:

Hide

Beberapa sifat aljabar yang mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan [limit fungsi](#) di atas, antara lain:

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b) = a - b^2$
- $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} &= \frac{(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} \cdot \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{(\sqrt{x} + \sqrt{3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{1} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{3})}{1} \\ &= (2\sqrt{3})(2\sqrt{3}) = 12 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D) 12

39. Soal SIMAK UI 2018 Kode 421 | *Soal Lengkap

$$\text{Jika } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3\sqrt{x} - 2}}{x^2 - 16} = \dots$$

- (A) $\frac{1}{64}$
- (B) $\frac{1}{128}$
- (C) $\frac{1}{256}$
- (D) $\frac{1}{512}$
- (E) $\frac{1}{1024}$

Beberapa sifat aljabar yang mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan limit fungsi di atas, antara lain:

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b) = a - b^2$
- $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

Untuk menyelesaikan soal limit diatas, kita coba dengan memisalkan $\sqrt{x} = p$ sehingga $x^2 = p^4$ dan karena $x \rightarrow 4$ maka $p \rightarrow 2$, perubahan pada soal menjadi;

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3\sqrt{x} - 2}}{x^2 - 16} \\ &= \lim_{p \rightarrow 2} \frac{p - \sqrt{3p - 2}}{p^4 - 16} \\ &= \lim_{p \rightarrow 2} \frac{p - \sqrt{3p - 2}}{p^4 - 16} \\ &= \lim_{p \rightarrow 2} \frac{p - \sqrt{3p - 2}}{p^4 - 16} \times \frac{p + \sqrt{3p - 2}}{p + \sqrt{3p - 2}} \\ &= \lim_{p \rightarrow 2} \frac{p^2 - (3p - 2)}{(p^2 - 4)(p^2 + 4)(p + \sqrt{3p - 2})} \\ &= \lim_{p \rightarrow 2} \frac{(p - 2)(p - 1)}{(p - 2)(p + 2)(p^2 + 4)(p + \sqrt{3p - 2})} \\ &= \lim_{p \rightarrow 2} \frac{(p - 1)}{(p + 2)(p^2 + 4)(p + \sqrt{3p - 2})} \\ &= \frac{(2 - 1)}{(2 + 2)(2^2 + 4)(2 + \sqrt{3(2) - 2})} \\ &= \frac{1}{(4)(8)(4)} = \frac{1}{128} \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai (B) $\frac{1}{128}$

40. Soal UN Matematika SMA IPA 2003 | *Soal Lengkap - Soal UMB PTN 2014 Kode 573 | *Soal Lengkap

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} = \dots$$

- (A) 0
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 6

Beberapa sifat aljabar yang mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan [limit fungsi](#) di atas, antara lain:

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b) = a - b^2$
- $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} \times \frac{3 + \sqrt{x^2 + 5}}{3 + \sqrt{x^2 + 5}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4 - x^2)(3 + \sqrt{x^2 + 5})}{9 - (x^2 + 5)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4 - x^2)(3 + \sqrt{x^2 + 5})}{4 - x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3 + \sqrt{x^2 + 5})}{1} \\
 &= 3 + \sqrt{2^2 + 5} \\
 &= 3 + \sqrt{9} = 6
 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai (E) 6

Beberapa sifat aljabar yang mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan [limit fungsi](#) di atas, antara lain:

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b) = a - b^2$
- $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} \times \frac{3 + \sqrt{x^2 + 5}}{3 + \sqrt{x^2 + 5}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4 - x^2)(3 + \sqrt{x^2 + 5})}{9 - (x^2 + 5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4 - x^2)(3 + \sqrt{x^2 + 5})}{4 - x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3 + \sqrt{x^2 + 5})}{1} \\ &= 3 + \sqrt{2^2 + 5} \\ &= 3 + \sqrt{9} = 6 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai (E) 6