

PHYSIQUE

Durée : 3h 30

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve

Détermination de γ

La première partie et la deuxième partie sont indépendantes l'une de l'autre
Dans la première partie, les sous-parties A, B, C et D sont indépendantes les unes des autres

NB : les figures 2, 3 et 7 se trouvent en pages 7 et 8

Première partie : méthode de Rückhardt

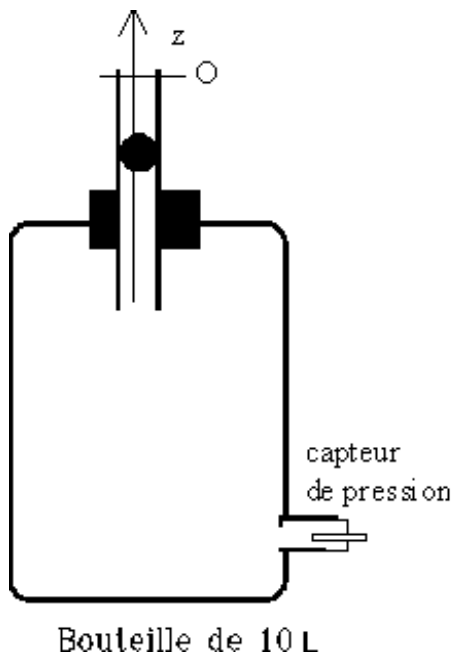


Figure 1

La méthode de Rückhardt permet de déterminer le rapport

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$
 des capacités thermiques à pression constante et à volume constant de l'air contenu dans la bouteille représentée sur la figure 1. On étudie pour cela le mouvement d'une bille dans un tube en verre. La bille métallique, de diamètre très voisin de celui du tube se comporte comme un piston étanche.

Lorsqu'on lâche la bille dans le tube de section s , on observe des oscillations autour d'une position d'équilibre (figure 1). La méthode consiste à mesurer la période d'oscillation θ du mouvement de la bille dans le tube. Pour cela, on enregistre la pression à l'aide d'un capteur de pression pendant 20 secondes. On donne l'enregistrement sur la figure 2, représentée en page 7.

On précise certains points remarquables sur la figure 3, représentée en page 8.

On observe qu'à l'équilibre, la position de la bille est à 41 cm en-dessous du sommet O du tube de verre.

On prendra pour axe Oz, un axe vertical ascendant dont l'origine est à l'extrémité supérieure du tube de verre (figure 1)

Sur les figures 2 et 3, le temps est mesuré en secondes et la tension V_s est mesurée en volts.

Nous adopterons les notations suivantes:

m = masse de la bille = 16,6 g = 1,6

6.10^{-2} kg

s = section intérieure du tube = $2,0.10^{-4}$ m²

V_0 = volume total de la bouteille et du tube de verre jusqu'à O = 10,0 L

p_0 = pression atmosphérique = $1,0.10^5$ Pa = 1,0 bar

p = pression régnant dans le flacon

g = accélération de la pesanteur = 9,81 m.s⁻²

C_p = capacité thermique molaire à pression constante

C_v = capacité thermique molaire à volume constant

■ = INCORPORER Equation.3

T_0 = température extérieure = 293 K

T = température à un instant donné du gaz situé dans le récipient

z = position de la bille à un instant donné, l'origine étant prise à l'extrémité supérieure O du tube de verre

R = constante des gaz parfaits = 8,315 J.K⁻¹.mol⁻¹

M = masse molaire de l'air = 29 g/mol

■ = viscosité de l'air

z_e = position de la bille à l'équilibre = - 41 cm

1bar = 10⁵ Pa

L'air dans la bouteille est assimilé à un gaz diatomique.

A) ETUDE DES CAPTEURS :

A1 - Déterminer un ordre de grandeur de la surpression créée par la bille. Comparer à la valeur de la pression atmosphérique. Conclusion ?

A2- Pour mesurer la pression, on utilise un capteur de pression commercial qui délivre une tension u proportionnelle à la pression p : $u = K \cdot p$ (où K est une constante).

En l'absence de bille, la pression est mesurée à l'aide d'un multimètre numérique. Sur le calibre le plus approprié, on obtient : $u = 3,333$ V.

A2-a En admettant que la caractéristique du capteur est linéaire, quelle est la valeur de K exprimée en V/bar ?

A2-b En déduire un ordre de grandeur des variations de la tension.

A2-c Un étudiant propose de suivre les variations de pression à l'aide de ce multimètre numérique. Qu'en pensez vous ? La réponse doit être courte (une à deux lignes).

INCORPORER PBrush figure 4A3 - L'enregistrement de l'écart de pression : $p - p_0$ a été effectué à l'aide du montage de la figure 4 où l'amplificateur opérationnel est idéal et en fonctionnement linéaire.

A3-a Exprimer V_s en fonction de E_0 , R_1 , R_2 et u , tension délivrée par le capteur.

A3-b Montrer que $V_s = a p + b$ où p est la pression exprimée en bar. Préciser a et b en fonction des données.

A4 - Sachant que $R_1 = 1$ k► déterminer :

a) la valeur de R_2

b) la valeur de E_0

pour qu'une tension de sortie V_s de 3 V corresponde à un écart de pression $p - p_0$ de 1 kPa et que V_s soit nul lorsque $p = p_0$.

A5 - Pourrait-on utiliser un thermomètre "classique" pour enregistrer la température du gaz au cours du temps ? La réponse doit être courte (une à deux lignes).

B) ETUDE MECANIQUE :

milieu extérieur de
pression uniforme p_0
INCORPORER PBrush

figure 5B1 Montrer que la force de pression exercée sur une demi-sphère de rayon r par un milieu de pression uniforme p_0 est $F = p_0 \pi r^2$. On donne $dS = 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta$ en coordonnées sphériques (figure 5).

B2 - Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la bille.

B3 - En appliquant le principe fondamental de la dynamique (ou théorème du centre d'inertie) à la bille, établir l'équation du mouvement de la bille en fonction de p , p_0 , m , g , s et des dérivées de z par rapport au temps. On ne demande pas de résoudre cette équation, mais on exprimera la pression à l'équilibre dans la bouteille en fonction de p_0 , m , g et s .

C) ETUDE THERMODYNAMIQUE :

C1- L'air contenu dans la bouteille est assimilé à un gaz parfait diatomique. D'un point de vue thermodynamique, le phénomène est dans un premier temps considéré comme suivant la loi de Laplace. Enoncer la loi de Laplace et rappeler les conditions de validité de cette loi. Ecrire la relation traduisant la loi de Laplace sous forme différentielle.

C2- Justifier le fait que l'on peut traiter les grandeurs $V - V_0$ et $p - p_0$ comme des grandeurs infiniment petites. On notera alors : $dV = V - V_0 = s \cdot z$ et : $dp = p - p_0$. En déduire $p - p_0$ en fonction de z , p_0 , V_0 , s et π .

C3- En déduire l'équation différentielle du mouvement vertical de la bille: INCORPORER Equation.3 Montrer que la pression obéit à une équation analogue que l'on précisera.

C4- En déduire les expressions littérales de :
la période propre ω du signal π
la position d'équilibre z_{eq}

En déduire l'expression de π en fonction de ω , m , V_0 , p_0 et s .

L'enregistrement expérimental fait apparaître un amortissement des oscillations dû à des phénomènes négligés pour l'instant. On admettra que la période propre est voisine de la pseudopériode.

En utilisant l'enregistrement de la figure 3, déterminer numériquement π .
Quelle était la valeur attendue ?

C5- Déterminer la valeur z_{eq} de z à l'équilibre. La position d'équilibre obtenue est-elle compatible avec les résultats expérimentaux ? Que peut-on en conclure ?

D) INTERPRETATION DES AMORTISSEMENTS :

Dans cette partie, on se propose d'étudier différents modèles afin de justifier la présence d'amortissements. La discussion sur la validité des modèles ne sera à faire qu'à la fin de l'étude de chaque modèle.

D-1 Un étudiant propose pour justifier les amortissements de tenir compte d'une force de frottement visqueux, utilisant la loi de Stokes, exercée par le fluide sur la bille.

Rappeler l'expression de la loi de Stokes. On notera r le rayon de la bille et η la viscosité dynamique.

Ecrire la nouvelle équation mécanique. L'écrire sous la forme : $m \ddot{z} + \dots = 0$. Préciser les expressions de γ , ω_0 et ζ .

Au vu de la courbe expérimentale de la figure 2, quel est le type de régime obtenu ? Déterminer l'expression de la solution $z(t)$ de l'équation différentielle de la question D-1-b. On ne demande pas de déterminer les constantes d'intégration.

On appelle décrément logarithmique δ la quantité $\ln \frac{p_0}{p_1}$ où p' est l'écart de pression par rapport à la pression d'équilibre, τ est la pseudopériode et t le temps. Exprimer δ en fonction de τ et ζ .

Pourquoi n'est-il pas nécessaire d'étalonner préalablement le capteur ?

Déduire de l'enregistrement de la figure 3 la valeur de δ , puis la valeur de ζ . Comparer le résultat obtenu à la valeur $\zeta = 10^{-4}$ Pl usuellement fournie par les tables. Pourquoi ce résultat était-il prévisible ?

D-2 Un deuxième étudiant propose pour justifier les amortissements l'existence de forces de viscosité au sein du fluide qui produiraient de l'entropie au sein du gaz. Les oscillations du gaz engendrent une onde sonore qui serait absorbée par le gaz. Les caractéristiques du système sont alors la masse volumique du gaz ρ_0 , la pulsation des oscillations ω_0 , la viscosité du gaz η , et la vitesse du son c :

$c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}$. La loi de Laplace peut-elle encore s'appliquer ici ? Pourquoi ? Préciser

l'expression de c en fonction de M , masse molaire de l'air, p , T et R . Par une analyse dimensionnelle, chercher le temps caractéristique τ_v de l'amortissement sous la forme

$\tau_v = \frac{\eta}{c^2}$. Préciser x , y et v . En considérant l'air comme un gaz parfait diatomique de viscosité $\eta = 10^{-4}$ Pl, donner un ordre de grandeur de τ_v . Quelle conclusion peut-on en tirer ?

D-3 Un troisième étudiant propose de tenir compte du transfert thermique (ou échange de chaleur) avec et à travers la paroi. L'air contenu dans la bouteille est assimilé à un gaz parfait diatomique. On note $E = U + E_c + E_p$ l'énergie totale d'un système, où U est l'énergie interne du système, E_c l'énergie cinétique macroscopique et E_p l'énergie potentielle d'origine extérieure. Énoncer le premier principe de la thermodynamique en faisant intervenir E , le transfert thermique (ou chaleur) Q reçue par le système et le travail W reçu par le système. En considérant le système formé par la bille et le gaz intérieur à la bouteille, déterminer entre l'instant où on lâche

la bille et l'équilibre de la bille : la variation d'énergie interne du gaz ΔU ; la

variation d'énergie cinétique de la bille INCORPORER Equation.3 $c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$; la variation d'énergie

potentielle de pesanteur de la bille INCORPORER Equation.3 $c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$; le travail des forces de pression W; le transfert thermique Q. Tout résultat devra être justifié en une ligne maximum. Préciser le sens du transfert thermique. Doit-on tenir compte des capacités calorifiques (ou thermiques) du verre et de la bille ? En déduire la position d'équilibre z'eq à laquelle conduit ce modèle. Quelle conclusion peut-on en tirer ? Etablir l'expression de l'entropie pour un gaz parfait. En déduire la variation d'entropie du gaz, l'entropie d'échange Se et l'entropie de création Sc sous forme littérale puis numérique. Commenter et conclure. Deuxième partie : méthode de Clément et Desormes) PRELIMINAIRE : Pour un fluide quelconque, de température T, de pression p et de

volume V, le transfert thermique réversible Q est de la forme : INCORPORER Equation.3 $c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$ E-1 Définir les trois coefficients thermo-élastiques α , β et γ . Indiquer leur nom, leur unité, leur caractère intensif ou extensif) et leur signe. E-2 Etablir les expressions de l et h en fonction des coefficients thermo-élastiques α , β et de p, T et V. E-3 En déduire l'expression de Cp-Cv en fonction des coefficients thermo-élastiques α , β et de p, T et V. E-4 L'air est toujours assimilé à un gaz parfait. En déduire les expressions de α , β , γ , l, h et Cp-Cv. E-5 Montrer que, dans un diagramme de Watt, c'est-à-dire dans un diagramme où l'on représente le volume en abscisse et la pression en ordonnée, la valeur absolue de la pente d'une isentropique en un point est γ fois plus élevée que la valeur absolue de la pente de l'isotherme au même point du diagramme, et ceci quel que soit le gaz. F) ETUDE EXPERIMENTALE DE CLEMENT ET

DESORMES : INCORPORER PBrush $c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$ figure 6 La bouteille précédente contenant de l'air, assimilé à un gaz parfait diatomique, possède deux orifices figure 6). L'une des ouvertures est reliée au capteur de pression via le montage précédent figure 4), l'autre est reliée à un robinet. Initialement, on crée une légère surpression dans le flacon. Puis on ouvre point A de la figure 7, reproduite à la fin du problème) et on ferme très rapidement le robinet point B de la figure 7, reproduite à la fin du problème), tout en enregistrant la pression. On obtient la courbe représentée figure 7, à la fin du problème. On note : $V_A = 3,5 V$ la tension initiale $V_B = 0,1 V$ la tension minimale $V_C = 0,7 V$ la tension pour t tendant vers l'infini. F-1 Quel est le système considéré ? F-2 Le gaz étudié subit deux transformations AB et BC. Pourquoi peut-on considérer la transformation AB comme isentropique ? Préciser la nature de la transformation BC. F-3 On étudie plus précisément la transformation BC. On admet que les échanges thermiques se font par convection selon la loi de Newton : la puissance P_u algébriquement reçue, par convection, par le système situé à l'intérieur de la bouteille est : $P_u = -k'(T - T_0)$ où T est la température du gaz, T_0 la température extérieure et k' une constante positive. En faisant un

bilan énergétique, montrer que : INCORPORER Equation.3 $c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$ Préciser γ en fonction de R, constante des gaz parfaits, du nombre n de moles de gaz dans le système, de β et k'. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la pression p, équation faisant intervenir la pression pC du point C et β . Préciser n en fonction des données. Faire l'application numérique. La modélisation de la courbe BC de la figure 7 donne : INCORPORER

Equation.3 $c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$ où t est en secondes et Vs en volts) En déduire k', soit en utilisant une valeur précédemment trouvée pour β soit en tenant compte du fait que l'air est assimilable à un gaz parfait diatomique. F-4 Représenter les deux transformations AB et BC dans un diagramme de Watt, c'est-à-dire dans un diagramme où l'on représente le volume en abscisse et la pression en ordonnée. F-5 Même question dans le diagramme S,T) où S est en abscisse et T en ordonnée. F-6 Montrer que : INCORPORER Equation.3

$c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$ où p_i ($i = A, B, C$) sont les pressions des différents points et V_{si} sont les tensions mesurées à l'aide du dispositif électrique de la figure 4, c'est-à-dire des fonctions affines des pressions p_i . En déduire la valeur

numérique de  Commenter le résultat obtenu. FIN DU PROBLEME INCORPORER PBrush

figure 2 INCORPORER PBrush $c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$ figure 3 INCORPORER PBrush $c = \sqrt{\frac{\gamma p_o}{\rho_o}}$ figure 7