Câu 1. **[2D1-1.0-3]** **(HSG 12 Bắc Giang)** Cho hàm số $f(x)=x^9+(m^2-m)x^5+(3m^3-7m^2+4m)x^4-2020$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Tác giả: Hà Lê; Fb: Ha Le

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=9x^8+5(m^2-m)x^4+4(3m^3-7m^2+4m)x^3$

$=x^3.\left[9x^5+5(m^2-m)x+4(3m^3-7m^2+4m)\right]$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow f'(x)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ (dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm).

$\Rightarrow g(x)=9x^5+5(m^2-m)x+4(3m^3-7m^2+4m)$ có nghiệm $x=0$ $\Rightarrow$ $g(0)=0$

$$\Leftrightarrow 3m^3-7m^2+4m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{4}{3} \\ m=1 \\ m=0 \end{array}\right..$$

Thử lại:

+ Với $m\in\{0;1\}$: $f'(x)=9x^8\ \ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ (thỏa mãn).

+ Với $m=\dfrac{4}{3}$: $f'(x)=9x^8+\dfrac{20}{9}x^4\ \ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ (thỏa mãn).

Vậy có ba giá trị của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.