Тема: Властивості кореня n-го степеня. Найпростіші перетворення коренів, дії над коренями

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf

Матеріали до теми:

Безпосередньо з означення арифметичного кореня *n*-го степеня випливає:

1. Якщо $\sqrt[n]{a}$ існує, то $(\sqrt[n]{a})^n = a$.
2. $\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| = \begin{cases} a, & якщо\ a \geq 0, \\ -a, & якщо\ a < 0. \end{cases}$
3. $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a$

Ми згадали властивості квадратного кореня. Аналогічні властивості мають і корені *n*-го степеня.

!

Властивість 1. Для невід'ємних чисел *a* і *b* добуток коренів *n*-го степеня із чисел *a* і *b* дорівнює кореню *n*-го степеня із їх добутку: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.

Властивість 2. Для невід'ємного числа a і додатного числа b частка коренів n-го степеня із чисел a і b. дорівнює кореню n-го степеня із їх частки:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}.$$

Властивість 3. Будь-який цілий степінь *k* кореня *n*-го степеня із невід'ємного числа *a* дорівнює кореню *n*-го степеня із степеня *k* числа *a*: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$.

Властивість 4. Щоб добути корінь із кореня із невід'ємного числа можна перемножити показники коренів, а підкореневий вираз залишити без змін: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$.

Властивість 5. Значення кореня із степеня невід'ємного числа не зміниться, якщо показник кореня і показник підкореневого виразу помножити (або поділити) на одне і те саме натуральне число: $\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^{m}}$.

Властивості 1, 2 доводяться аналогічно тому, як це зроблено для квадратних коренів. Доведемо властивості 3—5:

3) Так як $a \geq 0$, то ліва і права частини формули невід'ємні. Тому для доведення цієї рівності досить впевнитися в тому, що n-ий степінь лівої частини дорівнює a^k. Згідно з властивостями степенів з цілим показником маємо:

$$\left(\left(\sqrt[n]{a}\right)^{k}\right)^{n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^{kn} = \left(\left(\sqrt[n]{a}\right)^{n}\right)^{k} = a^{k}$$

4) При $a > O$ ліва і права частини невід'ємні. Тоді

$$\left(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}\right)^{mn} = \left(\left(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}\right)^{m}\right)^{n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^{n} = a$$

Отже, $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$.

5) Згідно з означенням кореня $\sqrt[np]{a^{mp}}$ — це таке невід'ємне число, *n*-й степінь якого дорівнює a^{mp}, тобто досить довести $\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^{np} = a^{mp}$.

Маємо $\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^{np} = \left(\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^{n}\right)^{p} = \left(a^m\right)^{p} = a^{mp}$.

Вивчені властивості коренів дають змогу виконувати перетворення коренів. Розглянемо деякі перетворення.

1. Винесення множника з під знака радикала.

В деяких випадках підкореневий вираз розкладається на множники так, що із одного чи декількох із них можна добути точний корінь. Добувши корені із цих множників, одержані числа можна записати перед знаком кореня. Таке перетворення називається *винесенням множника за знак радикала.*

Наприклад:

$$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2};$$

$$\sqrt[6]{128} = \sqrt[6]{64 \cdot 2} = \sqrt[6]{64} \cdot \sqrt[6]{2} = 2\sqrt[6]{2};$$

$$\sqrt[5]{x^7 \cdot a} = \sqrt[5]{x^5 \cdot x^2 \cdot a} = \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[5]{x^2 a} = x\sqrt[5]{x^2 a}.$$

Таким чином, можна зробити висновок: якщо $a \geq 0$, $b \geq 0$, то

$$\sqrt[n]{a^n b} = a\sqrt[n]{b}.$$

Якщо a — довільне, то

$$\sqrt[2k+1]{a^{2k+1} b} = a\sqrt[2k+1]{b}; \quad \sqrt[2k]{a^{2k} b} = |a|\sqrt[2k]{b}.$$

2.Внесення множника під знак радикала.

Перетворення, обернене до винесення множника за знак кореня, називається внесенням множника під знак кореня.

Наприклад:

$$4\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{4^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{192};$$

$$3\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{81 \cdot 2} = \sqrt[4]{162};$$

$$a\sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{a^4 a} = \sqrt[4]{a^5}.$$

$$a\sqrt[4]{b}=\begin{cases}\sqrt[4]{a^4}\cdot\sqrt[4]{b}=\sqrt[4]{a^4b}, & \text{якщо } a\geq 0,\\ -\sqrt[4]{a^4}\cdot\sqrt[4]{b}=-\sqrt[4]{a^4b}, & \text{якщо } a<0.\end{cases}$$

Таким чином, взагалі:

1) Якщо $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$.
2) Якщо a — довільне, то $a\sqrt[2k+1]{b}=\sqrt[2k+1]{a^{2k+1}b}$;

$$a\sqrt[2k]{b}=\begin{cases}\sqrt[2k]{a^{2k}b}, & \text{якщо } a\geq 0,\\ -\sqrt[2k]{a^{2k}b}, & \text{якщо } a<0.\end{cases}$$

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал: п. 5, с. 27-30.

2. Законспектувати теореми.

3. Виконати письмово вправи: 5.1, 5.3, 5.5, 5.7, 5.9, 5.11, 5.13.

Додаткові завдання:

1. Враховуючи, що $x\geq 0,\ y\geq 0$ подайте у вигляді одночлена вираз:

а) $\sqrt[5]{32x^5y^{15}}$;

б) $\sqrt[3]{27y^6}$;

в) $\sqrt[4]{\dfrac{16x^8y^4}{625}}$.

2. Подайте вираз у вигляді дробу, знаменник якого не містить радикалів:

а) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}$;

б) $\dfrac{1}{a-\sqrt[3]{b}}$.

3. Спростіть вираз:

$8x\sqrt[5]{3x^{-4}}-3\sqrt[5]{96x}-x^2\sqrt[5]{3x^{-9}}$

4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

https://www.youtube.com/watch?v=z5KZfZgszpc

https://naurok.com.ua/prezentaciya-korin-n-go-stepenya-145301.html

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .