

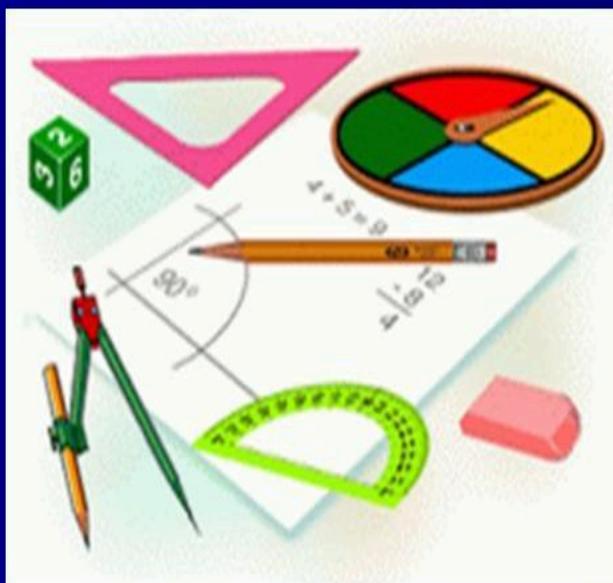
# *Творческая группа «Математика»*

*Математику учить,*

*Математику любить!*

*С математикой навеки*

*Крепко – накрепко дружить.*



**Руководитель творческой группы**

*Кравец Анна Владимировна, преподаватель математики*

**Занятия проводятся каждый второй вторник месяца.**

## **Занятие 1**

### **История развития тригонометрии**

**Цель:** узнать, что означает термин «тригонометрия», что изучает эта наука, кто из ученых, начиная с древности, внес вклад в ее развитие.

#### **История тригонометрии: возникновение и развитие**

*Если вы хотите участвовать в большой жизни,  
то наполняйте свою голову математикой,  
пока есть к тому возможность.  
Она окажет вам потом огромную помощь  
во всей вашей работе.*

**(М.И. Калинин)**

История тригонометрии неразрывно связана с астрономией, ведь именно для решения задач этой науки древние ученые стали исследовать соотношения различных величин в треугольнике.

На сегодняшний день тригонометрия является разделом математики, изучающим зависимость между значениями величин углов и длин сторон треугольников, а также занимающимся анализом алгебраических тождеств тригонометрических функций.

#### ***Термин «тригонометрия»***

*Греки в древности называли треугольник – “тригонон”,*

*И, как важная фигура, ими был измерен он.*

*Эта сложная работа всем не вдруг-то и видна:*

*Что там мерить? Треугольник – три отрезка, три угла.*

*Но на деле треугольник – не простая вовсе штука,  
С ним в расчётах может сладить только целая наука.  
В Древней Греции когда-то началось поветрие:  
Все наукой занялись там тригонометрией.*

*Мореплаватель, торговец, архитектор, рыболов -  
Всяк азы науки этой изучал без лишних слов.  
В чём же суть самой науки, разберёмся не спеша,  
Если всем она полезна, так важна, так хороша.*

*Если точку только глазом, но не метром достаём,  
Говорим о недоступном расстоянии до неё.  
Ширину всех рек могучих, высоту гигантских гор  
Не линейкой измеряют, всем известно с давних пор.*

*Бороздили океаны древних греков корабли,  
Направление по звёздам находили в них они.  
Расстояние на море по линейке не найдёшь,  
Надо знать, каким расчётом положение спасёшь.*

*Россыпь звёзд ночного неба так таинственно манит,  
Бархат в крошках-бриллиантах, несравненный, чудный вид!  
До звезды достать рукою человек, увы, не смог,  
Но достать звезду расчётом может думающий мозг!  
Людам, знающим законы и умеющим считать,  
Очень просто можно это расстояние узнать.*

*Можно много здесь примеров самых разных приводить,  
Но наука их одна нам все поможет разрешить.  
В каждом случае придётся треугольник отыскать  
И по данным элементам в нём другие рассчитать.*

*Треугольник на бумаге можно тот изобразить  
В меньших только лишь размерах, чем на деле может быть.  
Здесь подобие поможет, отношение длин сторон  
И углов каких-то меры, что в названии “тригонон”.*

*Астрономия отчасти всем известна, спору нет,  
Сразу вспомнится про звёзды, про орбиты у планет.  
Прежде чем какой-то спутник отправляется в полёт,  
Целый штат учёных разных должен выполнить расчёт,  
Траекторию полёта без ошибок просчитать,  
Где, в какое время спутник будет в космосе летать.*

*В географии – расчёты, в астрономии – расчёты,  
И в строительных работах всем расчётам нету счёта!  
Эти разные расчёты та же древняя наука помогает выполнять  
И во благо человека в жизнь успешно претворять.*

*Синус, косинус, и тангенс, и котангенс в ней живут,  
Для различных вычислений сотни разных формул тут.  
Применялось всё веками и успешно, спору нет,*

*Развивалось, дополнялось. В общем, можно дать совет:*

*Если скажут, что расчёты навевают только скуку,*

*Вы не верьте, а поглубже окунитесь в ту науку.*

*И возможно, что начнётся новое поветрие,*

*Много радости доставит вам тригонометрия!*

Термин «тригонометрия», давший название этому разделу математики, впервые был обнаружен в заголовке книги под авторством немецкого ученого-математика Питискуса в 1505 году. Слово «тригонометрия» имеет греческое происхождение и означает «измеряю треугольник». Если быть точнее, то речь идет не о буквальном измерении этой фигуры, а об её решении, то есть определении значений её неизвестных элементов с помощью известных.

### **Общие сведения о тригонометрии**

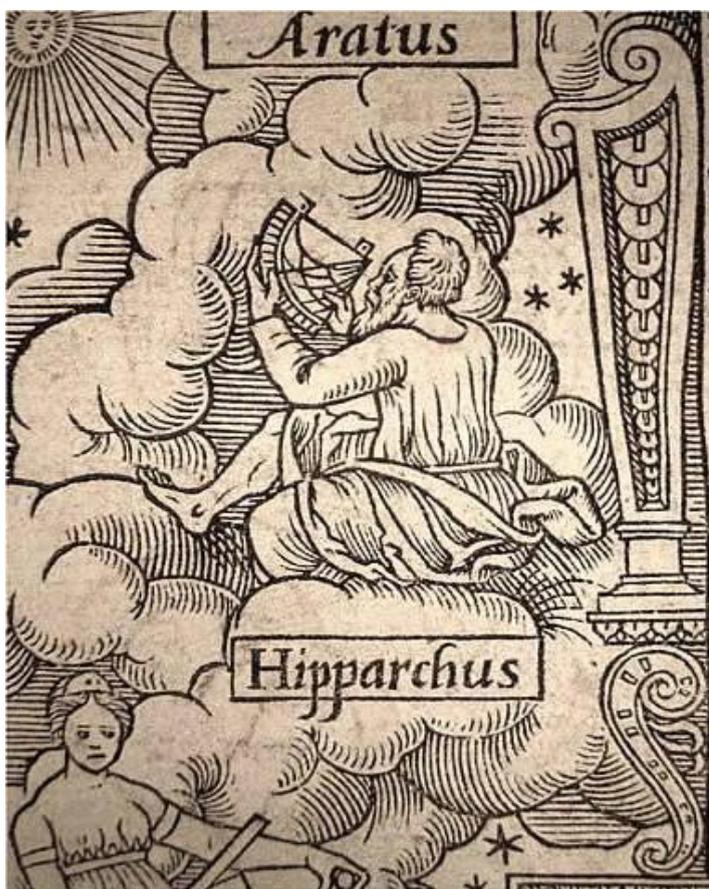
История тригонометрии началась более двух тысячелетий назад. Первоначально ее возникновение было связано с необходимостью выяснения соотношений углов и сторон треугольника. В процессе исследований выяснилось, что математическое выражение данных соотношений требует введения особых тригонометрических функций, которые первоначально оформлялись как числовые таблицы.

Для многих смежных с математикой наук толчком к развитию стала именно история тригонометрии. Происхождение единиц измерения углов (градусов), связанное с исследованиями ученых Древнего Вавилона, опирается на шестидесятиричную систему исчисления, которая дала начала современной десятиричной, применяемой во многих прикладных науках. Предполагается, что изначально тригонометрия существовала как часть астрономии. Затем она стала использоваться в архитектуре. А со временем возникла целесообразность применения данной науки в различных

областях человеческой деятельности. Это, в частности, астрономия, морская и воздушная навигация, акустика, оптика, электроника, архитектура и прочие.

### Тригонометрия в ранние века

Руководствуясь данными о сохранившихся научных реликвиях, исследователи сделали вывод, что история возникновения тригонометрии связана с работами греческого астронома Гиппарха Никейского (ок. 190 до н. э. — ок. 120 до н. э.; др.-греч. Ἰππάρχος), который впервые задумался над поиском способов решения треугольников (сферических). Его труды относятся ко 2 веку до нашей эры.



Наиболее важным достижением Гиппарха считается открытие предварения равноденствий, или астрономической прецессии, заключающееся в том, что точки равноденствий постепенно перемещаются среди звезд, благодаря чему каждый год равноденствия наступают раньше, чем в предшествующие годы.

Также одним из важнейших достижений тех времен является определение соотношения катетов и гипотенузы в прямоугольных треугольниках, которое

позже получило название теоремы Пифагора.

История развития тригонометрии в Древней Греции связана с именем астронома, географа и математика Птолемея, который родился между 127-145 гг. нашей эры в Александрии (Египет).

Наиболее известная работа Птолемея – Альмагест (астрономия). Он в том далеком прошлом сумел описать геоцентрическую модель вселенной. Не понятно, как он это сделал, ученые современности удивляются этому факту. Птолемея описал

траекторию, по которой якобы вокруг земли вращаются Солнце, Луна и другие планеты.

В данной работе содержится информация о звездах и их яркости по логарифмической шкале. Всего труд занял 13 томов. Есть конечно расхождения по поводу того, что вращается вокруг чего, но знать в 150 году до нашей эры о том, что есть еще и другие планеты кроме нашей – это достижение.

Греческим астрономам не были известны синусы, косинусы и тангенсы. Они пользовались таблицами, позволяющими найти значение хорды окружности с помощью стягиваемой дуги.



Единицами для измерения хорды были градусы, минуты и секунды. Один градус приравнивался к шестидесятой части радиуса. Также исследования древних греков продвинули развитие сферической тригонометрии. В частности, Евклид в своих «Началах» приводит теорему о закономерностях соотношений объемов шаров различного диаметра. Его труды в этой области стали своеобразным толчком в развитии еще и смежных областей знаний. Это, в частности, технология астрономических приборов, теория картографических проекций, система небесных координат и т. д.

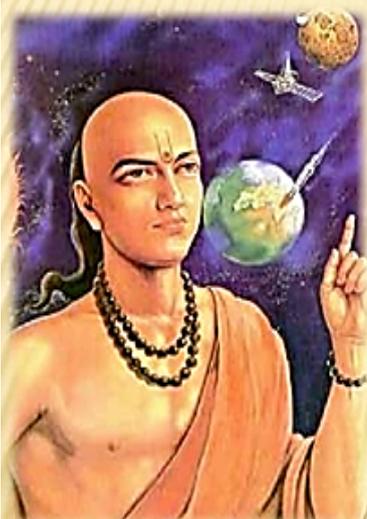
### **Средневековье: исследования индийских ученых**

Значительных успехов достигли индийские средневековые астрономы. Гибель античной науки в IV веке обусловила перемещение центра развития математики в Индию. История возникновения тригонометрии как обособленного раздела математического учения началась в Средневековье. Именно тогда ученые заменили

хорды синусами. Это открытие позволило ввести функции, касающиеся исследования сторон и углов прямоугольного треугольника. То есть именно тогда тригонометрия начала обособливаться от астрономии, превращаясь в раздел математики.

Первые таблицы синусов были у Ариабхаты, они были проведены через  $3^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $5^\circ$ . Позже появились подробные варианты таблиц: в частности, Бхаскара привел таблицу синусов через  $1^\circ$ .

## АРИАБХАТА



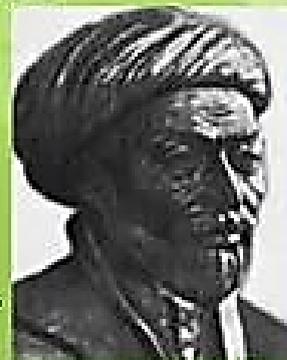
Ариабхата (около 500 г.) написал свой главный труд «Ариабхатию», когда ему было всего 23 года. В сочинении в стихотворной форме изложены математические сведения, необходимые для астрономических вычислений. Приведены также 33 правила по арифметике, алгебре и тригонометрии.

### Практические применения квадратных уравнений для решения прикладных задач

Бхаскара (1114—1185) - крупнейший индийский математик и астроном XII века. Возглавлял астрономическую обсерваторию в Удджайне.

Бхаскара написал трактат «Сиддханта-широмани» («Венец учения»), состоящий из четырёх частей: «Лилавати» посвящена арифметике, «Биждаганита» — алгебре, «Голадхайя» — сферике, «Гранхаганита» — теории планетных движений.

Бхаскара получал отрицательные корни уравнений, хотя и сомневался в их значимости. Ему принадлежит один из самых ранних проектов вечного двигателя.



Первый специализированный трактат по тригонометрии появился в X—XI веке. Автором его был среднеазиатский учёный Аль-Бируни. А в своем главном труде «Канон Мас'уда» (книга III) средневековый автор еще более углубляется в тригонометрию, приводя таблицу синусов (с шагом 15') и таблицу тангенсов (с шагом 1°).

## Аль-Бируни - ученый-энциклопедист.

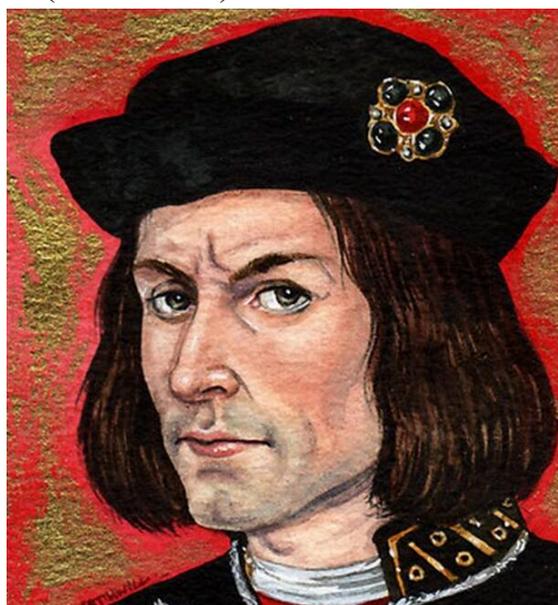


**Аль-Бируни** родился 4 сентября 973 года в городе Кят, столице древнего государства Хорезма. Полное имя – Абу Райхан Мухаммад ибн Ахмад Аль-Бируни. Молодой Аль-Бируни получил прекрасное образование у выдающегося астронома и математика Ибн Ирака. Образование включало не только математику, но и философию. Изучил, помимо хорезмийского, девять языков Востока, в том числе санскрит и хинди, а также греческий и латынь.

Аль-Бируни был человеком очень широких интересов. Он изучал всё: историю и географию, математику и астрономию, геодезию и филологию, минералогию и фармакологию – этот список можно было бы продолжить. По всем этим направлениям он вёл самостоятельные исследования, написал 45 трудов по разным дисциплинам.

## История развития тригонометрии в Европе

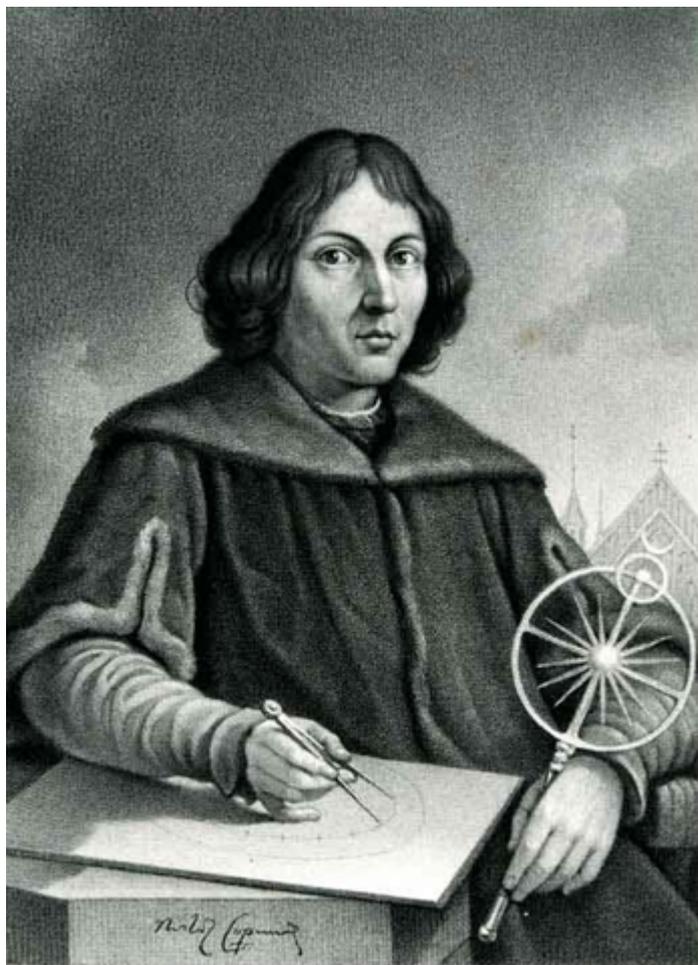
После перевода арабских трактатов на латынь (XII-XIII в) большинство идей индийских и персидских ученых были заимствованы европейской наукой. Первые упоминания о тригонометрии в Европе относятся к XII веку. По мнению исследователей, история тригонометрии в Европе связана с именем англичанина Ричарда Уоллингфордского, который стал автором сочинения «Четыре трактата о



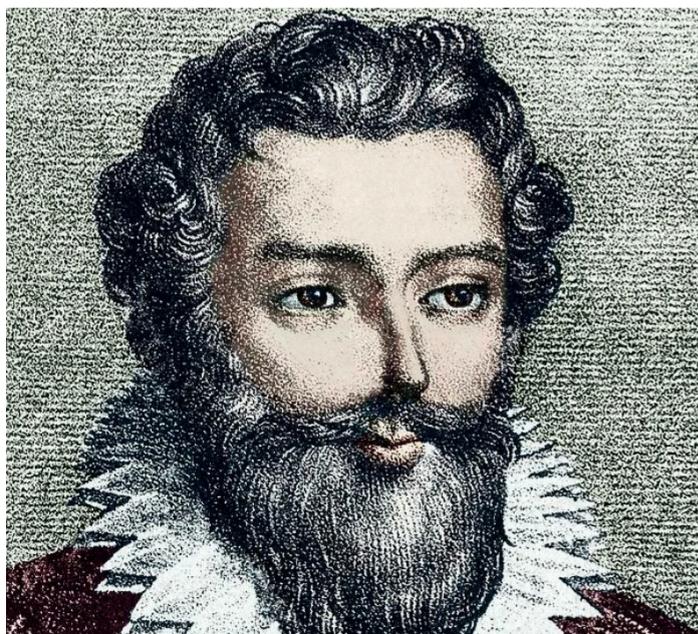
прямых и обращенных хордах». Именно его труд стал первой работой, которая целиком посвящена тригонометрии. К XV веку многие авторы в своих трудах упоминают о тригонометрических функциях.

### Новое время

В Новое время большинство ученых стало осознавать чрезвычайную важность тригонометрии не только в астрономии и астрологии, но и в других областях жизни. Это - артиллерия, оптика и навигация в дальних морских походах. Поэтому во второй половине XVI века эта тема заинтересовала многих выдающихся людей того времени, в том числе Николая Коперника, Иоганна Кеплера, Франсуа Виета. Коперник отвел тригонометрии несколько глав своего трактата «О вращении небесных сфер» (1543). Чуть позже, в 60-х годах XVI века, Ретиик - ученик Коперника - приводит в своем труде «Оптическая часть астрономии» пятнадцатизначные тригонометрические таблицы.

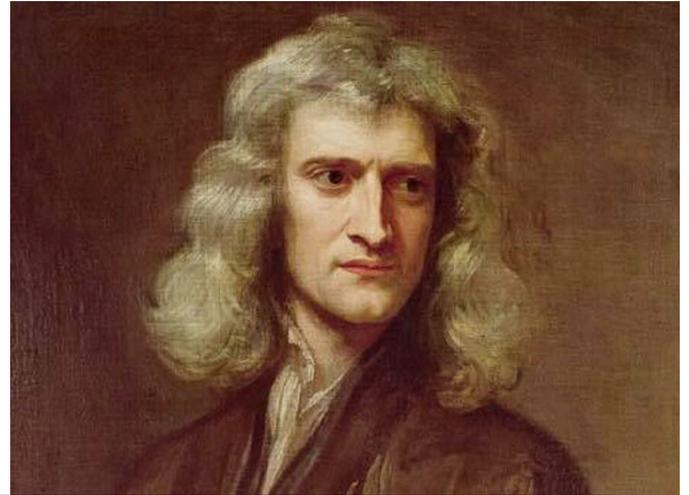


Франсуа Виет в «Математическом каноне» (1579 г.) дает обстоятельную и систематическую, хотя и бездоказательную, характеристику плоской и сферической тригонометрии. Альбрехт Дюрер стал тем, благодаря кому на свет появилась синусоида. Франсуа Виет дополнил и систематизировал



различные случаи решения плоских и сферических треугольников, открыл формулы для тригонометрических функций от кратных углов.

Исаак Ньютон (Newton, Isaac) (1643–1727) – английский математик, физик, алхимик и историк, заложивший основы математического анализа, рациональной механики и всего математического естествознания, а также внесший фундаментальный вклад в развитие физической оптики.

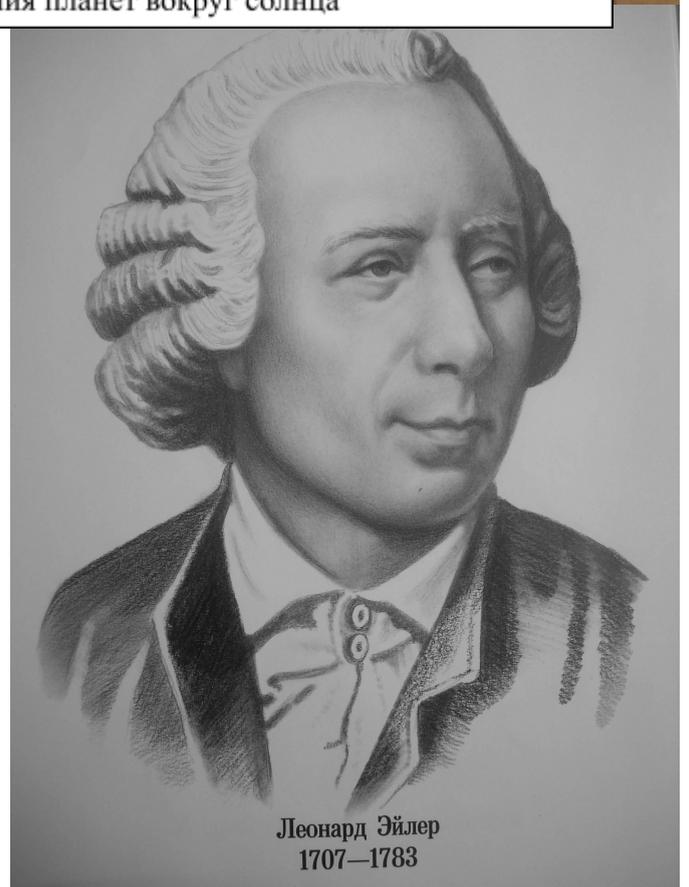


Исаак Ньютон разложил тригонометрические функции и открыл путь для их использования в математическом анализе.

Николай Коперник – польский астроном, разработал теорию движения планет вокруг солнца

### Заслуги Леонарда Эйлера

Самый значительный вклад в развитие тригонометрии внес швейцарский математик и механик, академик Петербургской Академии наук Леонард Эйлер (15 апреля 1707 – 18 сентября 1783 гг.). Эйлер ввел и само понятие функции и принятую в наши дни символику. Придание тригонометрии современного содержания и вида стало также заслугой Леонарда Эйлера. Его трактат «Введение в анализ бесконечных»



Леонард Эйлер  
1707–1783

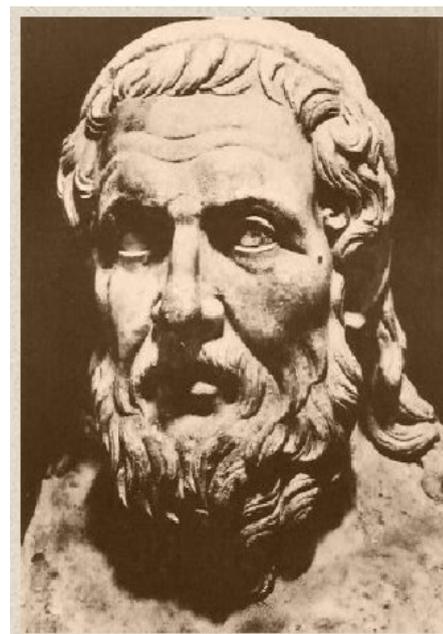
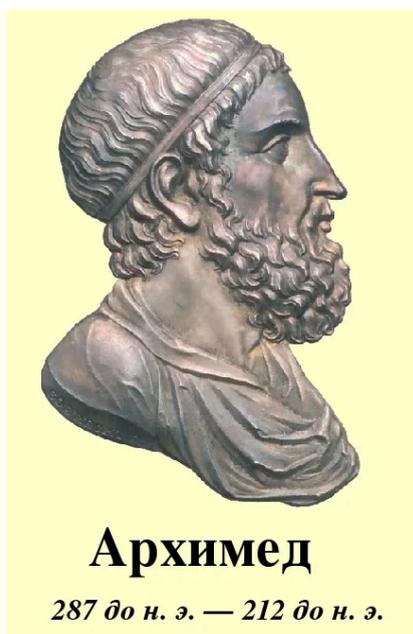
(1748) содержит определение термина «тригонометрические функции», которое эквивалентно современному. Таким образом, этот ученый смог определить обратные функции. Но и это еще не все. Определение тригонометрических функций на всей числовой прямой стало возможным благодаря исследованиям Эйлера не только

допустимых отрицательных углов, но и углов более  $360^\circ$ . Именно он в своих работах впервые доказал, что косинус и тангенс прямого угла отрицательные. Разложение целых степеней косинуса и синуса тоже стало заслугой этого ученого. Общая теория тригонометрических рядов и изучение сходимости полученных рядов не были объектами исследований Эйлера. Однако, работая над решением смежных задач, он сделал много открытий в этой области. Именно благодаря его работам продолжилась история тригонометрии. Кратко в своих трудах он касался и вопросов сферической тригонометрии.

### **История происхождения основных понятий**

История возникновения и развития тригонометрии насчитывает не один век. Введение понятий, которые составляют основу этого раздела математической науки, также не было одномоментным.

Так, понятие «синус» имеет очень долгую историю. Упоминания о различных отношениях отрезков треугольников и окружностей обнаруживаются еще в научных трудах, датируемых III веком до нашей эры. Работы таких великих древних ученых, как Евклид, Архимед, Апполоний Пергский, уже содержат первые исследования этих соотношений. Новые открытия требовали определенных терминологических уточнений.



Так, индийский учёный Ариабхата дает хорде название «джива», означающее «тетива лука». Когда арабские математические тексты переводились на латынь, термин заменили близким по значению синусом (т. е. «изгиб»). Слово «косинус» появилось намного позже. Этот термин является сокращенным вариантом латинской фразы «дополнительный синус». Возникновение тангенсов связано с расшифровкой задачи определения длины тени. Термин «тангенс» ввел в X веке арабский математик Абу-ль-Вафа, составивший первые таблицы для определения тангенсов и котангенсов. Но европейские ученые не знали об этих достижениях. Немецкий математик и астроном Регимонтан заново открывает эти понятия в 1467 г. Доказательство теоремы тангенсов – его заслуга. А переводится этот термин как «касающийся».

### **Области применения тригонометрии**

Тригонометрия не относится к прикладным наукам, в реальной повседневной жизни ее задачи редко применяются. Однако этот факт не снижает ее значимости. Очень важна, например, техника триангуляции, которая позволяет астрономам достаточно точно измерить расстояние до недалеких звезд и осуществлять контроль за системами навигации спутников. Также тригонометрию применяют в навигации, теории музыки, акустике, оптике, анализе финансовых рынков, электронике, теории вероятностей, статистике, биологии, медицине (например, в расшифровке ультразвуковых исследований УЗИ и компьютерной томографии), фармацевтике, химии, теории чисел, сейсмологии, метеорологии, океанологии, картографии, многих разделах физики, топографии и геодезии, архитектуре, фонетике, экономике, электронной технике, машиностроении, компьютерной графике, кристаллографии.

Роль тригонометрии в изучении естественно-математических наук изучают и по сей день. Возможно, в будущем областей ее применения станет еще больше.

### **Домашнее задание**

**Используя средства программы PowerPoint создать презентацию на тему: «История развития тригонометрии».**

## **Желаете записаться в творческую группу «Математика»?!**

### **Контакты:**

*Кравец Анна Владимировна*

*<https://vk.com/id587846845>*

*Электронная почта*

*[annokhonchenko@rambler.ru](mailto:annokhonchenko@rambler.ru)*