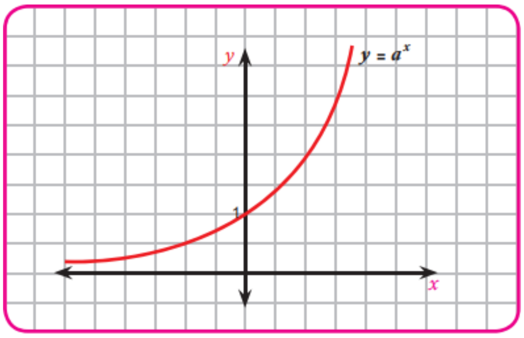
INSTITUTO EMPRESARIAL GABRIELA MISTRAL
Área de Matemáticas Grado once

NOMBRE:_________________________________**CURSO:**_______**FECHA:**__________
TEMA: Funciones Exponenciales y Logarítmicas

FUNCIÓN EXPONENCIAL

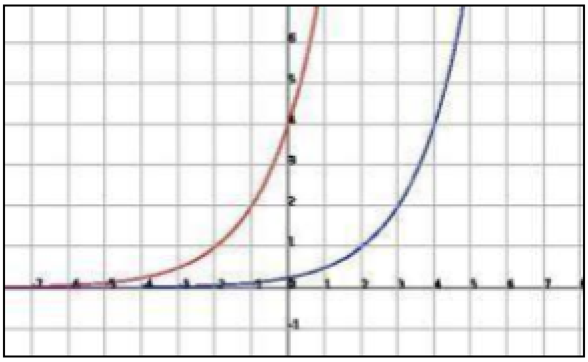
La expresión $y = a^x$, o , $f(x) = a^x$, ($0 < a < 1$ o $a > 1$) se denomina función exponencial donde el valor de a puede ser cualquier número positivo excepto el 1.

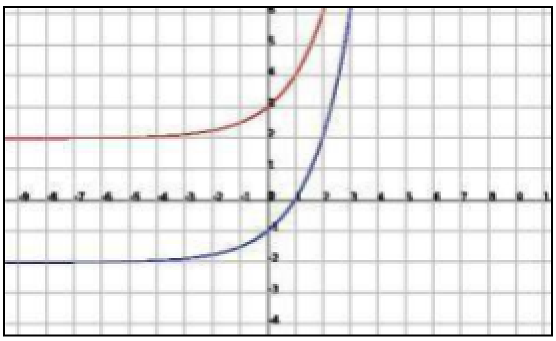
La base $a > 1$ hace que la función sea creciente:



La base $0 < a < 1$ hace que la función sea decreciente:

- Si a la función se le suma un número b en el exponente x la curva de la función se mueve hacia la izquierda con respecto al eje x, representado en la curva roja con la función $f(x) = 2^{x+2}$.
- Si a la función se le resta un número b en el exponente x la curva de la función se mueve hacia la derecha con respecto al eje x, representado en la curva azul con la función $f(x) = 2^{x-2}$.





- Si a la función se le suma un número b la curva de la función se mueve hacia arriba con respecto al eje y, representado en la curva roja con la función $f(x) = 2^x + 2$.
- Si a la función se le resta un número b la curva de la función se mueve hacia a abajo con respecto al eje y, representado en la curva azul con la función $f(x) = 2^x - 2$.

Definición de logaritmo.

Logaritmo de un número positivo *N* en una base *b*, positiva y diferente de 1, es el exponente *x* al cual debe elevarse la base para obtener el número *N*.

$$\boxed{b^x = N}$$

Los logaritmos se expresan de dos formas: Forma exponencial y forma logarítmica. Estas expresiones son convertibles de la una a la otra.

$$\boxed{b^x = N \Leftrightarrow \log_b N = x}$$

Forma Exponencial

Forma Logarítmica

Ejemplos:

$\log_3 27 = x$ **$3^x = 27$** **$3^x = 3^3$** **$x = 3$**	**$\log_3 x = 5$** **$3^5 = x$** **$243 = x$**	**$\log_x 1/4 = 2$** **$x^2 = 1/4$** **$\sqrt{x^2} = \sqrt{1/4}$** **$x = 1/2$**

- Propiedades generales de los logaritmos.

1. El logaritmo de 1, en cualquier base, es igual a cero.

$$\boxed{\log_b 1 = 0}$$

Ejemplos:

a) $\log_5 1 = 0$

b) $\log_x 1 = 0$

2. El logaritmo de la base es igual a la unidad.

$$\boxed{\log_b b = 1}$$

Ejemplos:

a) $\log_6 6 = 1$

b) $\log_a a = 1$

3. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

$$\boxed{\log_b MN = \log_b M + \log_b N}$$

Ejemplos:

a) $\log_2 7 \cdot 5 = \log_2 7 + \log_2 5$

b) $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$

4. El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

$$\boxed{\log_b\left(\frac{M}{N}\right) = \log_b M - \log_b N}$$

Ejemplos:

a) $\log_2\left(\frac{1}{6}\right) = \log_2 1 - \log_2 6$

b) $\log_x\left(\frac{1}{a}\right) = \log_x 1 - \log_x a$

c) $\log_x\left(\frac{1}{a}\right) = \log_x 1 - \log_x a$

5. El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base.

$$\boxed{\log_x a^n = n \cdot \log_x a}$$

Ejemplo:

$\log_2 6^3 = 3 \cdot \log_2 6$

6. El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido entre el índice.

$$\boxed{\log_x \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}\log_x a}$$

Ejemplos:

a) $\log_3 \sqrt{12} = \frac{1}{2} \cdot \log_3 12$

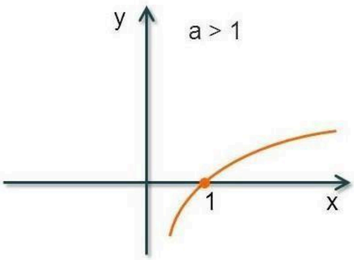
b) $\log_5 \sqrt[4]{x} = \frac{1}{4} \cdot \log_5 x$

FUNCIÓN LOGARITMO

La función logaritmo es $y = f(x) = log_a(x)$ corresponde a la función inversa de la función

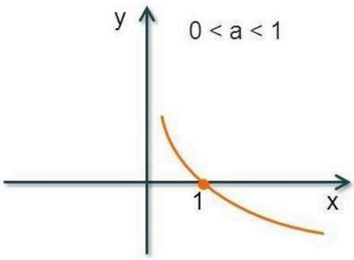
exponencial con base a .

Si **a > 1**, entonces
f(x) = log$_a$x es creciente
para todo x > 0



Dom (f) = IR⁺ y Rec (f) = IR

Si **0 < a < 1**, entonces
f(x) = log$_a$x es decreciente
para todo x > 0

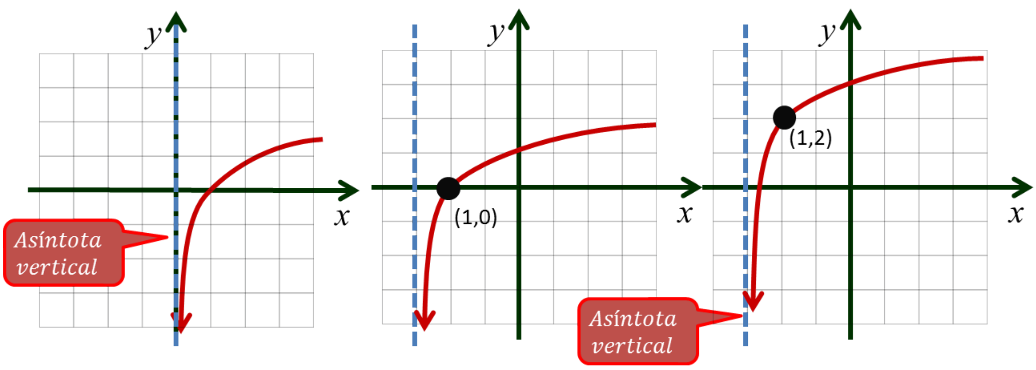


Dom (f) = IR⁺ y Rec (f) = IR

El gráfico de una función logarítmica es asintótica con el eje Y.

Asintótica: Se dice que una línea recta es asintótica a una línea curva, cuando se acerca a ella de manera continua e infinita, sin nunca llegar a tocarla.

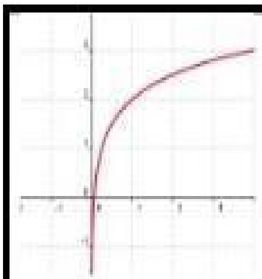
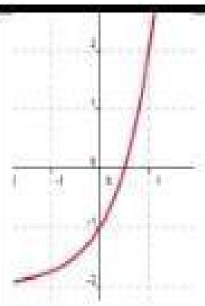
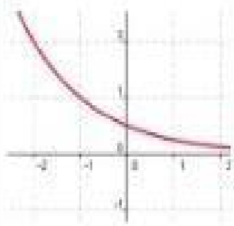
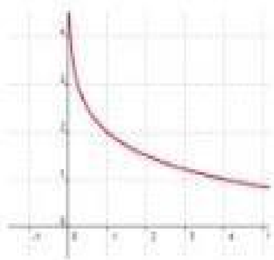
$y = ln(x)$ $\quad$ $y = ln(x+3)$ $\quad$ $y = ln(x+3)+2$



La asíntota se desplaza
3 unidades hacia la derecha

Ejercicios:

Relaciona cada gráfica con su función:

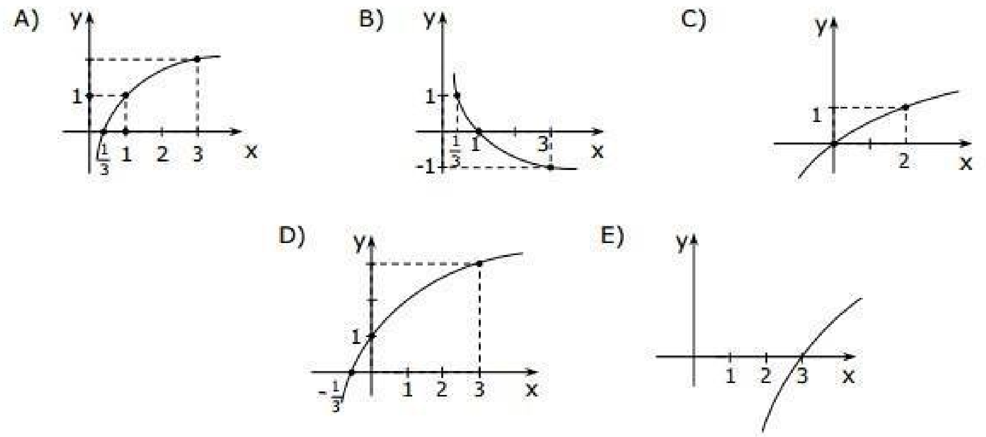
			
$y = \log_4 x + 2$	$y = 4^x - 2$	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$	$y = \log_{1/4} x + 2$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

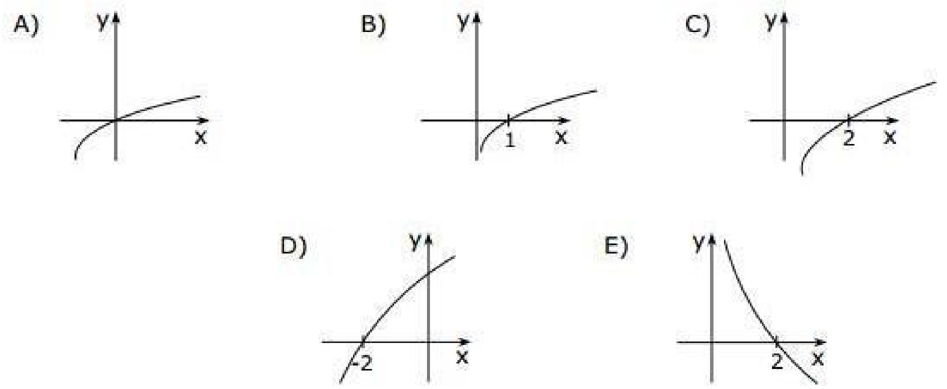
1. Sea la función $f(x) = 3^{x-1}$, entonces $f(3) + f(1) =$

A) 1
B) 9
C) 12
D) 10
E) 8

2. ¿Cuál de las siguientes figuras representa al gráfico de la función f(x) = $\log_3 X + 1$?



3. Dada la función f(x) = $\log_2(X + 1)$, su representación gráfica es:



4. El gráfico de la figura 1 representa la función

A) y = log x
B) y = log x + 1
C) y = log x + 2
D) y = log (x + 1)
E) y = log (x + 2)

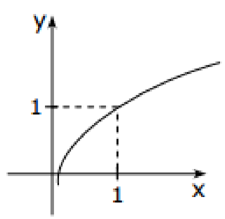


fig. 1

5. La gráfica de f(x) = log (x – 1) pasa por el punto

A) (1, 0)　B) (1, 1)　C) (1, -1)　D) (2, 0)　E) (0, 0)

6. Representa y estudia las funciones

a) $f(x)=4 \cdot 2^{x}$

b) $f(x)=2 \cdot 3^{-x}+1$

7. Construye una tabla de valores de una función exponencial en cada caso y escribe la expresión algebraica.

x	**f(x)**
-2	**2/9**
-1	
0	
1	
2	
3	

x	**f(x)**
-2	
-1	
0	**3**
1	
2	
3	

a) f(-2)=2/9 y constante de crecimiento 3 b) f(0)=3 y constante de decrecimiento ¼

x	**f(x)**
-2	1/9
-1	1/3
0	1
1	3
2	9
3	27

x	**f(x)**
-2	25
-1	5
0	1
1	1/5
2	1/25
3	1/125

8. La tabla corresponde, en cada caso, a una función exponencial. Escribe la fórmula.

9. Indica si el gráfico corresponde a una función con crecimiento exponencial o con decrecimiento. Escribe la función.