يحتوي كيس على 09 كريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، منها 04 كريات بيضاء نرمز لها بالرمز B تحمل الأرقام 1،2،3،3 و 05 كريات حمراءنرمز لها بالرمز R تحمل الارقام 1،2،2،3،3 .

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كريتين على التوالي مع إرجاع الكرية المسحوبة قبل سحب الكرية الثانية .

1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

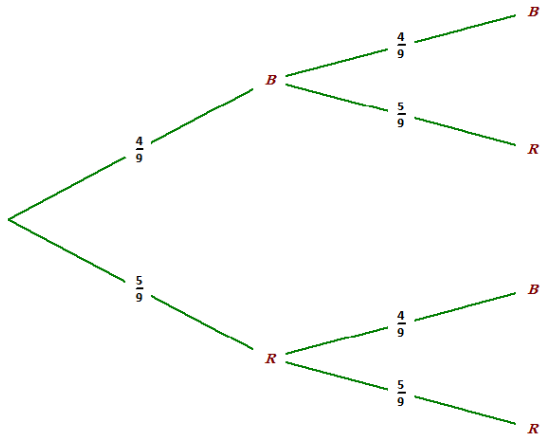
2) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

أ) α : " الكريتان المسحوبتان بيضاوان " .

ب) β : " إحدى الكريتين المسحوبتين فقط حمراء "

ج) γ : " لا يظهر الرقم1 " .

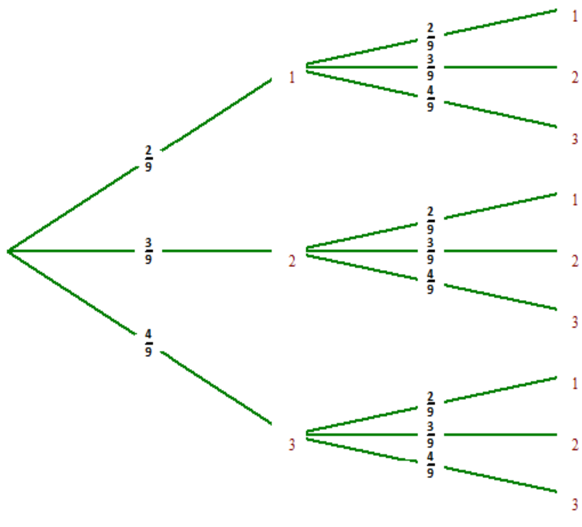
<u>حل التمـرين(1)</u>



أ) $P(\alpha)=P(B\cap B)=\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{16}{81}}$

ب) $P(\beta)=P(B\cap R)+P(R\cap B)$

$=\frac{4}{9}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{40}{81}}$



$P(\gamma)=\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{3}{9}\times\frac{4}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}$

$=\boxed{\frac{49}{81}}$

يحتوي كيس على 4 كريات تحمل الرقم1 و كريتين تحملان الرقم2لا نفرق بينها عند اللمس

نسحب و بدون إرجاع 3 كريات على التوالي من هذا الكيس .

1) أحسب احتمال الحادثة A : الحصول على ثلاث كريات مجموع ارقامها يساوي 4 .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لثلاث كريات مجموع أرقام هذه الكريات .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X و أحسب انحرافه المعياري $\sigma(X)$.

<u>حل التمـريـن(02)</u>

1) عدد الامكانيات : $A_6^3 = \boxed{120}$

$$P(A) = 3\times\frac{A_4^2\times A_2^1}{A_6^3} = \frac{72}{120} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

2) المتغير العشوائي X يأخذ قيمه من : $\{3\ ;\ 4\ ;\ 5\}$

$$P(X=3) = \frac{A_4^3}{A_6^3} = \frac{24}{120} = \boxed{\frac{1}{5}} \quad ، \quad P(X=4) = 3\times\frac{A_4^2\times A_2^1}{A_6^3} = \frac{72}{120} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

$$P(A) = 3\times\frac{A_4^1\times A_2^2}{A_6^3} = \frac{24}{120} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

X_i	3	4	5
$P(X_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

الأمل الرياضياتي: $E(X) = 3\times\frac{1}{5} + 4\times\frac{3}{5} + 5\times\frac{1}{5} = 4$

لدينا : $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ حيث : $E(X^2) = 9\times\frac{1}{5} + 16\times\frac{3}{5} + 25\times\frac{1}{5} = \frac{82}{5}$

ومنه : $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{82}{5} - 16 = \frac{2}{5}$ إذن : $\sigma(X) = \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

يحتوي كيس على 6 كريات حمراء و 4 كريات سوداء

نسحب 3 كريات من هذا الكيس على التوالي و بدون إرجاع .

1) أحسب احتمال الحادثة A : الحصول على اللونين معا .

2) أحسب احتمال الحادثة B : الحصول على لون واحد .

3) أ) استعمل شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيتين السابقتين .

ب) تأكد من النتائج السابقة في حساب احتمال كل من الحادثتين A و B .

حل الـتمـريـن(03)

عدد الحالات الممكنة لهذا السحب : $A_{10}^{3}=\boxed{720}$.

نرمز بـ R للكرية الحمراء و بـ N للكرية السوداء .

1) ـ الحالات الملائمة لوقوع الحادثة A هي :.

$$(R;R;N),(R;N;R),(N;R;R;),(N;N;R),(N;R;N),(R;N;N)$$

ـ عدد الحالات الملائمة للحصول على A هو :

$$3\times C_6^2\times C_4^1+3\times C_6^1\times C_4^2=3\times 120+3\times 72=\boxed{576}$$

ومنه : $P(A)=\frac{576}{720}=\boxed{0,8}$.

2) ـ الحالات الملائمة لوقوع الحادثة B هي : $(R;R;R),(V;V;V)$.

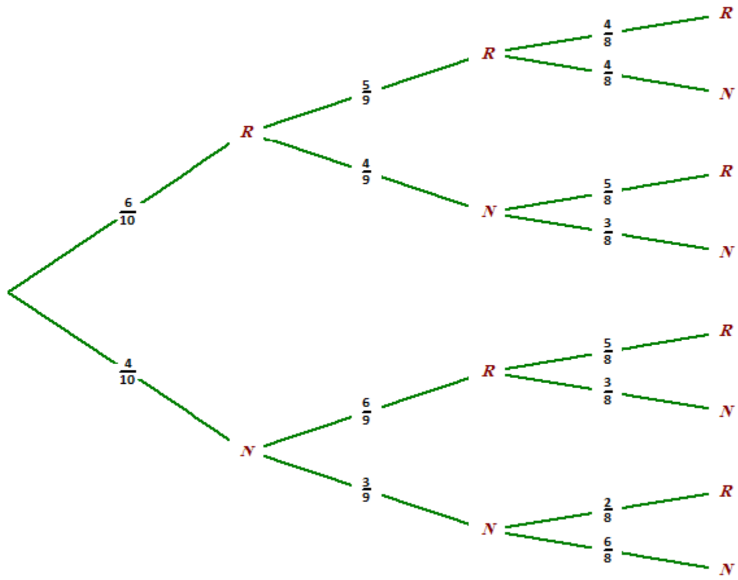
ـ عدد الحالات الملائمة للحصول على B هو :

$$C_6^3+C_4^3=\boxed{144}$$

ومنه : $P(B)=\frac{144}{720}=\boxed{0,2}$

<u>طريقة(2)</u> : الحادثة B معاكسة

للحادثة A ، إذن :



$$P(B)=1-P(A)=1-0,8=\boxed{0,2}$$

3) - أ)

4) - ب)الحادثة A تتكون من 6

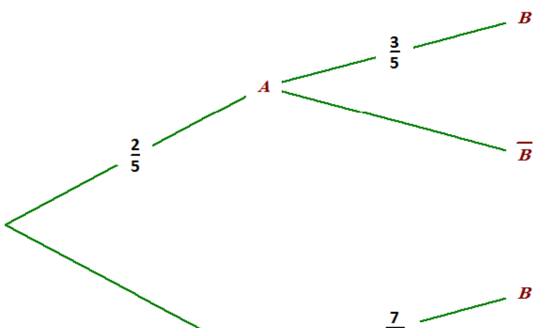
مسارات نرمز لها كما يلي:

$$(N;R;R),(R;N;N),(R;N;R;),(R;R;N),(N;N;R),(N;R;N)$$

$$P(A)=\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{6}{8}=\boxed{\frac{576}{720}}=\boxed{0,8}$$

الحادثة B تتكون من 2 مسارات نرمز لها كما يلي : $(R;R;R),(N;N;N)$

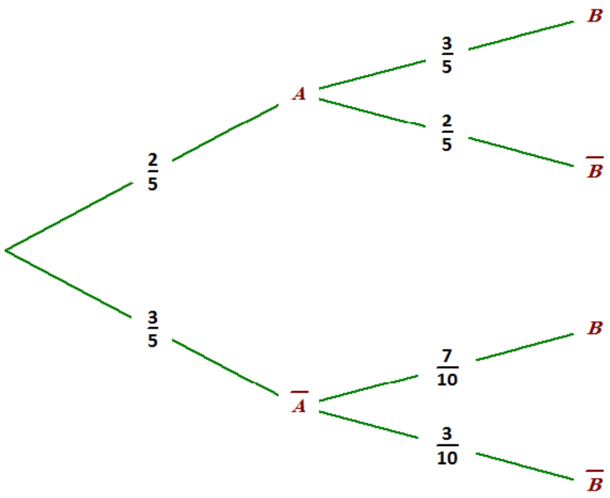
$$P(B)=\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}=\boxed{\frac{144}{720}}=\boxed{0,2}$$



A و B حادثتان . انطلاقا من شجرة الاحتمالات التالية :

1) أحسب : $P\left(\overline{A}\right)$ ، $P_A\left(\overline{B}\right)$ و $P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)$.

1)أحسب : $P\left(A\cap B\right)$ ، $P\left(A\cap\overline{B}\right)$ ،
$P\left(\overline{A}\cap B\right)$ و $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$.



حل التمـرين(04)

$$P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=1-\frac{3}{5}=\boxed{\frac{2}{5}}$$

$$P_A\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,4\times0,4}{0,4}=\boxed{0,4}$$

$$P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,6\times0,3}{0,6}=\boxed{0,3}$$

$$P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right)\times P\left(B\right)=0,4\times0,6=0,24$$

$$P\left(A\cap\overline{B}\right)=P\left(A\right)\times P\left(\overline{B}\right)=0,4\times0,4=0,16$$

$$P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(\overline{A}\right)\times P\left(B\right)=0,6\times0,7=0,42$$

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right)\times P\left(\overline{B}\right)=0,6\times 0,3=0,18$$

ملاحظة : مجموع الاحتمالات على جميع المسارات يساوي1 .

$$P\left(A\cap B\right)+P\left(A\cap\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)+P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0,24+0,16+0,42+0,18=\boxed{1}$$

يحتوي وعاء على 4 كريات صفراء و 8 كريات خضراء غير متمايزة عند اللمس.

نسحب بطريقة عشوائية كريتين على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكريات لها نفس الاحتمال .

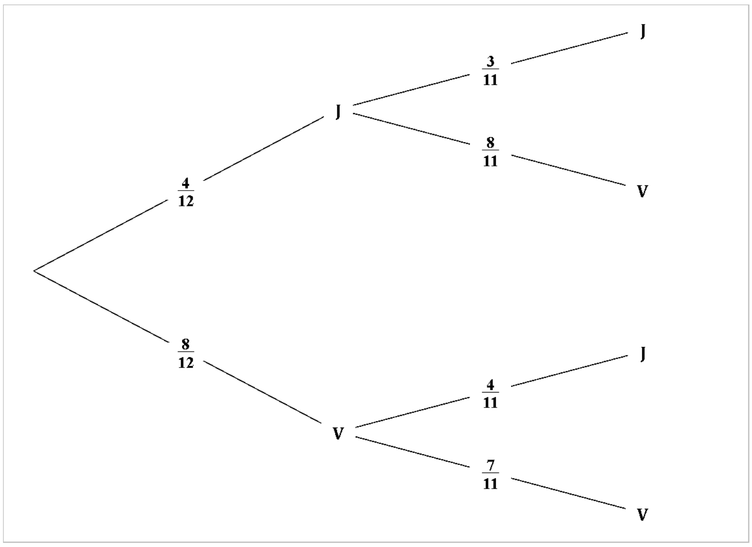
- استعمل شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيات السابقة ثم أحسب احتمال الحصول على :

أ) A " كرية صفراء ثم كرية خضراء " .

ب) B " كرية خضراء ثم كرية صفراء " .

ج) C " اللونين معا " .

حل التمـرين(05)



$$P\left(A\right)=\frac{4}{12}\times\frac{8}{11}=\boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P\left(B\right)=\frac{8}{12}\times\frac{4}{11}=\boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P\left(C\right)=\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}+\frac{8}{12}\times\frac{7}{11}=\boxed{\frac{17}{33}}$$

يحتوي كيس على 5 كريات حمراء و 3 كريات خضراء و 2كريات بيضاء غير متمايزة عند اللمس.

نسحب عشوائيا 2 كريات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكريات لها نفس الاحتمال .

1) مثل الوضعية بواسطة شجرة الاحتمالات .

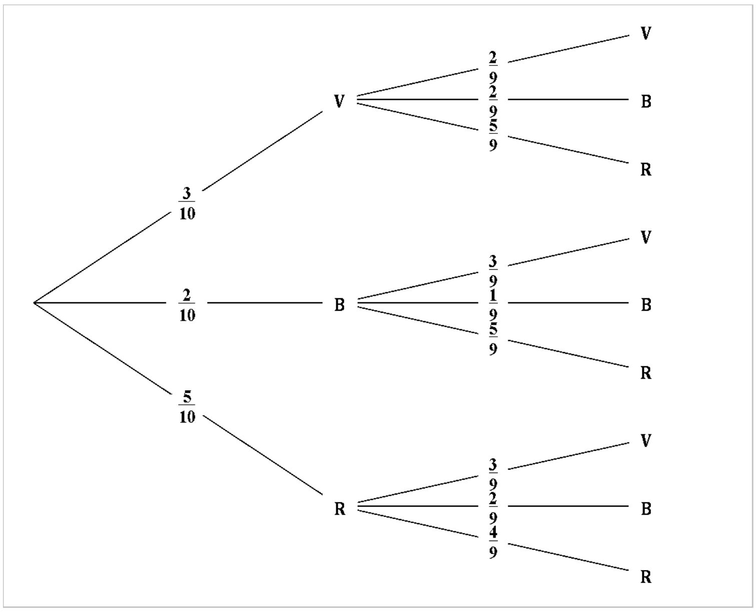
2) أحسب احتمال الحصول على :

أ) A " كريتين من نفس اللون " .

ب) C " كرية خضراء في السحب الأول " .

ج) D " اللونين معا " .

3) أحسب احتمال الحصول على كرية خضراء في السحب الثاني .



حل التمـرين(06)

1) شجرة الاحتمالات: نرمز بـ:

B للكرية البيضاء .

V للكرية الخضراء .

R للكرية الحمراء .

2) أ) الحدث A هو : VV أو BB أو RR :
$$P(A)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{14}{45}}$$

ب) الحدث C هو : VV أو VB أو VR :
$$P(C)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{14}{45}}$$

ج) الحدث D هو : VR أو VB أو BV أو BR أو VB أو RB
$$P(D)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{3}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{2}{9}=\boxed{\frac{31}{45}}$$

طريقة(2) : $D=\overline{A}$ معناه :
$$P(D)=1-P(A)=1-\frac{14}{45}=\boxed{\frac{31}{45}}$$

3) ليكن $P(E)$ هو احتمال الحصول على كرية خضراء في السحب الثاني .

الحدث E هو : VV أو BV أو RV :
$$P(E)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}=\boxed{\frac{3}{10}}$$

يحتوي كيس على 7 قريصات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس واحدة حمراء و 2 صفراء و 4 خضراء

يسحب لاعب قريصة واحدة من الكيس :

ـ إذا كانت حمراء يربح اللاعب $10DA$.

ـ إذا كانت صفراء يخسر اللاعب $5DA$.

ـ إذا كانت خضراء يعيد اللاعب سحب قريصة أخرى دون ارجاع الأولى إلى الكيس ، فإذا كانت الثانية حمراء يربح $8DA$ و إلا فإنه يخسر $4DA$.

نهتم بالربح الجبري(ربح أو خسارة) في نهاية اللعبة . لتكن Ω مجموعة الارباح الممكنة .

1) ضع مخططا مناسبا لهذه اللعبة .

2) أحسب احتمال الحادثة G " اللاعب رابح".

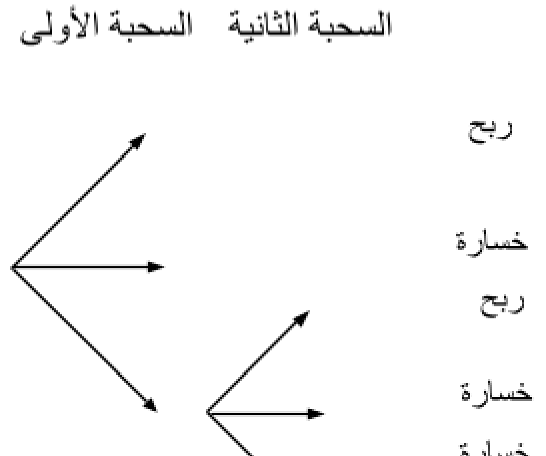
3) عرف قانون احتمال Ω و أحسب الأمل الرياضياتي .

<u>حل التمـرين(07)</u>

1) عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة :

(سحب قريصة من اللونين الأحمر و الأصفر) أو (قريصة خضراء أولا و قريصة من 6 قريصات الباقية)

إذن عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة هو : $3+6\times 4=\boxed{27}$



2) حساب احتمال الحادثة G : يربح اللاعب في حالة

سحبه قريصة حمراء أو قريصة خضراء متبوعة

بـ قريصة حمراء $P(G)=\dfrac{1\times 4+1}{27}=\boxed{\dfrac{5}{27}}$

2) لدينا المجموعة : $\Omega=\{-4;-5;8;10\}$

x_i	-4	-5	8	10
$P(X=x_i)$	$\dfrac{20}{27}$	$\dfrac{2}{27}$	$\dfrac{4}{27}$	$\dfrac{1}{27}$

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " تكوين لجنة تضم 3 رجال".

B " تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين".

C " تكوين لجنة تضم إبراهيم".

D " تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنةالتي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

<u>حل التمـرين(08)</u>

1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : $C_{12}^{3}=\boxed{220}$

$$P(A)=\frac{C_8^3}{220}=\boxed{\frac{14}{55}} \quad , \quad P(B)=\frac{C_8^1\times C_4^2}{220}=\boxed{\frac{12}{55}}$$

$$P(C)=\frac{C_1^1\times C_{11}^2}{220}=\boxed{\frac{1}{4}} \quad , \quad P(D)=\frac{C_1^1\times C_{10}^2+C_1^1\times C_{10}^2}{220}=\boxed{\frac{9}{22}}$$

2) أ) القيم التي يأخذها X هي : 0،1،2،3

قانون احتمال X : لدينا :

$$P(X=0)=\frac{C_4^3}{220}=\boxed{\frac{1}{55}} \quad , \quad P(X=1)=P(B)=\boxed{\frac{12}{55}}$$

$$P(X=2)=\frac{C_8^2\times C_4^1}{220}=\boxed{\frac{28}{55}} \quad , \quad P(X=3)=P(A)=\boxed{\frac{14}{55}}$$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

ب) الأمل الرياضياتي : $E(X)=0\times\frac{1}{55}+1\times\frac{12}{55}+2\times\frac{28}{55}+3\times\frac{14}{55}=\boxed{2}$

الانحراف المعياري :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

$$V(X)=\sum_{i=1}^{4}\left(x_i-E(X)\right)^2 p_i=(0-2)^2\frac{1}{55}+(1-2)^2\frac{12}{55}+(2-2)^2\frac{28}{55}+(3-2)^2\frac{14}{55}=\boxed{\frac{6}{11}}$$

صندوق يحتوي على7 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء ، كل الكريات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .
نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرية أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ) A " الحصول على كريتين بيضاوين".

ب) B " الحصول على كريتين من نفس اللون".

2) نعرف لعبة حظ كما يلي : تمنح لكل كرية بيضاء العلامة α $(\alpha\in\mathbb{R})$ و لكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين مجموع النقط المحصل عليها.

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

3) نضيف $(n-3)$ كرية سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

ـ ما هو عدد الكريات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علما أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

<u>حل التمـرين(09)</u>

1) بما أن السحب على التوالي ودون إرجاع فإن عدد الطرق الممكنة للسحب هو: $n^p=10^2=\boxed{100}$

أ) عدد الطرق للحصول على كريتين بيضاوين هو: $7^2=\boxed{49}$ ومنه: $P(A)=\boxed{\frac{49}{100}}$

ب) عدد الطرق للحصول على كريتين بيضاوين أو سوداوين هو: $7^2+3^2=\boxed{58}$ ومنه: $P(B)=\boxed{\frac{58}{100}}$

2) أ) قيم X هي : -2α أو 0 أو 2α .

يلخص قانون الاحتمال في الجدول التالي :

x_i	-2α	0	2α
$P(X=x_i)$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{49}{100}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=(-2\alpha)\times\frac{9}{100}+0\times\frac{9}{100}+2\alpha\times\frac{49}{100}=\boxed{\frac{4}{5}\alpha}$$

ب) تكون اللعبة مربحة إذا كان $E(X)>0$: معناه $\alpha>0$

3) أصبح في الصندوق n كرية سوداء و 7 كريات بيضاء ، إذن : $P(A)=\frac{7^2}{(n+7)^2}=\frac{49}{(n+7)^2}$

بحل المعادلة $\frac{49}{(n+7)^2}=\frac{1}{4}$ نجد : $n=7$ ، معناه يجب إضافة 4 كريات سوداء للكيس حتى يكون: $P(A)=\frac{1}{4}$

صندوق يحتوي على3 كريات بيضاء و 4 كريات سوداء ، كل الكريات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .

نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرية من الكيس ، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرية أخرى و هكذا .

نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " الكرية المسحوبة في المرة الأولى سوداء".

B " الكرية المسحوبة في المرة الثانية سوداء".

ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها.

- أعط قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي .

<u>حل التمــرين(10)</u>

1) أ) $P(A)=\dfrac{C_4^1}{C_7^1}=\boxed{\dfrac{4}{7}}$

لكي يتحقق الحدث يجب :

أن نسحب في المرة الأولى كرية بيضاء و لا تعاد إلى الكيس **و** نسحب في المرة الثانية كرية سوداء

إذن : $P(B)=\dfrac{C_3^1}{C_7^1}\times\dfrac{C_4^1}{C_6^1}=\boxed{\dfrac{2}{7}}$

ب) لكي لا نجري السحبة الثانية يجب أن نتوقف إما عند السحبة الأولى **أو** عند السحبة الثانية

أي : **"** نسحب كرية سوداء في المرة الأولى **أو** نسحب كرية سوداء في المرة الثانية **".**

إذن الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة هو : $P(A)+P(B)=\dfrac{4}{7}+\dfrac{2}{7}=\boxed{\dfrac{6}{7}}$

2) القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : 1 و 2 و 3 و 4 .

- يتحقق الحدث $(X=1)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرية سوداء : $P(X=1)=P(A)=\boxed{\dfrac{4}{7}}$

- يتحقق الحدث $(X=2)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرية بيضاء و لم نعدها إلى الكيس

ثم سحبنا كرية سوداء ، إذن : $P(X=2)=P(B)=\boxed{\dfrac{2}{7}}$

- يتحقق الحدث $(X=3)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرية بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا

في المرة الثانية كرية بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرية سوداء.

إذن : $P(X=3)=\dfrac{C_3^1}{C_7^1}\times\dfrac{C_2^1}{C_6^1}\times\dfrac{C_4^1}{C_5^1}=\boxed{\dfrac{4}{35}}$

- يتحقق الحدث $(X=4)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرية بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة

الثانية كرية بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرية بيضاء و لم نعدها إلى الكيس

ثم سحبنا في المرة الرابعة كرية سوداء

إذن : $P(X=4)=\dfrac{C_3^1}{C_7^1}\times\dfrac{C_2^1}{C_6^1}\times\dfrac{C_1^1}{C_5^1}\times\dfrac{C_4^1}{C_4^1}=\boxed{\dfrac{1}{35}}$

- نلخص النتائج في الجدول التالي :

ـ الأمل الرياضياتي : $E(X)=1\times\frac{4}{7}+2\times\frac{4}{7}+3\times\frac{4}{35}+4\times\frac{1}{35}=\boxed{\frac{76}{35}}$

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$

لدينا نردين D_1 و D_2 بحيث :

ـ وجوه النرد D_1 متساوية الاحتمال ، أربعة منها تحمل الرقم1 و اثنتان يحملان الرقم 2 .

ـ وجوه النرد D_2 مرقمة من 1 إلى 6 و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم k هو $\frac{k}{21}$.

1) إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 2 .

2) إذا رمينا النردين معا فما هو احتمال ظهور الرقم 1 :

أ) مرة واحدة بالضبط .

ب) مرتين .

3) نرمي النردين معا وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد المرات التي يظهر فيها الرقم2 .

ـ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

<u>حل التمــرين(11)</u>

1) لدينا وجهان يحملان الرقم2 من بين 6 أوجه إذن احتمال ظهور الرقم 2 إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة هو $\frac{2}{6}=\boxed{\frac{1}{3}}$.

2) احتمال ظهور الرقم1 في D_1 هو $\frac{4}{6}=\boxed{\frac{2}{3}}$ ، واحتمال ظهور الرقم1 (في D_2 هو $\boxed{\frac{1}{21}}$ ، (من أجل1=k)

أ) للحصول على الرقم 1مرة واحدة بالضبط عند رمي D_1 و D_2 ، يجب أن يظهر:

(الرقم1 في D_1 و رقم غير1 في D_2)أو (رقم يختلف عن1 في D_1 و الرقم 1 في D_2)

و بالتالي احتمال هذه الحادثة هو: $\frac{4}{6}\times\left(1-\frac{1}{21}\right)+\frac{1}{21}\times\frac{1}{3}=\frac{41}{63}$

ب) للحصول على الرقم 1 مرتين عند رمي D_1 و D_2 ، يجب أن يظهر:

(الرقم1 في D_1 و رقم غير1 في D_2) ، إذن : احتمال هذه الحادثة هو: $\frac{2}{3}\times\frac{1}{21}=\frac{2}{63}$

3) قانون الاحتمال :

لدينا القيم التي يأخذها X هي : 0 و 1 و2

ـيتحقق الحدث $(X=0)$ إذا لم يظهر الرقم2 في أي من النردين: $P(X=0)=\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)=\boxed{\frac{38}{63}}$

ـيتحقق الحدث $(X=1)$ إذا ظهر الرقم2 مرة واحدة فقط : $P(X=1)=\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)+\frac{2}{3}\times\frac{2}{21}=\boxed{\frac{23}{63}}$

ـيتحقق الحدث $(X=2)$ إذا ظهر الرقم2 في النردين معا : $P(X=2)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{21}=\boxed{\frac{2}{63}}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$: $E(X)=0\times\frac{38}{63}+1\times\frac{23}{63}+2\times\frac{2}{63}=\boxed{\frac{3}{7}}$

يحتوي صندوق على 3 قطع نقدية موزعة كما يلي :

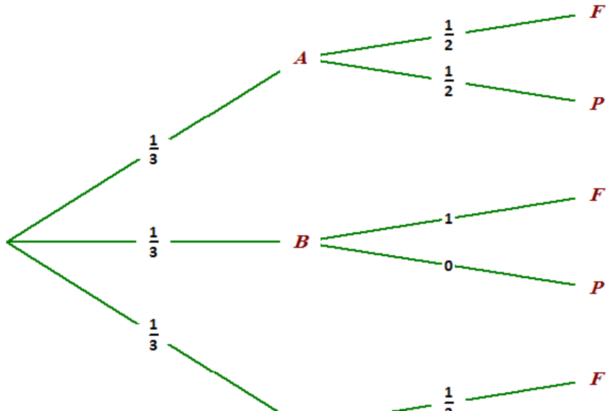
القطعة الأولى تحمل وجه و ظهر متساويي الاحتمال و القطعة الثانية تحمل وجهين أما القطعة الثالثة تحمل وجه و ظهر حيث احتمال ظهور وجه يساوي $\frac{1}{3}$

نسحب بطريقة عشوائية قطعة واحدة من الصندوق ثم نرميها مرة واحدة في الهواء و نسجل النتيجة الظاهرة على الوجه العلوي .

1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه التجربة .

2) أحسب احتمال الحصول على وجه .

<u>حل التمـرين(12)</u>



1) نرمز بـ A للقطعة الأولى و بـ B للقطعة الثانية

و بـ C للقطعة الثالثة.

نرمز بـ P لوجه القطعة و F لظهرها .

احتمال احتمال الحصول على وجه هو $P(F)$ ، حيث:

$$P(F)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times1+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\boxed{\frac{11}{18}}$$

A ، B و C ثلاث صناديق تحتوي على كرات موزعة كما يلي :

الصندوق A يحوي 5 كريات بيضاء و كرية سوداء.

الصندوق B يحوي 3 كريات بيضاء و2 كريات سوداء.

الصندوق C يحوي كرية بيضاء و4 كريات سوداء.

يقوم لاعب برمي زهرة نرد ذات 6 أوجه مرقمة من 1 إلى 6 و متساوية الاحتمال .

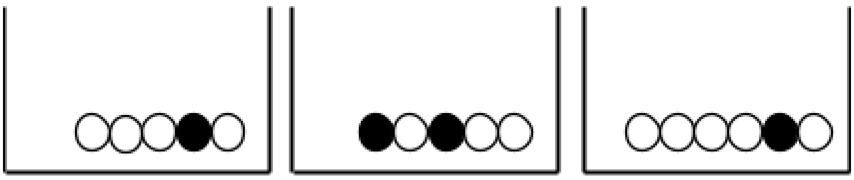
- إذا كان الرقم الظاهر1 يسحب من الصندوق A .
- إذا كان الرقم الظاهر2 أو 3 يسحب من الصندوق B .
- إذا كان الرقم الظاهر4 أو5 أو 6 يسحب من الصندوق C .

1) إذا كان اللاعب يسحب كرية واحدة فقط ، أحسب احتمال أن تكون بيضاء .

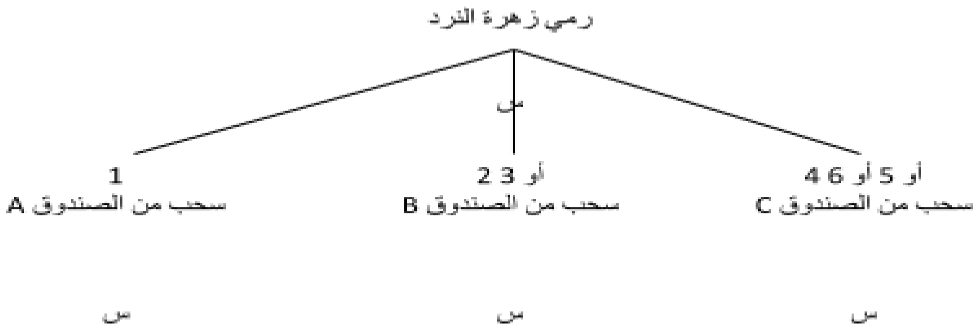
2) إذا كان اللاعب يسحب كريتين في آن واحد ، أحسب احتمال الحوادث التالية :

X : " كريتين بيضاوين ". Y: " كريتين سوداوين من الصندوق B " .

حل التمـريـن(13)



1) سحب كرية بيضاء b تكون :



من الصندوق A

$\boxed{\text{أو}}$

من الصندوق B

$\boxed{\text{أو}}$

من الصندوق C

$P(b)$ هو احتمال أن تكون الكرية بيضاء : $P(b)=\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{6}\times\frac{1}{5}+=\boxed{\frac{79}{180}}$

2) X : " (كريتين بيضاوين من الصندوق A) $\boxed{\text{وأ}}$ (كريتين بيضاوين من الصندوق B) ".

$$P(X)=\frac{1}{6}\times\frac{C_5^2}{C_6^2}+\frac{2}{6}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{1}{6}\times\frac{10}{15}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{10}=\boxed{\frac{19}{90}}$$

Y: " كريتين سوداوين من الصندوق B ". $P(Y)=\frac{2}{6}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{2}{6}\times\frac{1}{10}=\boxed{\frac{1}{30}}$

يحتوي صندوق U_1 على 5 كريات بيضاء و 5 كريات سوداء و يحتوي صندوق U_2 على 7 كريات بيضاء و3 كريات سوداء. كل الكريات متساوية الاحتمال و لا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_1 و نسجل لونها و نعيدها إلى الصندوق U_2 ثم نسحب من الصندوق U_2 كرية أخرى و نسجل لونها .

1) أحسب احتمال الحصول على كريتين بيضاوين .

2) أحسب احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون .

3) نرفق بكل كرية بيضاء العدد الحقيقي α و بكل كرية سوداء العدد $(-\alpha)$ و ليكن X المتغير العشوائي يرفق بكل سحب كرتين مجموع العددين المرفقين بالكريتين المسحوبتين .

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) أحسب قيمة α بحيث يكون $E(X)=1$.

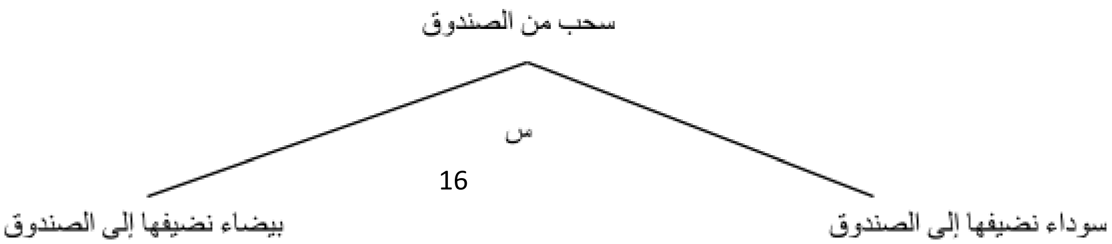
4) نضيف إلى الصندوق U_2 $(n-3)$ كرة سوداء ، حيث n عدد طبيعي أكبر من 3 و نجري نفس عملية السحب السابقة .

أ) أحسب احتمال الحصول على كريتين بيضاوين .

ب) أحسب قيمة n التي من أجلها يكون احتمال الحصول على كريتين بيضاوينيساوي $0,25$.

<u>حل التمرين(14)</u>

1)



1) احتمال الحصول على كريتين بيضاوين هو: $P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{8}{11} = \boxed{\frac{4}{11}}$

2) احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون هو : $P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{8}{11} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{11} = \boxed{\frac{6}{11}}$.

3) قيم X هي عنصر من المجموعة $\{2\alpha \,; -2\alpha \,; 0\}$

$X = 2\alpha$ من أجل كريتين بيضاوين : $P(X = 2\alpha) = \frac{4}{11}$

$X = -2\alpha$ من أجل كريتين سوداوين : $P(X = -2\alpha) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{11} = \frac{2}{11}$

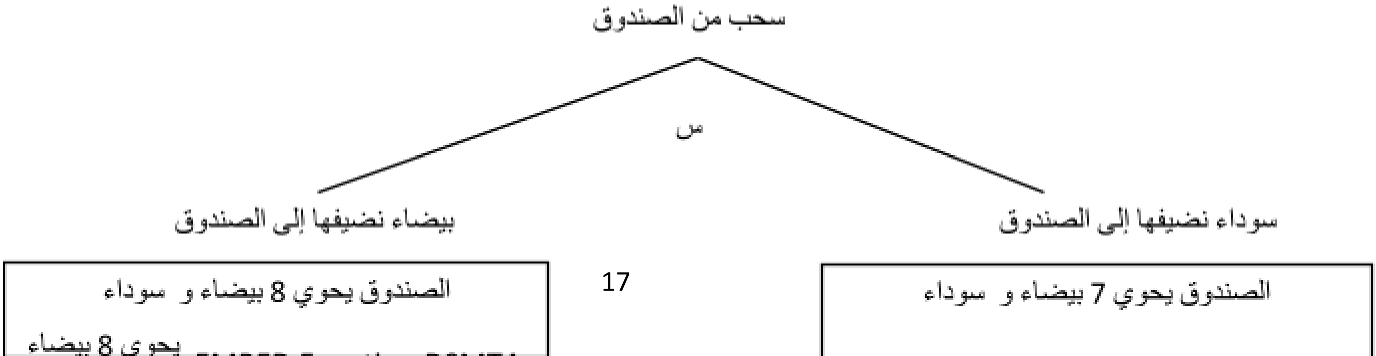
$X = 0$ من أجل كريتين مختلفتين في اللون: $P(X = 0) = 1 - [P(X = 2\alpha) + P(X = -2\alpha)] = \frac{5}{11}$

نلخص قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X في الجدول :

الأمل الرياضياتي: $E(X) = 0 \times \frac{5}{11} - 2\alpha \times \frac{2}{11} + 2\alpha \times \frac{4}{11} = \frac{4\alpha}{11}$

$E(X) = 1$ معناه: $\frac{4\alpha}{11} = 1$ و منه : $\alpha = \frac{11}{4}$

4) نعيد عملية السحب بعد إضافة $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق U_2



1) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين هو: $P_3 = \frac{1}{2} \times \frac{8}{n+8} = \boxed{\frac{4}{n+8}}$

2) $\frac{4}{n+8} = 0,25$ معناه : $\boxed{n=8}$

X_i	0	-2α	2α
$P(X_i)$	$\frac{5}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{4}{11}$

المتتالية (u_n) معرفة بحدها الأول $u_1 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n اكبر1 من : $u_n = \frac{2}{5}u_{n-1} + \frac{1}{5}$

1) برهن بالتراجع أنه من كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 \le u_n \le 1$

2) (v_n) المتتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $v_n = u_n - \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

أ) أحسب α بحيث تكون (v_n) متتالية هندسية .

ب) أكتب عبارة u_n بدلالة n ، ثم بين أن (u_n) متقاربة .

3) A و B كيسان يحتويان على كريات موزعة كما يلي :

الكيس A يحوي 6 كريات بيضاء و 4 كريات سوداء

الكيس B يحوي 8 كريات بيضاء و 2 كريات سوداء

نختار عشوائيا كيسا واحدا و نسحب منه كرية واحدة ثم نعيدها إلى نفس الكيس .

إذا كانت هذه الكرية بيضاء نسحب مرة أخرى كرية من نفس الكيس أما إذا كانت سوداء فنسحب كرية من الكيس الآخر و نعيد هذه التجربة n مرة .

لتكن a_n احتمال أن تكون السحبة رقم n من الكيس A .

أ) أحسب a_1 ، a_2 ، a_3 .

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n اكبر1 من : $a_n = \frac{2}{5}a_{n-1} + \frac{1}{5}$

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$.

<u>حل التمـرين(15)</u>

من أجل $n=1$: $u_1 = \frac{1}{2}$ و $0 \le u_1 \le 1$ و منه الخاصية صحيحة من أجل $n=1$

نفرض صحة $0 \le u_n \le 1$ من أجل كل عدد طبيعي n اكبر1 و برهن صحة $0 \le u_{n+1} \le 1$

لدينا : $0 \le u_n \le 1$ فإن : $\frac{2}{5}\times 0 \le \frac{2}{5}\times u_n \le \frac{2}{5}\times 1$

و منه : $\frac{1}{5} + 0 \le \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5} \le \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ أي : $\frac{1}{5} \le u_{n+1} \le \frac{3}{5}$

و بما أن $0 \le \frac{1}{5}$ و $\frac{3}{5} \le 1$ نستنتج أن : $0 \le u_{n+1} \le 1$

2) $v_{n+1} = u_{n+1} - \alpha = \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5} - \alpha$ ، بما أن : $u_n = v_n + \alpha$

فإن : $v_{n+1} = \frac{2}{5}(v_n + \alpha) + \frac{1}{5} - \alpha$ أي : $v_{n+1} = \frac{2}{5}v_n + \frac{1}{5} - \frac{3}{5}\alpha$.

من أجل كل عدد طبيعي n اكبر1 ، (v_n) متتالية هندسية إذا كان : $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}\alpha = 0$ و منه $\alpha = \frac{1}{3}$.

$\alpha = \frac{1}{3}$: $v_{n+1} = \frac{2}{5}v_n$ و (v_n) متتالية هندسية أساسها : $q = \frac{2}{5}$ و حدها الأول : $v_1 = \frac{1}{6}$

و منه : الأول : $v_n = \frac{1}{6}\times\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ $u_n = v_n + \alpha = \frac{1}{6}\times\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} + \frac{1}{3}$ و: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{3}$

3) أ) $a_1 = \frac{1}{2}$ ، $a_2 = \frac{1}{2}\times\frac{6}{10} + \frac{1}{2}\times\frac{2}{10} = \frac{2}{5}$ نلاحظ أن : $a_2 = \frac{2}{5}\times a_1 + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

$a_3 = a_2 \times \frac{6}{10} + (1 - a_2)\times\frac{2}{10}$ معناه : $a_3 = \frac{2}{5}\times a_2 + \frac{1}{5} = \frac{29}{5}$

ب) a_n احتمال أن تكون السحبة رقم n من الكيس A .

برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n اكبر1 من : $a_n = \frac{2}{5}a_{n-1} + \frac{1}{5}$

من أجل $n = 2$: $a_2 = \frac{2}{5}a_1 + \frac{1}{5}$: محققة (انظر الحل السابق)

نفرض : $a_n = \frac{2}{5}a_{n-1} + \frac{1}{5}$ و نبرهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n اكبر1 من : $a_{n+1} = \frac{2}{5}a_n + \frac{1}{5}$

نميز حالتين :

1) السحب رقم n من الكيس A . إذن احتمال أن يكون السحب $(n+1)$ في الكيس A هو : $\frac{6}{10}a_n = \frac{3}{5}a_n$

2) السحب رقم n من الكيس B . إذن احتمال أن يكون السحب $(n+1)$ في الكيس A هو :

$$\frac{2}{10}(1-a_n) = \frac{1}{5}(1-a_n)$$

و منه : $a_{n+1} = \frac{3}{5}a_n + \frac{1}{5}(1-a_n)$ معناه : $a_{n+1} = \frac{2}{5}a_n + \frac{1}{5}$

ج) مما سبق $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \frac{1}{3}$.

يحتوي كيس على 06 كريات حمراء متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، تحمل الأرقام 1،1،1،1،0،0

و 08 كريات بيضاءتحمل الأرقام 1،1،1،1،0،0،0،0 .

ـ نسحب عشوائيا من هذا الكيس كريتين في آن واحد بدون اختيار .

1) إذا كانت الكريتان تحملان الرقم 1 فما هو الاحتمال أن تكونا بيضاوان .

2) أحسب احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس اللون علما أنهما تحملان الرقم 1 .

حل التمـرين(16)

1) عدد الحالات الممكنة هو : $C_{14}^{2}=\boxed{91}$

نضع: A " الحصول على كرتين تحملان الرقم1"

نضع: B " الحصول على كرتين بيضاوين"

إذن : $A\cap B$ هي الحادثة " الحصول على كريتين بيضاوين و كريتين تحملان الرقم1"

لدينا : $P(A)=\dfrac{C_{9}^{2}}{C_{14}^{2}}=\boxed{\dfrac{36}{91}}$ و $P(A\cap B)=\dfrac{C_{5}^{2}}{C_{14}^{2}}=\boxed{\dfrac{10}{91}}$

و منه : $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{10}{91}}{\frac{36}{91}}=\boxed{\dfrac{5}{18}}$

2) نضع: C " الحصول على كريتين من نفس اللون"

اذن $A\cap C$ هي الحادثة :" الحصول على كريتين من نفس اللون و كريتين تحملان الرقم1"

لدينا : $P(A\cap C)=\dfrac{C_{5}^{2}+C_{4}^{2}}{C_{14}^{2}}=\boxed{\dfrac{16}{91}}$ و منه : $P_A(C)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(A)}=\dfrac{\frac{16}{91}}{\frac{36}{91}}=\boxed{\dfrac{4}{9}}$

يحتوي وعاء على n كرية بيضاء(n عدد طبيعي) و 5 كريات حمراء و 3 كريات خضراء .

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد.

1) ما هو احتمال الحصول على كريتين بيضاوين .

2) نرمز بـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون .

أ) أثبت أن : $P(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$.

ب) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}P(n)$. فسر النتيجة .

3) نضع في ما يلي : $n=4$

يقوم لاعب بسحب كريتين في آن واحد ثم يرجعها الى الوعاء و يسحبكريتين أخريين من الوعاء .

مقابل إجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مبلغ قدره 30 دينار ومن أجل كل سحب يتحصل على 40 دينار إن كانت الكريتان من نفس اللون ، و يتحصل على 5 دينار فقط إذا كانتا من لونين مختلفين .

نسمي ربحا لهذا اللاعب الفارق بين مجموع ما يتحصل عليه من السحبين و المبلغ الذي دفعه مسبقا (يمكن أن يكون الربح موجبا أو سالبا).

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبين ربح هذا اللاعب .

أ) عين قيم للمتغير العشوائي X.

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب الأمل الرياضياتيللمتغير العشوائي X .

حل التمـرين(17)

عدد الإمكانيات الكلية : $C_{n+8}^{2}=\boxed{\dfrac{(n+7)(n+8)}{2}}$

1) نسمي B الحادثة : "سحب كريتين من لون أبيض" : $P(B)=\dfrac{C_n^2}{C_{n+8}^2}=\boxed{\dfrac{n(n-1)}{(n+7)(n+8)}}$

2) أ) نسمي R الحادثة : "سحب كريتين من لون أحمر" $P(R)=\dfrac{C_5^2}{C_{n+8}^2}=\boxed{\dfrac{20}{(n+7)(n+8)}}$

نسمي V الحادثة : "سحب كريتين من لون أخضر: $P(V)=\dfrac{C_3^2}{C_{n+8}^2}=\boxed{\dfrac{6}{(n+7)(n+8)}}$

الأحداث B و Rو V منفصلة مثنى مثنى و منه :

$$P(n)=P(B)+P(R)+P(V)=\frac{n(n-1)}{(n+7)(n+8)}+\frac{20}{(n+7)(n+8)}+\frac{6}{(n+7)(n+8)}$$

إذن : $P(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$

ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}P(n)=1$. معناه كلما كان عدد الكرات البيضاء كبير بالقدر الكاف فإن الحادثة B : "سحب كريتين من لون أبيض" شبه أكيدة .

3) من أجل $n=4$: $P(4)=\frac{19}{66}$

أ) إذا تحصل الاعب على كريتين من نفس اللون في كلا السحبتين يكون: "$X=-30+40+40=50$"

إذا تحصل الاعب مرة واحدة على كريتين من نفس اللون يكون: "$X=-30+40+5=15$"

إذا تحصل الاعب على كريتين من لونين مختلفينفي كلا السحبتين يكون: "$X=-30+5+5=-20$"

ب) $P(X=50)=P(4)\times P(4)=\frac{19}{66}\times\frac{19}{66}=\frac{361}{4356}$

$$P(X=15)=P(4)\times(1-P(4))+(1-P(4))\times P(4)=\frac{1786}{4356}$$

$$P(X=-20)=(1-P(4))\times(1-P(4))=\frac{2209}{4356}$$

X	50	15	-20
$P(X)$	$\frac{361}{4356}$	$\frac{1786}{4356}$	$\frac{2209}{4356}$

ج) $E(X)=50\times\frac{361}{4356}+15\times\frac{1786}{4356}-20\times\frac{2209}{4356}=\frac{5}{33}$

صندوق A يحتوي على4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء حيث كل الكريات متساوية الاحتمال .

I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

ــ إذا تحصل على الرقم1 يسحب كرية واحدة من الصندوق A .

ــ إذا لم يتحصل على الرقم1 فيسحب كرية واحدة من الصندوقB .

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .

2) نسمي R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R)=0,15$

3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق A أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق B.

II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتن (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

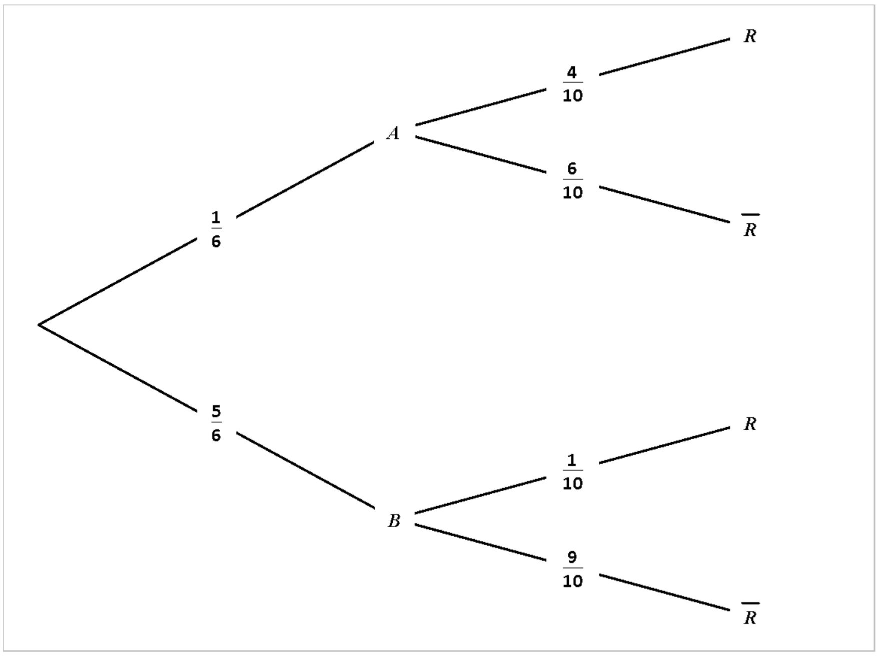
ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

1) بين أن G يأخذ القيم $-4x\ ,\ x-2\ ,\ 2x$.

2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضياتي $E(G)$ للمتغير العشوائي G بدلالة x .

3) ما هي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة .



<u>حل التمـرين(18)</u>

I) 1) بتطبيق الاحتمالات الكلية ينتج:

$$P(R)=\frac{1}{6}\times\frac{4}{10}+\frac{5}{6}\times\frac{1}{10}=\boxed{0{,}15}$$

2) هنا احتمالات شرطية :

احتمال أن تكون من الصندوق A مع العلم أنها حمراء هو : $P_R(A)=\frac{P(R\cap A)}{P(R)}$

لدينا:

$$P(R\cap A)=\frac{1}{6}\times\frac{4}{10}\ ,\ P(R)=\frac{9}{6}$$

و منه : $P_R(A)=\boxed{\frac{4}{9}}$ احتمال أن تكون من الصندوق Bمع العلم أنها حمراء هو :

$$P_R(B)=1-P_R(A)=1-\frac{4}{9}=\boxed{\frac{5}{9}}$$

نلاحظ أن : $P_R(B) > P_R(A)$

II) 1) يمكن للاعب أن يحصل بعد اللعبتين : $\Omega = \{RR\ ;RN\,;NN\}$ ومنه : $G(\Omega) = \{2x\,;x-2;-4\}$

2) قانون الاحتمال : $P(G=2x) = P(R)\times P(R) = 0{,}15\times 0{,}15 = \boxed{0{,}0225}$

$$P(G=-4) = P(N)\times P(N) = 0{,}85\times 0{,}85 = \boxed{0{,}7225}$$

$$P(G=x-2) = P(R)\times P(N) + P(N)\times P(R) = \boxed{0{,}225}$$

الأمل الرياضياتي $E(G)$

$$E(G) = 2x\times 0{,}0225 + (x-2)\times 0{,}7225 + (-4)\times 0{,}255 = \boxed{0{,}3x-3{,}4}$$

تكون اللعبة مربحة إذا كان : $E(G) > 0$ معناه $3x - 3{,}4 > 0$

g_i	$2x$	$x-2$	-4
$P(G=g_i)$	$0{,}0225$	$0{,}7225$	$0{,}225$

و منه : $x > 11{,}3$ و بما أن x عدد طبيعي ، فإن $\boxed{x=12}$.

نعتبر مجموعة 10000 شخص نسبة الرجال فيها 60% ، علما أن 20% من الرجال و 10% من النساء لهم دراية بالإعلاميات . نختار عشوائيا شخص من هذه المجموعة .

1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية

2) أحسب احتمال أن يكون هذا الشخص :

A " رجل له دراية بالإعلاميات "

B " رجل لا دراية له بالإعلاميات "

C " امرأة لهادراية بالإعلاميات "

D " امرأة لا دراية لها بالإعلاميات "

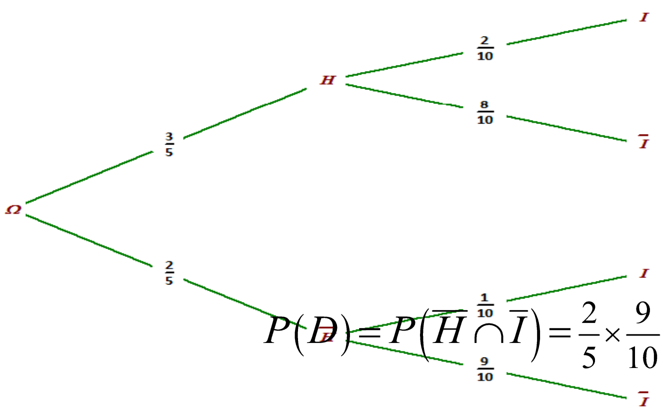
2) علما أن الشخص الذي تم اختياره له دراية بالإعلاميات ، ما احتمال أن يكون من بين النساء .

<u>حل التمـرين(19)</u>

1) $P(A)=P(H\cap I)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{10}=\frac{3}{25}$

$P(B)=P(H\cap\overline{I})=\frac{3}{5}\times\frac{8}{10}=\frac{12}{25}$

$P(C)=P(\overline{H}\cap I)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{25}$



$P(D)=P(\overline{H}\cap\overline{I})=\frac{2}{5}\times\frac{9}{10}=\frac{9}{25}$

2) $$P_I(\overline{H})=\frac{P(\overline{H}\cap I)}{P(I)}=\frac{P(C)}{P(A)+P(C)}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

يحوي صندوق U_1 ،على 06 كريات بيضاء و 03 كريات سوداء و02 كريات حمراء .

نسحب بطريقة عشوائية ثلاث كريات في آن واحد من هذا الكيس.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الألوان التي تحملها الكريات الثلاث المسحوبة .

1) أحسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$.

2) يحوي صندوق آخر U_2 على 02 كريات بيضاء وكرية سوداء .

نضع الكريات الثلاثة المسحوبة من U_1 في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من U_2.

ـ أحسب احتمال أن تكون الكريتان المسحوبتان من U_2 بيضاوين علما أن الكريات الثلاثة المسحوبة من الكيس U_1 لها نفس اللون .

<u>حل التمـرين(20)</u>

لتكن مجموعة إمكانيات هذه التجربة : $card\,\Omega=C_9^3=84$

1) B نرمز إلى اللون الأبيض و N نرمز إلى اللون الأسود و R نرمز إلى اللون الأحمر

- يكون $X=2$ من اجل $B,B,\overline{B}$ أو $R,R,\overline{R}$ أو $N,N,\overline{N}$. ($\overline{B}$ غير بيضاء)

$$P(X=2)=\frac{C_4^2\times C_5^1+C_3^2\times C_6^1+C_2^2\times C_7^1}{84}=\boxed{\frac{55}{84}}$$

- يكون $X=3$ من اجل B,N,R : إذن :

$$P(X=3)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_2^1}{84}=\boxed{\frac{2}{7}}$$

2) نسمي F الحادثة : "سحب كريتين بيضاوين من U_2"

$$P_B(F)=\frac{P(F\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{C_4^3}{84}\times\frac{C_5^2}{C_6^2}+\frac{C_3^3}{84}\times\frac{C_2^2}{C_6^2}}{\frac{5}{84}}=\boxed{\frac{41}{75}}$$

في محل بيع الأدوات الكهرومنزلية نهتم بسلوك أحد الزبائن نحو شراء جهاز تلفزة و آلة غسيل .

احتمال أن يشتري جهاز تلفزة هو 0.6 .

احتمال أن يشتري آلة غسيل بعد شرائه جهاز تلفزة هو 0.4 .

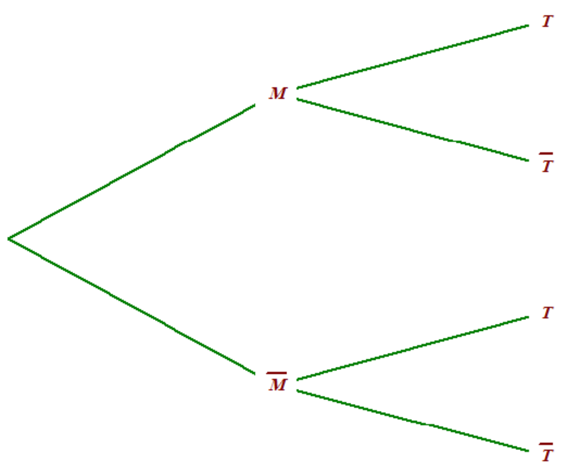
احتمال أن يشتري آلة غسيل عندما لا يشتري جهاز تلفزة هو 0.2 .

لتكن T الحادثة "الزبون يشتري جهاز تلفزة" و M الحادثة "الزبون يشتري آلة غسيل "

1) ما هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة و آلة غسيل .

2) ما هو احتمال أن يشتري الزبون آلة غسيل .

3) أكمل شجرة الاحتمالات التالية .



حل التمرين(21)

من المعطيات : $P(I)=0,6$ و منه: $P(\overline{I})=1-P(I)=0,4$

$P_T(M)=0,4$ و منه: $P_T(\overline{M})=1-P_T(M)=0,6$

$P_{\overline{T}}(M)=0,2$ و منه: $P_{\overline{T}}(\overline{M})=1-P_{\overline{T}}(M)=0,8$

1) $P(T\cap M)$ هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة و آلة غسيل :

لدينا : $P_T(M)=\dfrac{P(T\cap M)}{P(T)}$

و منه : $P(T\cap M)=P_T(M)\times P(T)=0,6\times 0,4=0,24$

2) $P(M)$ هو احتمال أن يشتري الزبون آلة غسيل :

لدينا من دستور الاحتمالات الكلية :

$$P(M)=P(T)\times P_T(M)+P(\overline{T})\times P_{\overline{T}}(M)=0,6\times 0,4+0,4\times 0,2=0,32$$

3) $P_M(T)$ هو احتمال أن يشتري الزبونجهاز تلفزة علما انه اشترى آلة غسيل :

$$P_M(T)=\frac{P(M\cap T)}{P(M)}=\frac{0,24}{0,32}=\boxed{0,75}$$