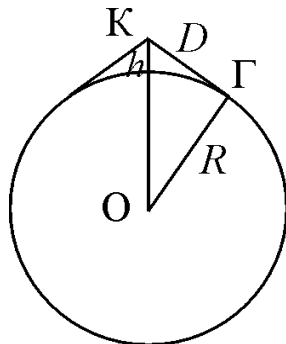


Розв'язки завдань III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії 10 клас

1. Хай точка O – центр Землі, K – космонавт і Γ – горизонт. Позначимо довжини відрізків: OG через R і $K\Gamma$ через D . Тоді довжина відрізка KO буде рівна $R + h$, де $h = 400$ км. – висота орбіти. Відстань до горизонту визначимо з прямокутного трикутника $ГОК$ за теоремою Піфагора: $(R + h)^2 = D^2 + R^2$, звідки $D^2 = 2Rh + h^2 = 2Rh(1 + h/2R)$. Оскільки $h \ll R$, другий доданок в цій формулі набагато менший за перший, тому ним можна знехтувати. В результаті отримуємо формулу для відстані до горизонту при висоті спостерігача $h \ll R$:



$D = \sqrt{2Rh}$. Оскільки $D \ll R$, площу поверхні Землі, доступну погляду космонавта можна обчислити як площу круга: $S = \pi D^2$, оскільки повна площа поверхні Землі обчислюється як площа кулі: $S' = 4\pi R^2$. Відношення цих площ складає $\frac{S}{S'} = \frac{h}{2R} = 0,03$ (тобто 3 %).

2. Об'єм кулі радіуса R обчислюється за формулою $\frac{4}{3}\pi R^3$. Супутник обертається по орбіті радіусом $r = 1190$ км з періодом $T = 4,7$ доби під дією гравітаційної сили. Запишемо другий закон Ньютона для супутника:

$$G \frac{Mm}{r^2} = ma_{\ddot{a}} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r. \quad (1)$$

Середня густина планети радіусу R : $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3}, \quad (2)$

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2} \left(\frac{r}{R} \right)^3 \quad (3).$$

З формул (1), (2) отримуємо: Підставивши дані, отримаємо $\rho = 1160$ кг/м³. Ця густина не набагато більше густини води. Це означає, що астероїд може мати пористу будову, або складатися з водяного льоду з невеликою домішкою каменів.

3. Можна спостерігати сонячні затемнення (Землею), комети, штучні супутники. Решта всіх явищ (метеори, полярні сяйва, веселка і сріблясті хмари) пов'язана з атмосферою, якої на Місяці немає, так що їх спостерігати не можна.

Основною причиною порівняно невеликого добового перепаду температури на Землі є наявність у неї атмосфери, а точніше парниковий

ефект в цій атмосфері. Поверхня планети, нагріта вдень, охолоджується в нічний час, випромінюючи інфрачервоне випромінювання. На Місяці, де атмосфера відсутня, це випромінювання безперешкодно покидає поверхню. На Землі водяна пара і вуглекислий газ, що входять до складу атмосфери, роблять атмосферу малопрозорою для інфрачервоного випромінювання поверхні, значна частина енергії, що випромінюється, затримується атмосферою і перевипромінюється назад до поверхні. Таким чином, Земля в нічний час охолоджується істотно слабше, ніж Місяць.

Другою за значимістю причиною є велика тривалість дня і ночі на Місяці – і та, і інша складають приблизно півмісяця.

4. Тривалість року юліанського календаря рівна 365,25 діб. У 1900 році тривалість тропічного року була на 0,007801 доби менше. Оскільки тривалість доби безперервно збільшується, то в році їх стає менше, а значить, юліанський календар був справедливий у минулому. Визначимо, як давно. Різниця в 0,007801 доби відповідає приблизно 674 секундам 1900 року (так

$$\frac{674 \cdot 100}{0,002} = 33,7$$

звана ефемеридна секунда). Цей час повинен "набігти" за мільйонів років.

5. Оскільки довжина екватора радіусом R становить $2\pi R$, то радіус

астероїда $R = \frac{vT}{2\pi} = 1,3$ км, де T – час, за який космонавт обійшов астероїд.

Отже ми знаємо об'єм астероїда і, помноживши його на густину, можемо отримати масу. Проте нам відоме лише те, що густина астероїда менша за густину Землі (тобто менша за 5500 кг/м^3), і тому поки що ми можемо отримати лише верхню оцінку маси. Потрібне оцінити густину знизу. Астероїд маленький і його маса явно невелика. Тому обхід пішки такого астероїда можливий лише в тому випадку, якщо швидкість пішохода не виявиться більшою, ніж перша космічна швидкість (інакше пішохід просто

полетить). Звідси випливає, що $v \leq \sqrt{\frac{GM}{R}}$, де M - маса астероїда, а G -

гравітаційна стала Перетворимо нерівність: $\frac{2\pi R}{T} \leq \sqrt{\frac{GM}{R}}$ або

$$\frac{2\pi}{T} \leq \sqrt{\frac{GM}{R^3}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{3}\pi GM}{\frac{4}{3}\pi R^3}} = \sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho}$$

де ρ - середня густина астероїда. Підносячи нерівність в квадрат і

перетворюючи, отримуємо що $\rho \geq \frac{3\pi}{GT^2} = 4800 \text{ кг/м}^3$.

Тепер "вилка" для густини виявляється досить вузькою. Підраховуючи масу для мінімального і максимального значення густини, отримуємо

$$M_{\min} = 4,4 \cdot 10^{13} \text{ єд} \quad M_{\max} = 5,0 \cdot 10^{13} \text{ єд}$$

6. Середній кутовий діаметр Сонця співмірний з середнім кутовим діаметром Місяця, отже $d=30'$. Діаметр Місяця на фотографії 3 мм, Висота Місяця над Дніпром на фотографії 6,3 см. Отже кутова відстань Місяця над

$$\frac{63 \text{ мм} \cdot 30'}{3 \text{ мм}} = 630'$$

Дніпром

7. Неправильно. Для жителів Північної півкулі це молодий Місяць і повинен не підніматися, а наближатися до горизонту у західній частині небосхилу.

8. Неправильно, оскільки Місяць «старий» і у такій фазі він спостерігається у східній частині горизонту перед сходом Сонця. Оскільки мова в повісті йде про ніч, яка наступила. Місяць повинен бути молодий, тобто повернутий випуклою частиною в інший бік до горизонту.

9. На схід.

10. З старим.

11. Автор, очевидно, описує падіння метеорів. Метеорит – це небесне тіло, яке впало на землю. Метеор – це світлове явище, що відбувається в атмосфері і є «прощальним автографом» зниклого об'єкта (пилинки). І якщо, «небо стало світлішим», то метеори не можуть «розкреслювати» його все яскравіше, навпаки – закінчення «автографа» є більш тьмяним.

12. Сузір'я Діви на Україні в zenіті знаходитися не може. Автор вводить читачів в оману. Вести мову по блакитне небо вночі некоректно. Окрім цього, влітку на Україні сузір'я Близнят, а тим більше Південного Хреста, яке автор вільно називає «Хрестом», не спостерігається.

13. Оскільки географічна широта місцевості визначається висотою полюса світу над горизонтом, то Полярну зірку над головою можна спостерігати у приполюсних широтах, де ніяких «снопів, які шурхотять» на возі бути не може.

14. Молодий Місяць з'являється в західній частині неба після заходу Сонця і досить швидко заходить. Так що, чатувати цілу ніч він не міг.

11 клас

$$1. \text{ Закон Кеплера } \frac{T_C^2}{T_M^2} = \frac{a_C^3}{a_M^3} \quad T_M = T_C \sqrt{\frac{a_I^3}{a_C^3}} \quad T=1,881 \text{ земних років.}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_I} \quad S = \frac{T_C T_I}{T_I - T_C} = 780 \text{ земних діб.}$$

2. Швидкість руху Землі навколо своєї осі дорівнює $\frac{2\pi R \cos \varphi}{T} = 834$ км/год. Рух поїзда на захід фактично уповільнює цю швидкість до $834 \text{ км/год} - 60 \text{ км/год} = 774 \text{ км/год}$. Довгота дня для нерухомого спостерігача 21 березня дорівнює 12 годинам (якщо нехтувати рефракцією), а для пасажирів вона зростає обернено пропорційно до падіння швидкості обертання Землі і стане рівною $12,93 \text{ год} = 12 \text{ год } 56 \text{ хв}$.

3. Умова задачі автоматично виконується у будь-який час на Північному полюсі Землі (широта $+90^\circ$), де Північний полюс світу збігається із зенітом, і кутова відстань до Північного полюса світу зрівнюється із зенітною відстанню як для всіх точок екліптики, так і взагалі для будь-якої точки небесної сфери. Проте цей розв'язок не єдиний.

При спостереженні з точки поверхні, віддаленої від Північного полюса, зеніт і Північний полюс світу – дві неспівпадаючі точки

небесної сфери. Умова задачі виконується в тому випадку, якщо ці точки будуть симетричні відносно площини екліптики. Відповідність умові задачі видно на малюнку на прикладі точки екліптики Е.

Екліптика нахилена до небесного екватора на кут ε , що становить 23.4° . Отже, кут між напрямком на Північний полюс світу (перпендикулярним до небесного екватора) і площиною екліптики $\gamma = 90^\circ - \varepsilon = 66.6^\circ$.

Симетрія Північного полюса і зеніту відносно полюса екліптики означає, що напрям на зеніт утворює такий же кут γ з площиною екліптики, а сама ця площина перпендикулярна до площини, що містить зеніт і обидва полюси світу. Отже, площина небесного меридіану перпендикулярна до горизонту. З цього слідує, що зенітна відстань Північного полюса світу $z_p = 2\gamma = 133.2^\circ$.



Північний полюс світу буде під горизонтом, отже, пункт спостереження розташовується в південній півкулі Землі. Широта місця спостереження від'ємна і дорівнює по модулю глибині Північного полюса світу під горизонтом: $\phi = -(z_p - 90^\circ) = 90^\circ - 2\gamma = -90^\circ + 2\varepsilon = -43.2^\circ$.

4. Щоб розв'язати цю зхдачу, необхідно знати, що зоряні величини не можна додавати. Додаються лише освітленості, створювані світилами на Землі. Тому, аби порахувати кількість зірок, необхідно від зоряних величин перейти до освітленостей. Зв'язок між зоряною величиною і освітленістю

виражається формулами: $m = -2,5 \lg(E) + \text{const}$ або $E = 10^{0,4(\text{const}-m)}$.

Оскільки за умовою деяка кількість "Канопусів" повинна світити як повний

Місяць, то повинно виконуватися співвідношення $E_M = N \cdot E_{can}$, де N -

шукане число зірок. Тоді
$$N = \frac{10^{0,4(\text{const}-m_M)}}{10^{0,4(\text{const}-m_{can})}} = 10^{0,4(m_{can}-m_M)} = 10^{4,7} \approx 5 \cdot 10^4$$

$$5. \quad \frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}; \quad \frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}. \quad \text{Звідси} \quad M = \frac{v^2 R}{G} \quad \mathbf{M} = \frac{v^2 R}{G};$$

$$1 \text{ пк} = 3 \cdot 10^{16} \text{ м.} \quad 1 \text{ пк} = 3,26 \text{ св. р.}$$

$$v_1 = 350 \text{ км/с.} \quad v_2 = 200 \text{ км/с.}$$

$$M_1 = 11 \cdot 10^{41} \text{ кг} \quad M_2 = 3,6 \cdot 10^{41} \text{ кг.}$$

6. - Знаходимо положення Сонця на екліптиці для даної календарної дати. Для цього сумістимо дату 10 лютого шкали "місяців-дат" з цифрою 12^h годинної шкали накладного круга. Точка перетину небесного меридіану з екліптикою визначає положення Сонця на екліптиці. У нашому випадку Сонце перебуває у сузір'ї Козерога/

- Повертаючи карту підводимо знайдену на екліптиці точку до східної частини горизонту. Пряма проведена через Північний полюс світу, точку, що відповідає положенню Сонця на екліптиці і дату перетинає годинний лімб накладного круга у точці 7^h 40^m. Це значення відповідає сходу сонця за місцевим часом $T_m = 7^h 40^m$.

- Переходимо до часу на годиннику (поясного) за співвідношенням:

$$T_n = T_m + n - \lambda = 7^h 40^m + 2^h - 2^h 14^m = 7^h 26^m$$

Отже у Севастополі 10 лютого Сонце сходить о 7^h 26^m поясного часу.

- Повертаючи карту підводимо точку на екліптиці, яка відповідає положенню Сонця, до західної частини горизонту. Пряма "Північний полюс - Сонце - дата" перетинає шкалу годинного лімба у точці, що відповідає $T_m = 16^h 30^m$

- Час заходу Сонця у Севастополі 10 лютого на годиннику становить:

$$T_n = T_m + n - \lambda = 16^h 30^m + 2^h - 2^h 14^m = 16^h 16^m$$

7-14. Див. розв'язки 10 класу.