

Exercice 5 :

a) Analyse

Pour initialiser le processus, posons $S_0 = 1$. Posons ensuite $S_1 = 1 + 1/2$, $S_2 = 1 + 1/2 - 1/3$, $S_3 = 1 + 1/2 - 1/3 + 1/4$, etc. Cherchons, pour chaque opération d'addition, les deux opérandes correspondants ainsi que l'ordre jusqu'au quel le processus va s'arrêter.

Étape 1 : $S_1 = S_0 + 1/2 = S_0 + 1/(1+1)$

Étape 2 : $S_2 = S_1 - 1/3 = S_1 - 1/(2+1)$

Étape 3 : $S_3 = S_2 + 1/4 = S_2 + 1/(3+1)$

.....

On remarque que pour une étape **i paire**, $S_i = S_{i-1} - 1/(i+1)$, alors que pour une étape **i impaire**, $S_i = S_{i-1} + 1/(i+1)$.

En conclusion :

Le terme initial : $S_0 = 1$

Le terme général : **Si i pair alors** $S_i = S_{i-1} - 1/(i+1)$
Sinon $S_i = S_{i-1} + 1/(i+1)$

Le test d'arrêt : $|S_i - 1.33| < 10^{-2}$

b) Algorithmme

Algorithme Serie_ Approchee

Données intermédiaires : N : ENTIER

Données de sortie : Somme : REEL

Début

Somme $\leftarrow$ 1

N $\leftarrow$ 1

REPETER

IF Reste(N, 2) = 0 ALORS

Somme $\leftarrow$ Somme - 1/(N + 1)

SINON

Somme $\leftarrow$ Somme + 1/(N + 1)

N $\leftarrow$ N + 1

Tantque | Somme - 1.33 | > 0.01

ECRIRE ('La somme à calculer est : ', Somme)

ECRIRE ('Le nombre pour lequel s'arrête le calcul est : ', N)

Fin