

المؤسسة: ثانوية هواري بومدين
(اليشير) - ولاية برج بوعريرج -
يوم: 30/11/2010 م.
الموافق لـ: 24 ذي الحجة 1431 هـ .

اختبار الثلاثي الأول في الرياضيات

المستوى و الشعبة: الثالثة ثانوي تقني رياضي " هندسة مدنية ".
المدة: ساعتان.

التمرين الأول: 05 ن)

x	$-\infty$	1	5	11	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	3		$+\infty$	1		$-\infty$
			-1		$-\infty$	$-\infty$

f دالة قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها ،

(C) تمثيلها البياني في معلم وجدول تغيراتها هو الجدول

المقابل:

- اذكر إن كانت كل جملة من الجمل الآتية صحيحة أم خاطئة مع التبرير .

1. الدالة f فردية .

2. من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1]$ فإن: $f(x) \in [-1;3]$.

3. المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الفواصل .

4. المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل .

5. المنحنى (C) يقبل في النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا موازيا للمستقيم المعرف بالمعادلة $y = -x + 1$.

التمرين الثاني: (04.50 ن)

• f الدالة المعرفة على المجموعة $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x^2}$.

1.

أ) دون استعمال المشتقة عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f و احسب $f(1)$ (النهايات غير مطلوبة).

ج) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

• **2.** الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2e^x - 1 - \frac{1}{e^{2x}}$.
أ) بين أن الدالة g مركب دالتين يطلب تعيينهما.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g دون استعمال المشتقة.

أقلب الورقة

الصفحة 1 من 2

التمرين الثالث: (07 ن)

• f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R} - \{3\}$ كما يلي:
$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 3x + 2; x \in]-\infty; 1] \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 3}; x \in]1; 3[\cup]3; +\infty[\end{cases}$$

(C) التمثيل البياني للدالة f في معلم .

1. ادرس نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالات مجموعة تعريفها .

2. أ) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 1 .

ب) ادرس استمرارية الدالة f على المجال $]-\infty; 3[$.

3. احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{x-1}$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$. ماذا تستنتج ؟ . فسر النتيجة بيانيا .

4. اكتب معادلةً للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

التمرين الرابع:) 03.50 ن (

1. عين كل الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : $f'(x) - f(x) + 1 = 0$.

2. f هي الدالة حيث ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) - f(x) + 1 = 0$ و التي تمثيلها البياني

يشمل النقطة $A(1;0)$.

- بين أن الدالة f معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -e^{x-1} + 1$.

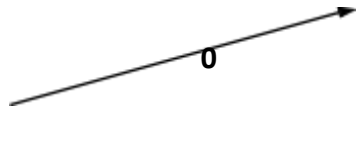
3. (C) ، (C') هما ؛ على الترتيب ؛ التمثيلان البيانيان للدالتين "exp" ، f في معلم متعامد

و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. f هي الدالة المعرفة في السؤال 2 .

- بين كيفية إنشاء (C') اعتمادا على (C) ثم أنشئ .

بالتوفيق		الصفحة 2 من 2		انتهى ————— .	
الإجابة و سلم التنقيط (الاختبار الأول للثلاثي الأول - الثالثة ثانوي هندسة مدنية - [2010-2011])					
الإجابة		العلامة		الإجابة	
العلامة				العلامة	

0.25	← $]0;1[$ ، $]1;+\infty[$ إذن:	التمرين الأول: 05 ن)					
0.50	← - إذا كان $x \in]0;1[$ فإن: $f(x) < 0$. - إذا كان $x \in]1;+\infty[$ فإن: $f(x) > 0$.	1. نلاحظ أن $(-5) \in D_f$ لكن $5 \notin D_f$. إذن: الدالة f ليست فردية . ومنه: الجملة 1. خاطئة .	0.75 0.25				
0.75	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) = 2e^x - 1 - \frac{1}{(e^x)^2}$	2. حسب جدول تغيرات الدالة فإن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -\infty; 1[$ فإن: $f(x) \in [-1; 3[$. ومنه: الجملة 2. خاطئة .	0.75 0.25				
01.00	أي: $g(x) = f(e^x)$ أي: $g(x) = f \circ \exp$. (ب) الدالة "exp" متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و تأخذ قيمها في المجال $]0;+\infty[$ و الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. إذن: الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.	3. لدينا: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ إذن: (C) يقبل ؛ مستقيما مقاربا واحدا موازيا لحامل محور الفواصل ؛ عند $-\infty$ ؛ معرفا بالمعادلة: $y = 3$. ومنه: الجملة 3. خاطئة .	0.75 0.25 0.75				
0.50	التمرين الثالث: 07 ن) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 3x + 2)$ * 1.	4. حسب جدول تغيرات الدالة f فإن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في أربع نقط . ومنه: الجملة 4. صحيحة .	0.25 0.75				
0.25	← أي: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2)$ أي: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	5. معامل توجيه المستقيم المعرف بالمعادلة: $y = -x + 1$ هو (-1) و هو سالب تماما و $f'(2) > 0$. ومنه: الجملة 5. خاطئة .	0.25 0.25				
0.25	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 2)$ * ← أي: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$	التمرين الثاني: 04.5 ن) 1. (أ) لدينا: $f = f_1 + f_2$ حيث: $f_2(x) = -\frac{1}{x^2} \text{ و } f_1(x) = 2x - 1$	0.25 0.50				
0.50	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 3} \right)$ * $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ أي:	- الدالة f_1 دالة تالفية متزايدة تماما على المجموعة $\mathbb{R}$ لأن $2 > 0$ فهي كذلك على المجال $]0;+\infty[$. - الدالة "مربع" متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. إذن: مقلوبها دالة متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$. وبالتالي الدالة f_2 متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. وأخيرا: الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ مما يثبت صحة التخمين .	0.25 0.50 0.25				
0.50	$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 3} \right)$ * ← لما $x \rightarrow 3^-$ فإن: $(x^2 - 1) \rightarrow 8$ $(x - 3) \rightarrow 0^-$ إذن: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$ أي: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 3} \right)$ *	(ب) * جدول تغيرات الدالة f هو:					
		<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	
x	0	1	$+\infty$				

	$\left\{ \begin{array}{l} (x^2-1) \rightarrow 8 \\ (x-3) \rightarrow 0^+ \end{array} \right. \text{لما } x \rightarrow 3^+ \text{ فإن:}$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ إذن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-1}{x-3} \right) *$		$f(x)$  $f(1) = 0 *$ (ج) * لدينا $f(1) = 0$ وحسب جدول تغيرات الدالة f فإن: الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين
العلامة	الإجابة	العلامة	الإجابة
0.50	إزالة حالة عدم التعيين: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-3)(x-1)}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-3}$أي:	0.50	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x} \right)$أي: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x)$أي: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$أي: 2. أ) - العدد 1 غير معزول من D_f. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ لدينا: إذن: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ أي: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ ومنه الدالة f مستمرة عند 1.
0.25	1 من اليمين ومن اليسار و عددها المشتق عند 1 من اليمين و من اليسار هو (-1). إذن: الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 و $f'(1) = -1$.	0.25	ب) - الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty; 1[$ لأنها كذلك على $\mathbb{R}$ لأنها دالة كثير الحدود..(1)
0.25	* المنحنى (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماسا معامل توجيهه (-1).	0.25	- الدالة f مستمرة على المجال $]1; 3[$ لأنه مجال من مجموعة تعريفها وهي دالة ناطقة ... (2) - الدالة f مستمرة عند 1 ... (3)
0.50	4. المماس (Δ) معرف بالمعادلة: $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ أي: $y = -x + 1$.	0.25	من (1) ، (2) و (3) نستنتج أن الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty; 3[$. 3. * - إذا كان $x \in]-\infty; 1[$ فإن: $\frac{f(x)}{x-1} = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$ $\left\{ \begin{array}{l} (x^2-3x+2) \rightarrow 0 \\ (x-1) \rightarrow 0 \end{array} \right.$ لما $x \rightarrow 1^-$ فإن: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$ إذن: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$ حالة عدم التعيين. إزالة حالة عدم التعيين: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$
0.50	1. من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) - f(x) + 1 = 0$ معناها: $f'(x) = f(x) - 1$	0.25	إذن: الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $f'(x) - f(x) + 1 = 0$ هي الحلول على $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية: $y' = y - 1$.
0.25	إذن: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = Ce^x + 1$ حيث C ثابت حقيقي.	0.50	إزالة حالة عدم التعيين: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$
0.75			

0.25 0.50 1.00	2. لدينا: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) - f(x) + 1 = 0$ وحسب نتيجة السؤال 1. فإن: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = Ce^x + 1$ حيث C ثابت حقيقي . ولدينا تمثيل f يشمل النقطة $A(1;0)$ فإن: $f(1) = 0$ أي: $Ce + 1 = 0$ أي: $Ce + 1 = -e^{-1}$ وأخيرا: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = -e^{x-1} + 1$ 3. نحصل على المنحنى (C') اعتمادا على (C) وذلك باستعمال الانسحاب الذي شعاعه i ثم التناظر بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ثم الانسحاب الذي شعاعه j . - رسم المنحنى (C') .	0.25 أي: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2)$ أي: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -1$ - إذا كان $x \in]1;3[\cup]3;+\infty[$ فإن: 0.25 أي: $\frac{f(x)}{x-1} = \frac{x^2-1}{(x-3)(x-1)}$ لما $x \rightarrow 1^+$ فإن: $\begin{cases} (x^2-1) \rightarrow 0 \\ (x-3)(x-1) \rightarrow 0 \end{cases}$ إن: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ حالة عدم التعيين .
-------------------------------------	---	--

