

20/10/22

חוברת בנושא קדם אנליזה לתלמידי 4-5 יח"ל

תודה מיוחדת לתמי ויינרובסקי על השיתוף בחומרים שאספה עם השנים.

עריכה וארגון סדר ההוראה: שרית סמואל

לכל הערה/הארה saritsamuel2016@gmail.com

המלצה לסדר הוראה בנושא קדם אנליזה

נושא	ישומונים	הערות ודגשים
מהי פונקציה	ישומון להמחשה	
נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.	ישומון להמחשה	תירגול בסביבת מטח
נקודות אפס, תחומי חיוביות ושליליות.	ישומון להמחשה	
מספר פתרונות למשוואה על סמך הסתכלות על הגרף		מספר פתרונות באמצעות גרף
שרטוט על סמך נתונים		התלמיד ישרטט פונקציות על סמך המושגים שנלמדו עד כה: קיצון, עליה וירידה, נקודות אפס, חיוביות ושליליות
פונקציה זוגית/אי זוגית	ישומון להמחשה	פונקציה זוגית ואי זוגית הקניה פונקציה זוגית ואי זוגית תרגול
הזזות אנכיות ואופקיות	ישומון להמחשה	הזזה אנכית ואופקית הן פעולות חילופיות כלומר סדר הפעולה לא ישנה את נראות הגרף
כיוון ומתיחה	ישומון להמחשה	מתיחה וכיוון הן פעולות חילופיות
שיקוף פונקציה לציר ה x	ישומון להמחשה	הזזה אופקית שיקוף בציר ה y אינן חילופיות. הזזה אופקית שיקוף בציר ה x כן חילופיות
שיקוף פונקציה סביב ציר ה y	ישומון להמחשה ישומון חשוב! שמשלב הזזות אנכיות אופקיות ושיקופים ישומון נוסף להמחשה	יש להסביר לתלמיד את ההבדלים בסדר הפעולות הזזה אופקית ואז מתיחה אופקית לעומת מתיחה אופקית ואז הזזה אופקית (העזרו ביישומון) שכן הפעולות אינן חילופיות

פונקצית הערך המוחלט	ישומון להמחשה ישומון זה בודק את השפעת פעולת הערך המוחלט על גרפים של פונקציות שונות	רצוי לדון בהבדלים בין $ f(x) $ ל- $f^2(x)$
שרטוט הפונקציה על בסיס תבנית נתונה ונקודות קיצון נתונות		הפונקציה נתונה, ונקודות קיצון נתונות לתלמיד. על סמך הפונקציה התלמיד מוצא את נקודות החיתוך עם ציר הא וציר ה ϵ משרטט את הפונקציה וקובע תחומי עליה וירידה וחיוביות ושליליות
חקירה איכותנית- שרטוט על סמך נקודות התאפסות, ריבוי החזקה, דומיננטיות מקדם החזקה. (ראשי תיבות נרד"מ)		התלמיד יכיר את פונקציות החזקה מסדר זוגי ואי זוגי. יכיר את ההבדלים בין חזקה זוגית עם מקדם חיובי לשלילי ובין חזקה אי זוגית עם מקדם חיובי ושלילי. (שאיפה ל $\pm\infty$) לאחר מכן יפרק לגורמים ימצא את נקודות ההתאפסות ויסווג אותם לחיתוך/קיצון/פיתול.
התאמת ייצוג אלגברי לגרפי		שרטוט פונקציה ע"פ ייצוג אלגברי הקניה שרטוט פונקציה ע"פ ייצוג אלגברי
קצב שינוי קבוע ומשתנה הגדרת הנגזרת		התלמיד יידע לזהות בין קצב שינוי רגעי לבין קצב שינוי ממוצע. מתוך הבנה פונקציונאלית ומתוך שאלות יישומיות מחיי היום יום.
חקירת פולינום לפי נגזרת		
מעבר לפונקציית שורש בהיבט האיכותני		התלמיד יכיר את ההבדל בין גרף $f(x)$ ל- $\sqrt{f(x)}$ רצוי להתחיל עם ארגומנט לינארי (להתחיל עם $\sqrt{x}$ שעליו נבצע טרנספורמציות) יש להתייחס לנקודות המשותפות לשני הגרפים ומה קורה לגרף השורש בין אפס ל 1 ומעל 1 ביחס לגרף $f(x)$ כמו כן התלמיד יבין באופן גרפי מהו תחום ההגדרה של פונקצית שורש (מלבד לפן האלגברי) ובאופן הזה נמנע את הטעות הנפוצה בפתרון אי שוויון ריבועי.

יש להתייחס גם ל $\sqrt{x^2}$ ולהסביר באופן גרפי מדוע ערך זה אינו שקול ל $x \pm$		
		מעבר לחקירה באמצעות נגזרת של פונקצית שורש
רצוי להתחיל עם $\frac{1}{x}$ ואז לדבר על הזזות של הפונקציה $\frac{1}{x}$ מהצורה $\frac{1}{ax+b} + c$ לישומון לחץ כאן לאחר מכן לדון בהשפעה של כופל d חיובי או שלילי $\frac{d}{ax+b} + c$ לאחר מכן להרחיב את הדיון ל $\frac{1}{f(x)} \text{ ואז } \frac{1}{(ax+b)^2+k}$ (תחילה יש לשרטט את $f(x)$ לפי כללי נרד"ם ואז לשרטט את הפונקציה ההופכית לה)		מעבר לפונקציה הופכית $\frac{1}{f(x)}$

חברת תירגול בנושא קדם אנליזה

מהי פונקציה?

התאמה של קבוצה A לקבוצה B נקראת **פונקציה** מ- A ל- B , אם לכל איבר $a \in A$ מתאים איבר אחד ויחיד $b \in B$.

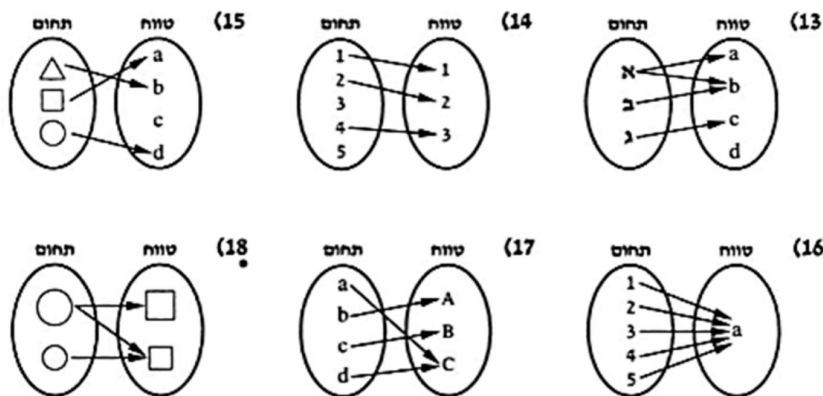
הקבוצה A נקראת **התחום** של f , והקבוצה B נקראת **הטווח** של f .

הערה:

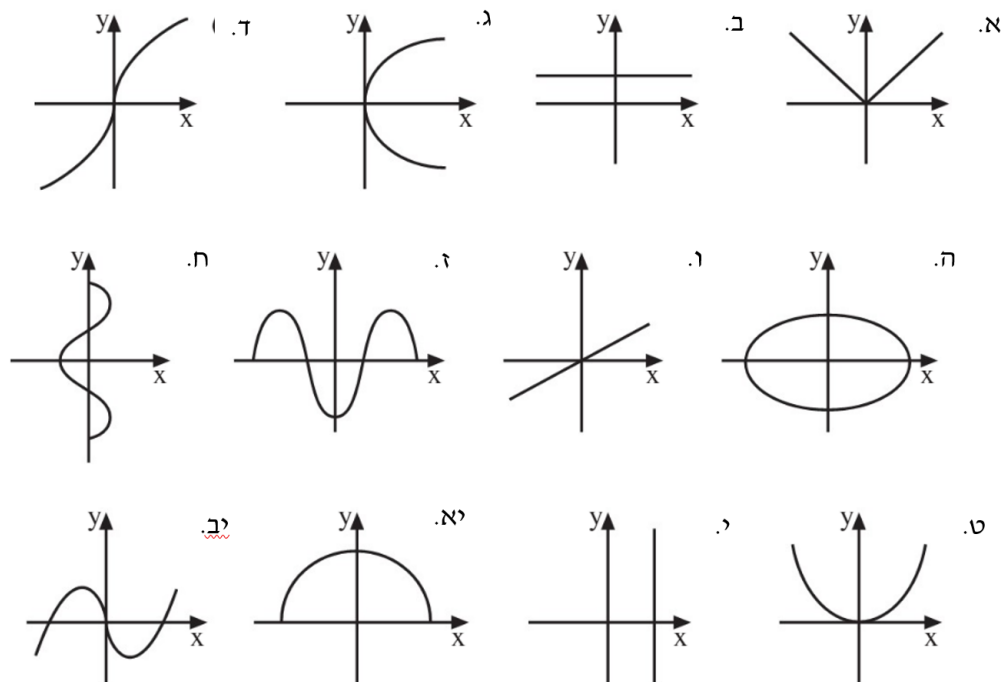
ניתן להציג פונקציה בדרכים שונות: ביטוי אלגברי, גרף, טבלה ותאור מילולי.

קבע לגבי כל אחת מהדיאגרמות הבאות האם היא:

(א) לא מתארת התאמה. (ב) מתארת התאמה שאיננה פונקציה. (ג) מתארת פונקציה.



1. קבע באילו מהציורים הבאים מתואר גרף של פונקציה: (נמק את תשובתך)



ספר מאת בני גורן, "מתמטיקה, חלק א שאלון 804 – 806"

ליקטה תמי ויינרובסקי

כתוב את הפונקציות הבאות בעזרת הצגה אלגברית:

- 1 הפונקציה המתאימה לכל מספר את המספר הגדול ממנו ב-6.
- 2 הפונקציה המתאימה לכל מספר את המכפלה שלו ב-7.
- 3 הפונקציה המתאימה לכל מספר את המספר הקטן ממנו ב-2.
- 4 הפונקציה המתאימה לכל מספר את המנה שלו ב-3.
- 5 הפונקציה המתאימה לכל מספר את המספר 8.
- 6 הפונקציה המתאימה לכל מספר את ההפרש בין 9 למספר.
- 7 הפונקציה המתאימה לכל מספר את הנגדי שלו.
- 8 הפונקציה המתאימה לכל מספר שונה מ-0 את ההופכי שלו.
- 9 הפונקציה המתאימה לכל מספר את ריבועו.
- 10 הפונקציה המתאימה לכל מספר את הערך המוחלט שלו.

נקודות קיצון פנימיות

נקודות קיצון הן נקודות המינימום ונקודות המקסימום של הפונקציה בתחום מסוים.

נקודת מקסימום היא הנקודה הכי גבוהה בסביבתה, נקודת מקסימום פנימית היא נקודה שבה גרף הפונקציה משנה את מגמתו מעלייה לירידה.

נקודת מינימום היא הנקודה הכי נמוכה בסביבתה, נקודת מינימום פנימית היא נקודה שבה גרף הפונקציה משנה את מגמתו מירידה לעלייה.

הערה:

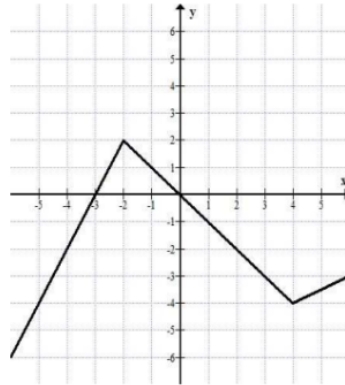
ישנן נקודות קיצון מקומיות ונקודות קיצון מוחלטות.

המילה "מקומי" משקפת את העובדה כי הערך של פונקציה אינו בהכרח מקסימלי/מינימלי בכל התחום של הפונקציה אלא רק בסביבה של נקודה מסוימת. המילה מוחלט משקפת את העובדה כי הערך של הפונקציה הינו מקסימלי/מינימלי בכל התחום של הפונקציה.

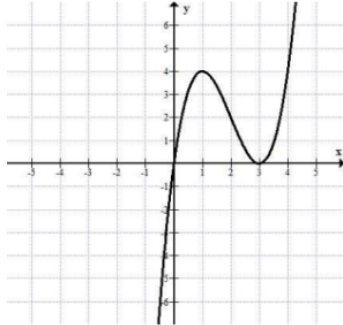


רשמו את נקודות הקיצון המקומיות של כל פונקציה:

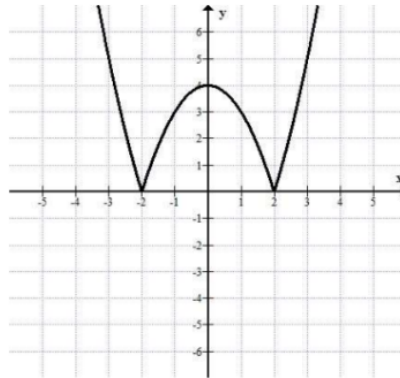
א.



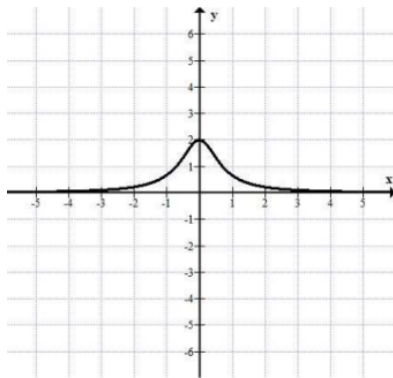
ב.



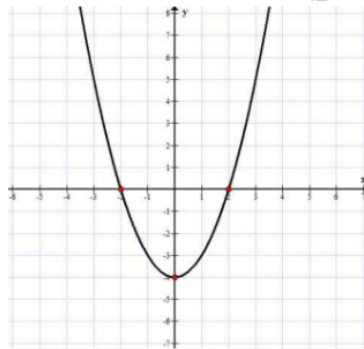
ג.



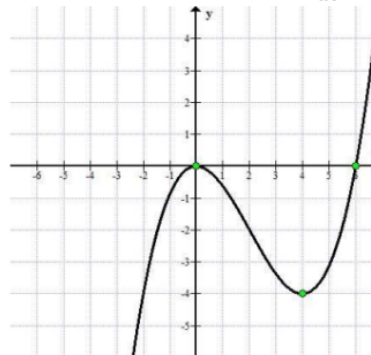
ד.



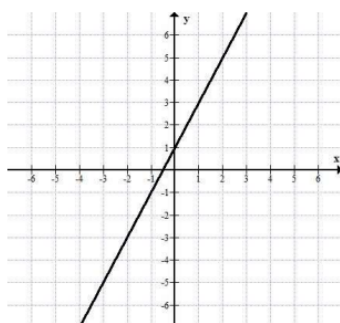
א.



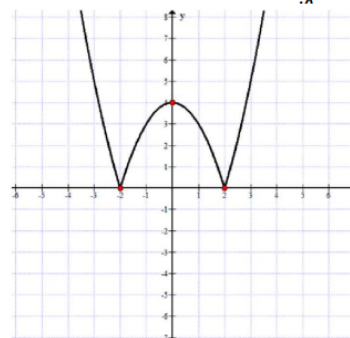
ב.



ג.



ד.



תחומי עליה וירידה של פונקציות

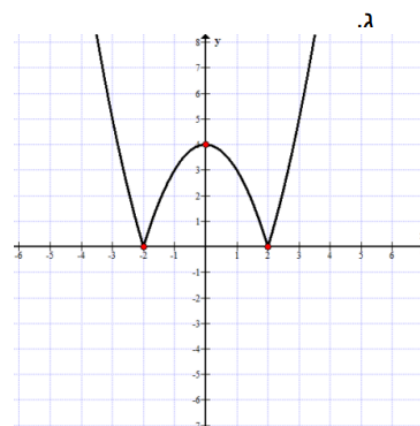
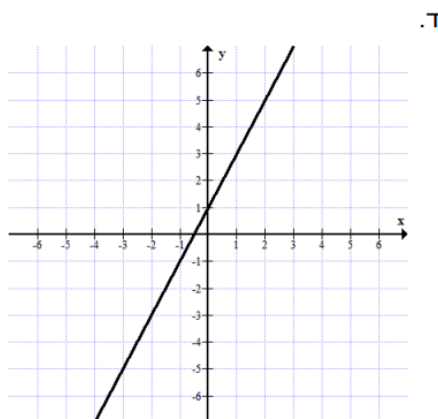
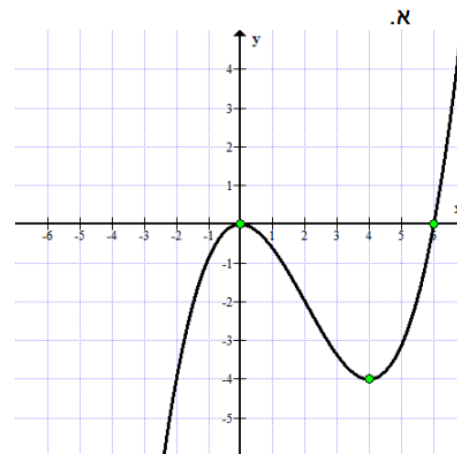
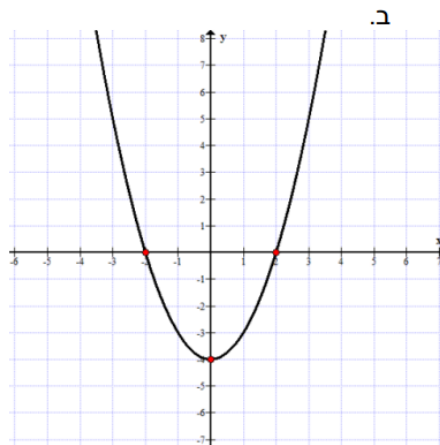
- פונקציה עולה בתחום נתון אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ בתחום מתקיים: $f(x_1) < f(x_2)$.
- פונקציה יורדת בתחום נתון אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ בתחום מתקיים: $f(x_1) > f(x_2)$.
- פונקציה קבועה בתחום נתון אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ בבתחום מתקיים: $f(x_1) = f(x_2)$.

הערה:

כאשר רושמים תחומי עלייה וירידה לא נהוג להוסיף שיוויון לתחומים אלה.

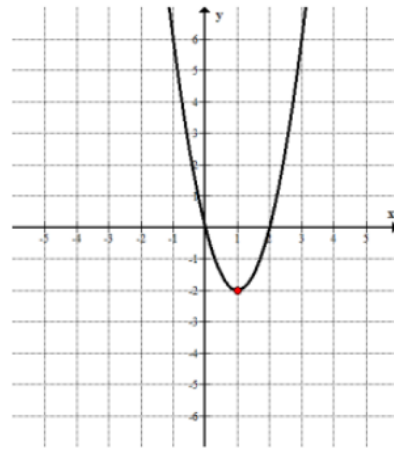
תרגיל:

רשמו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל פונקציה:

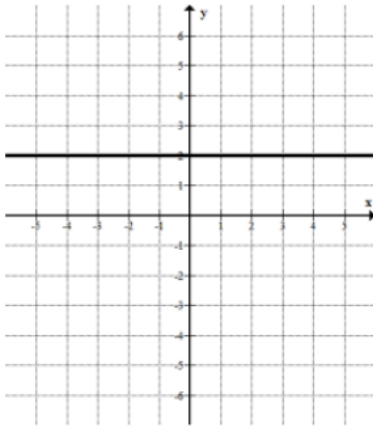


כתבו את תחום העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות הבאות.

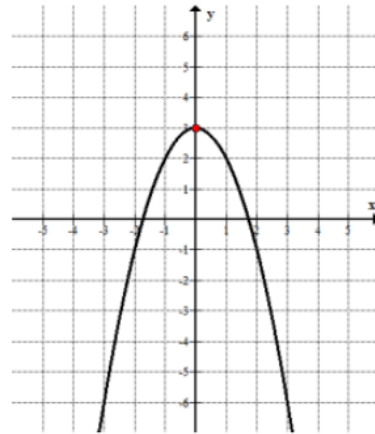
א.



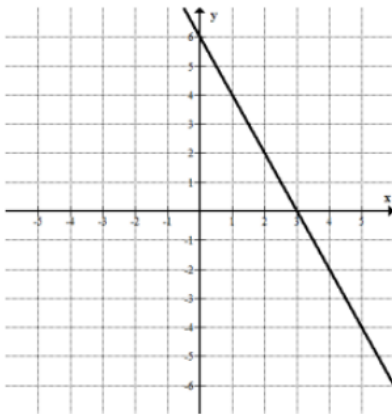
ב.



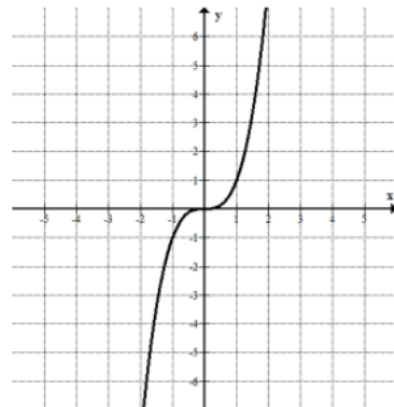
ג.



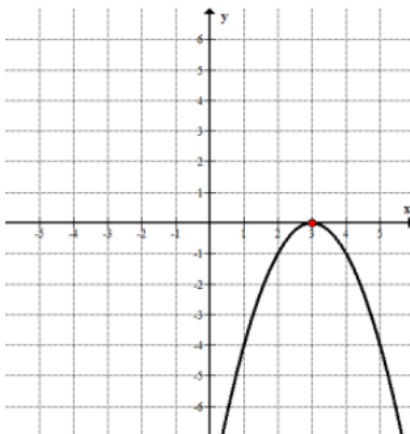
ד.



ה.



ו.



תכונות של פונקציה

תחומי חיוביות ותחומי שליליות של פונקציה:

פונקציה נקראת חיובית בתחום חלקי כלשהו, אם כל ערכי הפונקציה חיוביים בתחום z .
 פונקציה נקראת שלילית בתחום חלקי כלשהו, אם כל ערכי הפונקציה שליליים בתחום z .

נקודות אפס:

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x נקראות של הפונקציה.

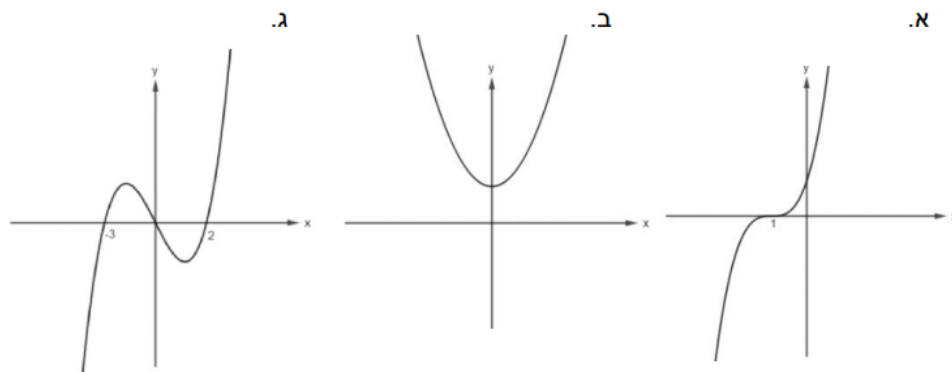
נקודות קיצון פנימיות:

נקודות קיצון הן נקודות המינימום ונקודות המקסימום של הפונקציה בתחום מסוים.
נקודת מקסימום היא הנקודה הכי גבוהה בסביבתה, נקודת מקסימום פנימית היא נקודה שבה גרף הפונקציה משנה את מגמתו מעלייה לירידה.
נקודת מינימום היא הנקודה הכי נמוכה בסביבתה, נקודת מינימום פנימית היא נקודה שבה גרף הפונקציה משנה את מגמתו מירידה לעלייה.

תחומי עליה וירידה של פונקציות

פונקציה עולה בתחום נתון אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ בתחום מתקיים: $f(x_1) < f(x_2)$.
 פונקציה יורדת בתחום נתון אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ בתחום מתקיים: $f(x_1) > f(x_2)$.
 פונקציה קבועה בתחום נתון אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ בבתחום מתקיים $f(x_1) = f(x_2)$.

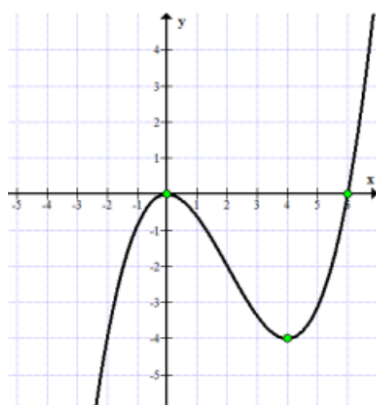
רשמו את תחומי החיוביות את תחומי השליליות ואת נקודות האפס של כל פונקציה:



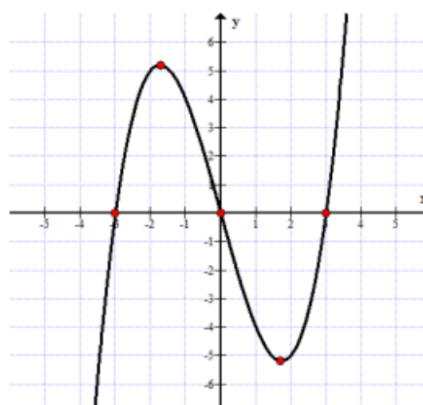
תרגול:



1. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של כל אחת מהפונקציות הבאות:



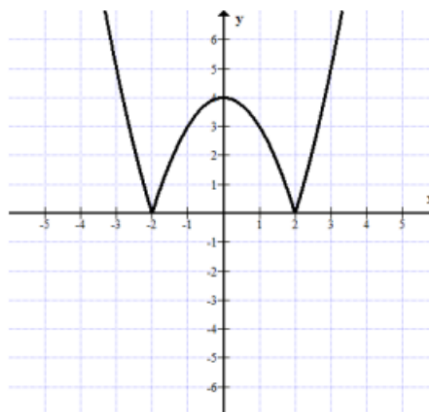
ד.



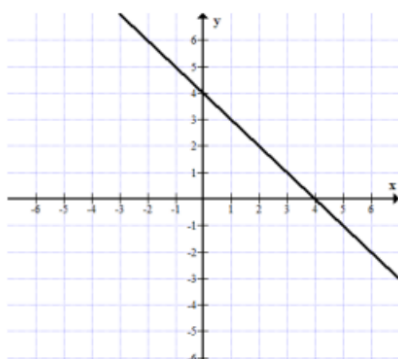
א.



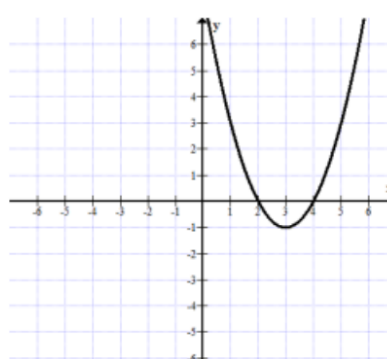
ה.



ב.

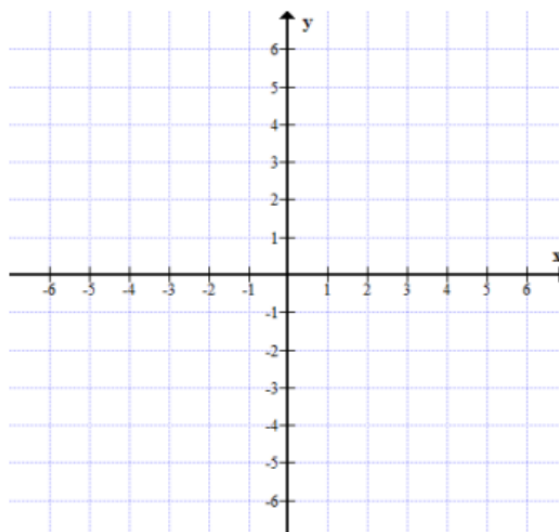
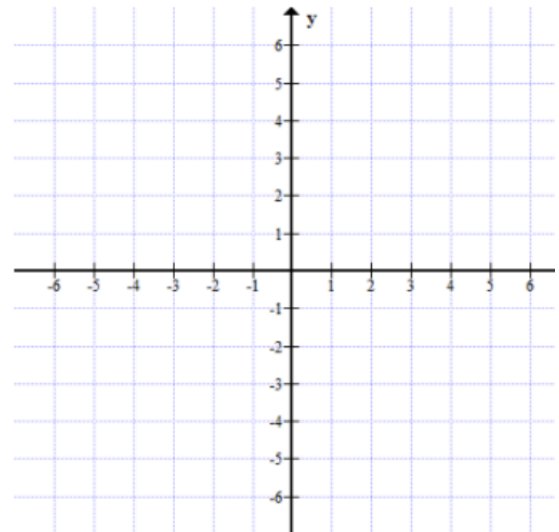
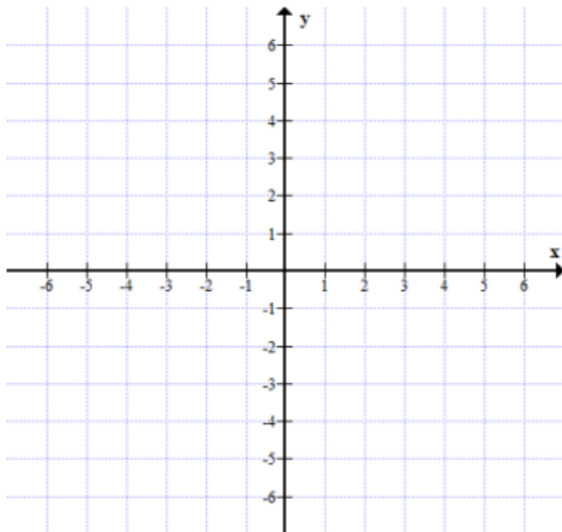


ו.

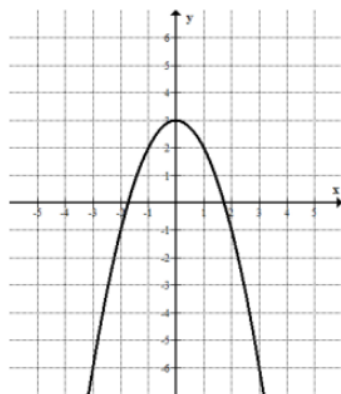
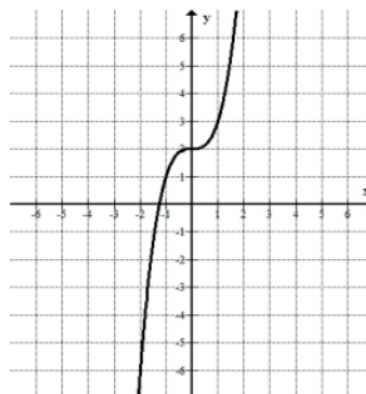
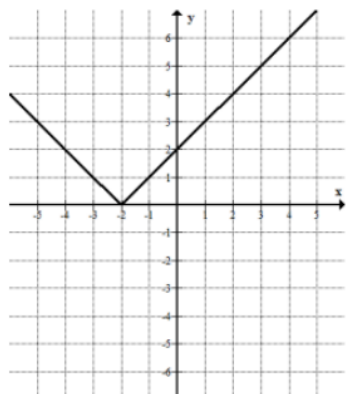
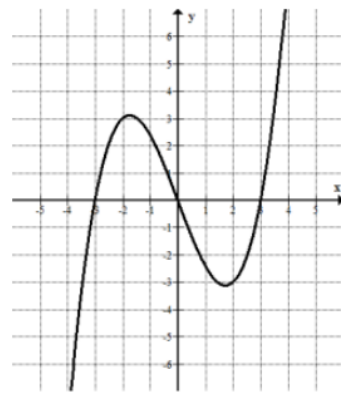
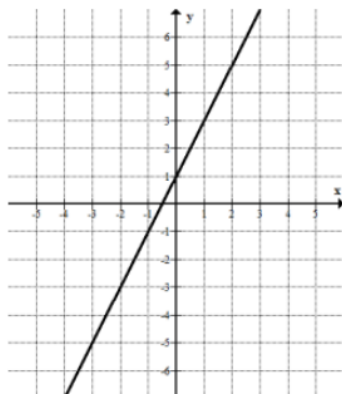
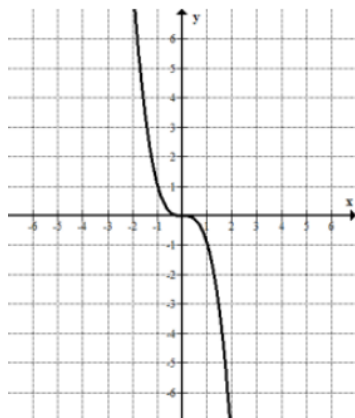


ג.

שרטטו במערכות הצירים שלפניכם גרף של פונקציה חיובית בכל תחומה, פונקציה שלילית בכל תחומה ופונקציה שאינה חיובית ואינה שלילית בתחום.



מבין הגרפים של הפונקציות הבאות סמנו את הגרף של הפונקציה שהיא פונקציה עולה בכל תחומה ואת זו שיוורדת בכל תחומה.



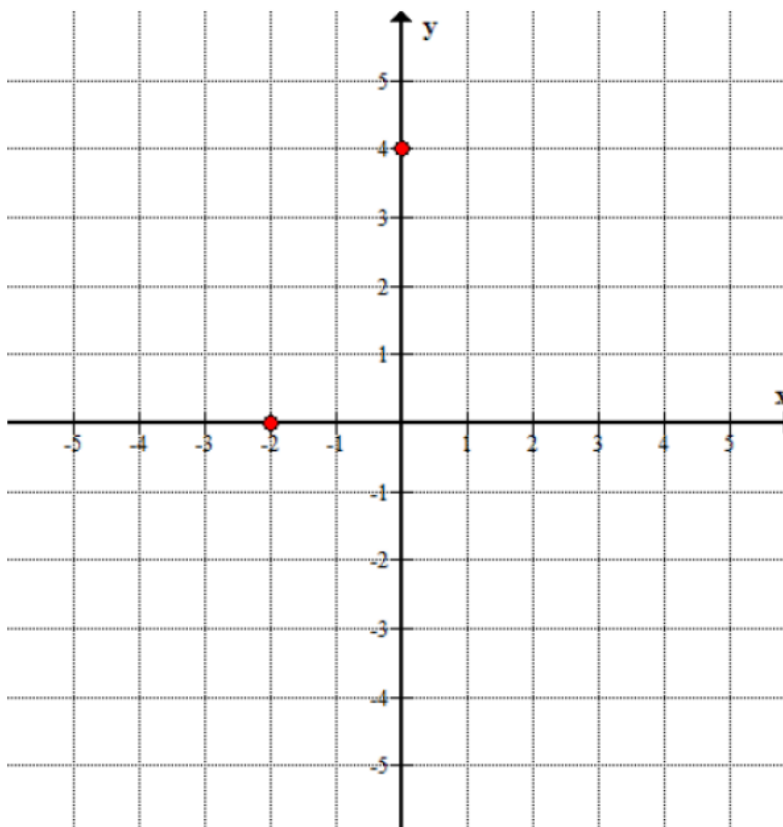
מלאי את הטבלה:

גרף	באיזה תחום חיובי ועולה	באיזה תחום שלילי ועולה	באיזה תחום חיובי ויורד
א			
ב			
ג			
ד			
ה			
ו			

שרטוט גרף של פונקציה על פי נתונים

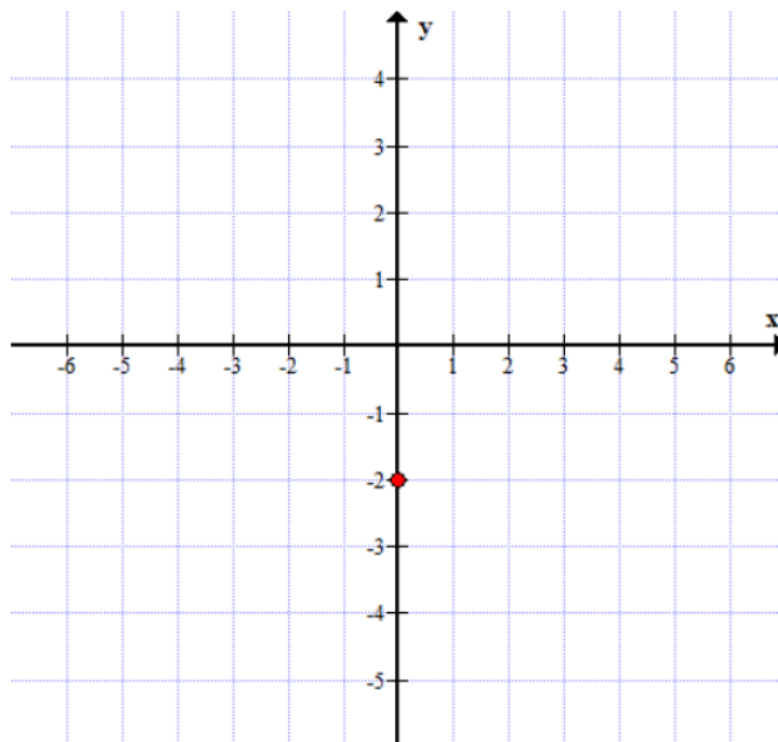
א. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה על פי הנתונים בטבלה. הגרף רציף, מוגדר לכל x וכל נקודות החיתוך ונקודות הקיצון נתונות.

חיתוך עם ציר x	חיתוך עם ציר y	מינימום	מקסימום
$(-2,0)$	$(0,4)$	אין	אין



ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה על פי הנתונים בטבלה. הגרף רציף, מוגדר לכל x וכל נקודות החיתוך ונקודות הקיצון נתונות.

חיתוך עם ציר x	חיתוך עם ציר y	מינימום	מקסימום
אין	$(0, -2)$	$(0, -2)$	אין



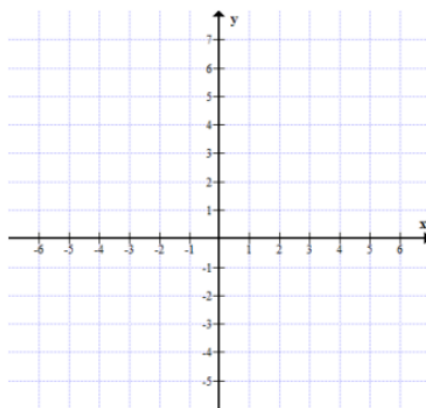
שימו לב, כיוון שנתון כי $(0, -2)$ היא נקודת הקיצון היחידה אין לפונקציה מעברים נוספים מעליה לירידה או להיפך.

לגרף אין נקודת חיתוך עם ציר ה- x ולכן כל הגרף מתחת לציר.

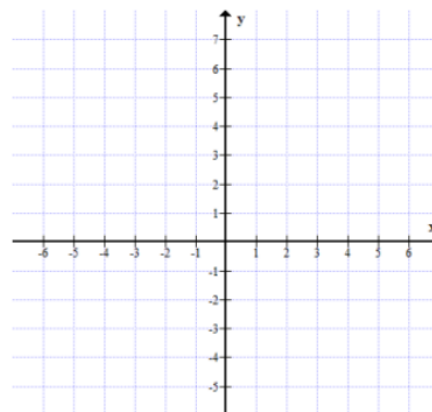
תרגול:

בכל שורה בטבלה נתונות תכונות של פונקציה אחת. כל אחת מהפונקציות מוגדרת לכל x ורציפה. (נתונות כל נקודות החיתוך עם הצירים וכל נקודות הקיצון). שרטטו סקיצות אפשריות לגרפים של הפונקציות.

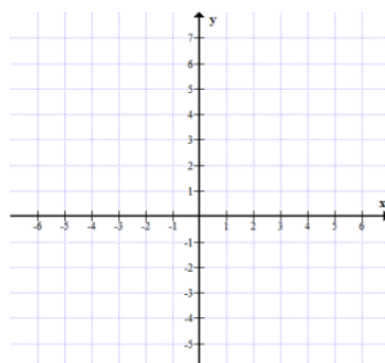
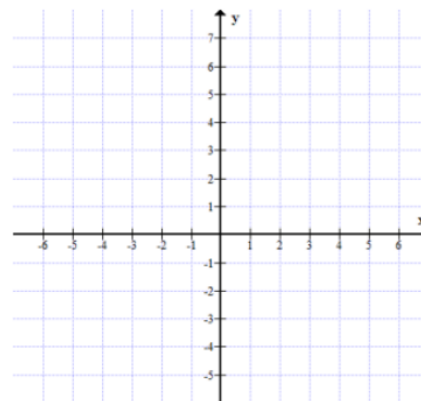
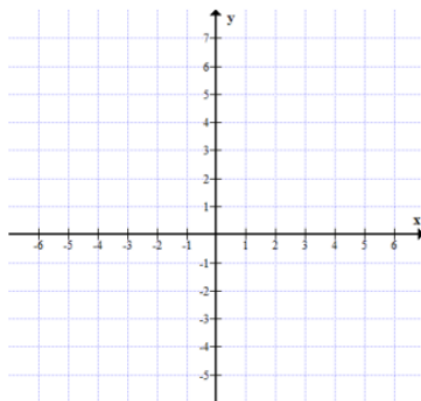
	חיתוך עם ציר x	חיתוך עם ציר y	מינימום	מקסימום
1	$(2,0)$	$(0,-1)$	אין	אין
2	$(2,0)$	$(0,2)$	אין	אין
3	$(1,0), (3,0)$	$(0,-3)$	אין	$(2,1)$
4	$(0,0), (6,0)$	$(0,0)$	$(4,-4)$	$(0,0)$
5	אין	$(0,0.5)$	אין	$(1,1)$
6	$(3,0), (0,0), (-3,0)$	$(0,0)$	$(1,-5)$	$(-1,5)$



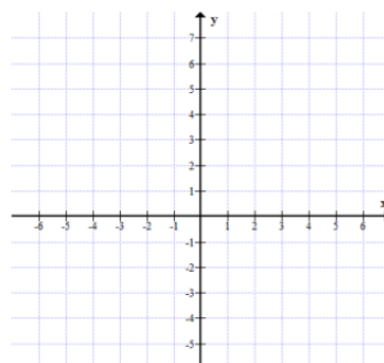
2.



4.



6.



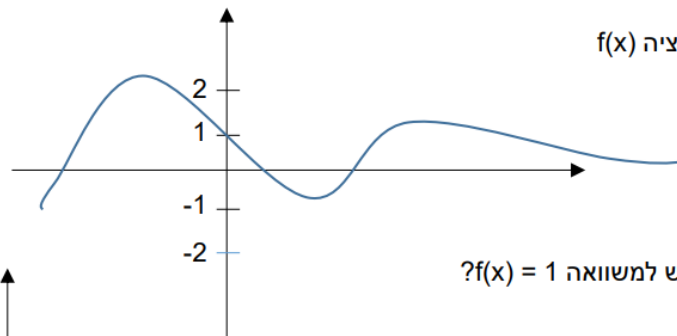
5.

מספר פתרונות למשוואות בעזרת גרף

בהינתן גרף של פונקציה ניתן למצוא את מספר הפתרונות של המשוואה שבה משווים את הפונקציה לערך נתון. במקרים מסוימים, ניתן גם למצוא את הערכים של הפתרונות.

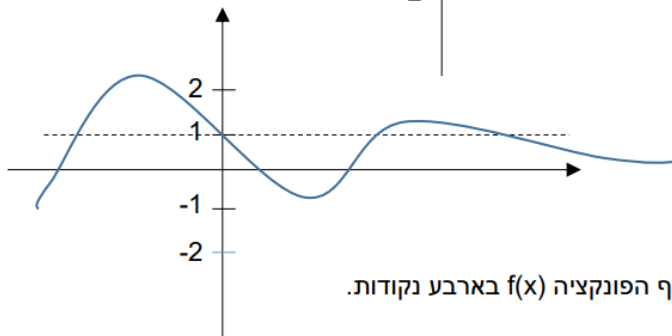
שימו לב, לגרף הפונקציה ולגרף של פונקציה קבועה יכולות להיות מספר **נקודות חיתוך**. לדוגמה:

נתון גרף הפונקציה $f(x)$



שאלה:

כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 1$?



תשובה:

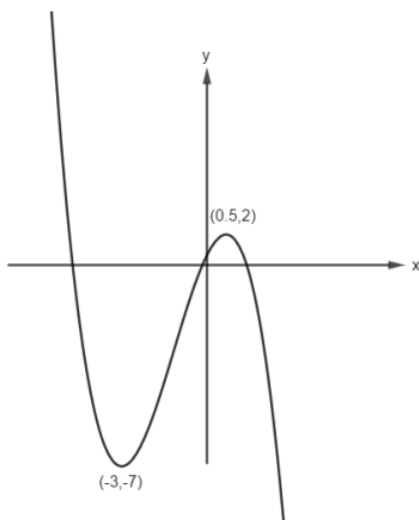
4 פתרונות. הישר $y = 1$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בארבע נקודות.

תרגילים:

תרגיל 1

היעזרו בגרף ומצאו את מספר הפתרונות למשוואות הבאות.

נתון גרף הפונקציה $f(x)$.



א. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 3$?

ב. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 2$?

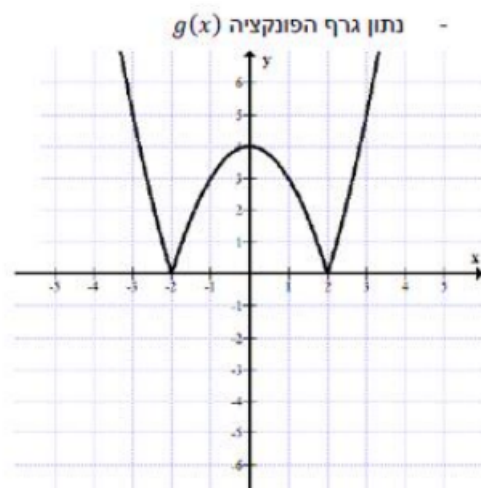
ג. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -4$?

ד. פתרו את המשוואה $f(x) = 0$

ה. לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה

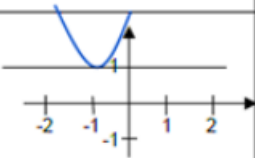
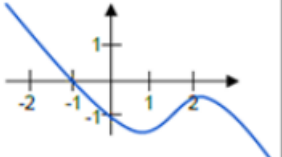
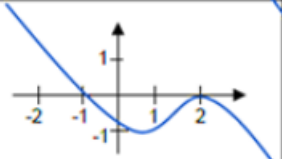
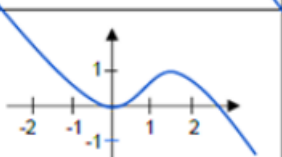
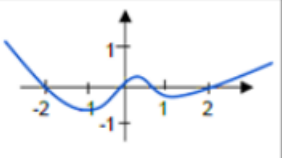
בנקודה אחת? בשתי נקודות? בשלוש נקודות?

- א. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 1$?
 ב. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 4$?
 ג. פתרו את המשוואה $g(x) = 5$.
 ד. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = -2$?
 ה. פתרו את המשוואה $g(x) = 0$.

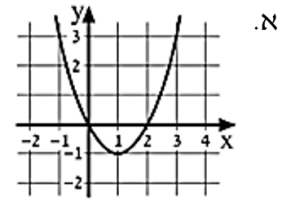
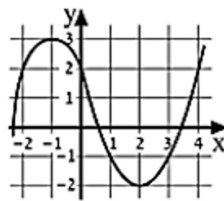
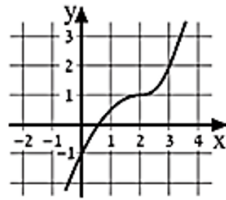


תרגיל 3

כתבו משוואות מתאימות למספר הפתרונות שבטבלה מימין. העזרו בדוגמה:

המשוואה	נתון גרף הפונקציה $f(x)$	מספר פתרונות
$f(x) = 1$		פתרון יחיד דוגמה
		פתרון יחיד
		שני פתרונות
		למעלה משני פתרונות
		אין פתרון

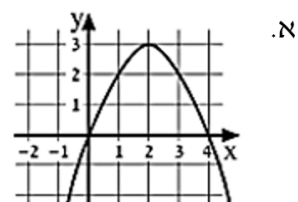
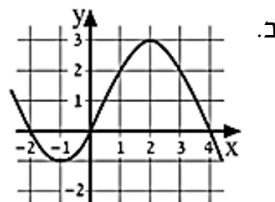
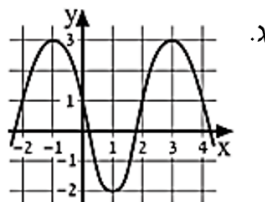
- בכל אחד מהשרטוטים הבאים מתואר גרף הפונקציה $y = f(x)$. מצא לגבי כל פונקציה את
- (1) נקודות הקיצון שלה וקבע לגבי כל נקודה אם היא נקודת מינימום או מקסימום.
 - (2) רשום תחומי עלייה וירידה.
 - (3) רשום תחום בו פונקציה חיובית, שלילית
 - (4) רשום כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה והישר (א) $y = 2$, (ב) $y = -1$, (ג) $y = 0$.



צוות מורים מקיף ה', אשדוד

תודה לתמי ווינרבסקי על השיתוף

- בכל אחד מהשרטוטים הבאים מתואר גרף הפונקציה $y = f(x)$. מצא לגבי כל פונקציה את
- (1) תחומי חיוביות, שליליות, עלייה, וירידה של הפונקציה, אפסים של פונקציה
 - (2) שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן
 - (3) כמה פתרונות יש למשוואה (א) $f(x) = 0$, (ב) $f(x) - 3 = 0$.
 - (4) מהו/מהם ערך / ערכים של t עבורו/עבורם יש למשוואה $f(x) = t$ שני פתרונות בלבד?
 - (5) האם קיימים ערכי k שעבורם האי שוויון $f(x) \leq k$ מתקיים לכל x . אם כן ציין מה הם אם לא ציין מדוע



לפניכם ארבעה גרפים של פונקציות.



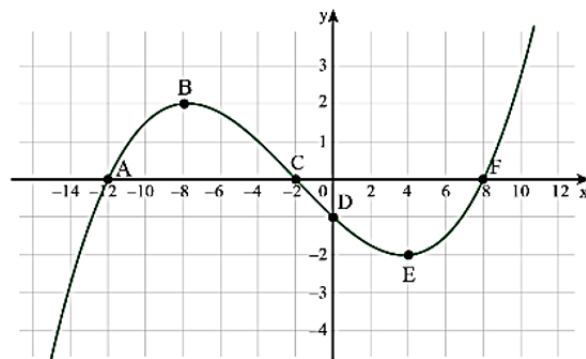
לכל תכונה בטבלה שלפניכם, סמנו את כל הפונקציות המקיימות את התכונה בכל התחום הרשום.

פונקציות המקיימות את התכונה	התכונה	דוגמה:
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $0 < x < 3$ הפונקציה שלילית	
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-2 < x < -1$ הפונקציה חיובית	א.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $2 < x < 4$ הפונקציה עולה	ב.

$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-1 < x < 1$ הפונקציה שלילית	ג.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-1 < x < 1$ הפונקציה יורדת	ד.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $1 < x < 2$ הפונקציה חיובית ויורדת	ה.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-4 < x < -3$ הפונקציה שלילית ועולה	ו.

משימטיקה, "עלייה, ירידה, חיוביות, שליליות

בשרטוט שלפניך גרף של פונקציה רציפה המוגדרת לכל x ממשי. כל נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים וכל נקודות הקיצון שלה מסומנות על הגרף.



א. סמנו את כל התכונות שהפונקציה מקיימת בתחום הנתון בכל סעיף.

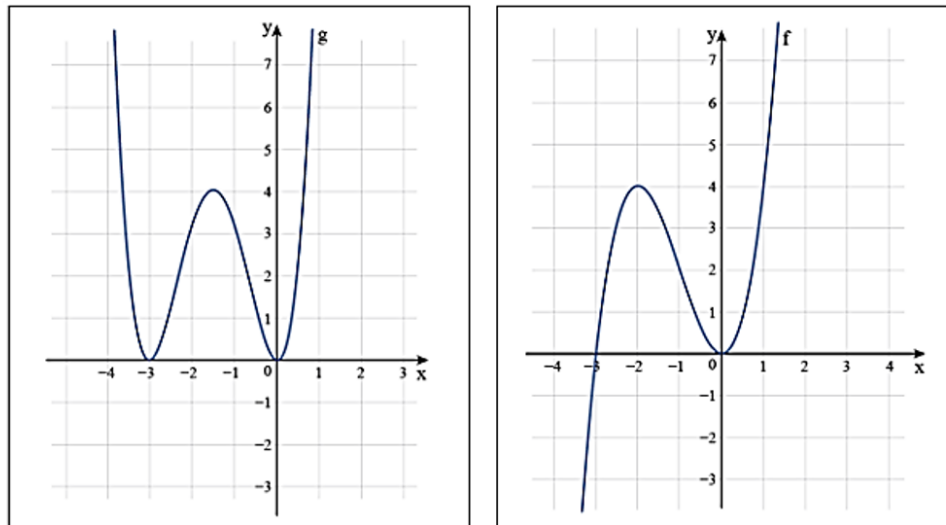
שליט	חיובית	יורדת	עולה	1. בתחום $-2 < x < 2$
שליט	חיובית	יורדת	עולה	2. בתחום $x < -12$
שליט	חיובית	יורדת	עולה	3. בתחום $-8 < x < -2$

ב. רשמו את כל התחומים שבהם הפונקציה:

1. שליט: _____
2. שליט ויורדת: _____
3. שליט ועולה: _____

משימטיקה, "עלייה, ירידה, חיוביות, שליליות

נתונים גרפים של שתי פונקציות:



בטבלה שלפניכם רשמו כמה שיותר תכונות המשותפות לשני הגרפים וכמה שיותר תכונות המבחינות ביניהם.

תכונות המשותפות לשני הגרפים	תכונות המבחינות בין שני הגרפים

משימטיקה, "תכונות של גרפים"

פונקציה זוגית ופונקציה אי זוגית

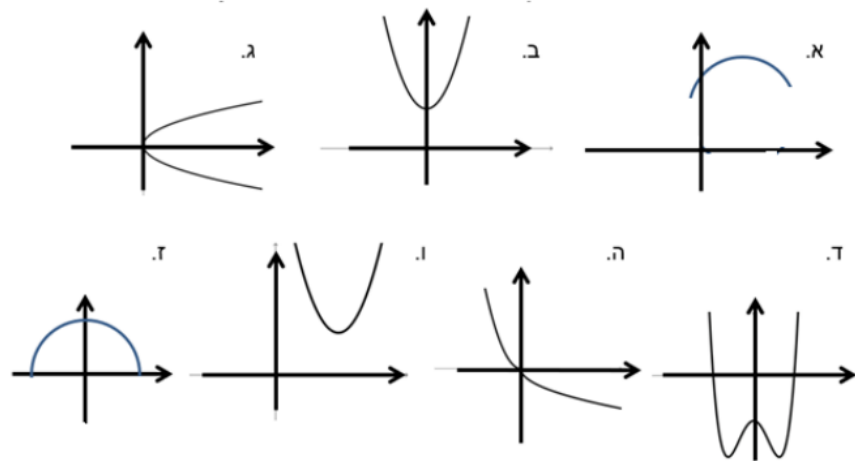
פונקציה זוגית היא פונקציה שהגרף שלה סימטרי ביחס לציר ה-y, פונקציה זוגית מקיימת $f(x) = f(-x)$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקציה.

פונקציה אי-זוגית היא פונקציה שהגרף שלה סימטרי ביחס לראשית הצירים (כלומר, לגרף הפונקציה קיימת סיבובית בראשית הצירים). פונקציה אי זוגית מקיימת $f(x) = -f(-x)$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקציה.

אם פונקציה מקיימת $f(x) \neq f(-x)$ וגם $f(x) \neq -f(-x)$ אז הפונקציה אינה זוגית ואינה אי זוגית.

תרגילים:

1. (א) אילו מבין הגרפים הבאים מתארים פונקציה?
(ב) עבור כל אחד מהגרפים המתארים פונקציות, קבעו האם הפונקציה פונקציות זוגיות/ אי זוגיות או שאינה זוגית ואינה אי זוגית?



2. נתון כי $f(x)$ היא פונקציה זוגית המוגדרת לכל x והיא בעלת נקודת קיצון יחידה בתחום $x > 0$.

נתון: $f(4) = -5$, $f(1) = 2$

(2,3) הינה נק' המקסימום של הפונקציה.

- א. מהו ערך הפונקציה כאשר $x = -1$?
 - ב. מהם שיעורי ה-x שבהם ערך הפונקציה הוא -5?
 - ג. האם לפונקציה נקודות קיצון נוספות?
- אם כן, האם ניתן לדעת מה שיעורן, מה סוג הקיצון?

ד. שרטטו גרף אפשרי לפונקציה הנתונה.

3. נתון כי $f(x)$ היא פונקציה אי זוגית המוגדרת לכל x והיא בעלת נקודת קיצון יחידה

בתחום $x < 0$.

נתון: $f(1) = -2$, $f(-4) = 1$

$(-2, 4)$ הינה נק' המקסימום של הפונקציה.

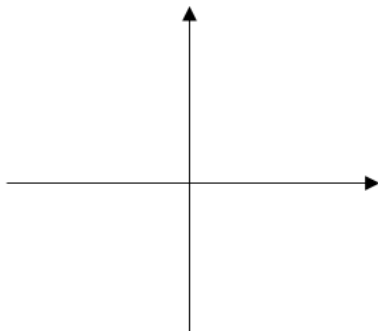
א. מהו ערך הפונקציה כאשר $x = 4$?

ב. מהו שיעור ה- x שבו ערך הפונקציה הוא 2?

ג. האם לפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן,

האם ניתן לדעת מה שיעורן, מה סוג הקיצון?

ד. שרטטו גרף אפשרי לפונקציה הנתונה.



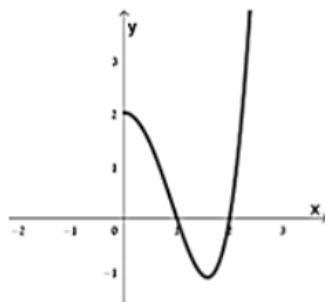
4.

נתונה $f(x)$, פונקציה המוגדרת לכל x .

חלק מגרף הפונקציה מוצג בשרטוט כאשר $x \geq 0$.

א. השלם את השרטוט אם הפונקציה

היא זוגית.

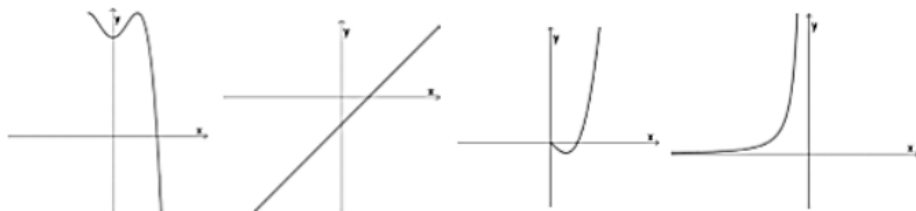


ב. האם ייתכן שהפונקציה היא אי-זוגית?

5.

לפניך גרפים חלקיים של פונקציות. רשום אילו גרפים ניתן להשלים לגרף של פונקציה

זוגית, אילו לפונקציה אי זוגית ואילו גרפים לא יתארו פונקציה זוגית ולא אי זוגית.

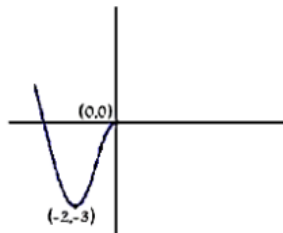


גרף ד

גרף ג

גרף ב

גרף א



6. נתון גרף הפונקציה $f(x)$ משמאל לציר ה-y. הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי זוגית.

- מצא את משוואות הישרים המקבילים לציר ה-x ומשיקים לגרף הפונקציה.
- מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות.

7. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x אך הגרף שלה נתון רק בתחום: $0 \leq x$. שתי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה המלא נמצאות על הישר $y = x$.



- קבע אם הפונקציה היא $g(x)$ זוגית או אי-זוגית. נמק.
- קבע האם קיימים ערכי m שעבורם יהיו למשוואה $g(x) = m$:
 1. שני פתרונות. 2. שלושה פתרונות. 3. ארבעה פתרונות.

8. הנקודה $(1,7)$ היא נקודת מקסימום של גרף הפונקציה $f(x)$ העובר דרך ראשית הצירים. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן, במקרה שבו הפונקציה $f(x)$ היא:

- זוגית.
- אי-זוגית.

פונקציה $f(x)$ מוגדרת עבור כל ערך של x .

נתון: $g(x) = f(x+1) + 8$, היא פונקציה אי זוגית.

חשב:

א. $f(1)$

ב. $f(0) + f(2)$

קבע עבור כל אחת מהפונקציות הבאות אם היא פונקציה זוגית, אי-זוגית, או שאינה זוגית ואינה אי-זוגית:

- | | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| א. $f(x) = x^2$ | ב. $f(x) = x^5$ | ג. $f(x) = x^2 + x^4$ | ד. $f(x) = x + x^3$ |
| ה. $f(x) = x^2 + 7x$ | ו. $f(x) = x^4 - x^3$ | ז. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 5}$ | ח. $f(x) = \frac{x}{x+1}$ |
| ט. $f(x) = \frac{3-x^2}{x^3}$ | י. $f(x) = \frac{x^5}{x+1}$ | יא. $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ | יב. $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ |

10.

פונקציה זוגית ואי זוגית

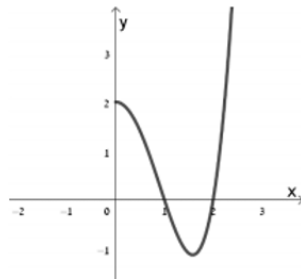
1. הוכח שקיימת רק פונקציה יחידה שהיא זוגית וגם אי זוגית בו זמנית. רשום הצגה אלגברית של הפונקציה

2. נתונה פונקציה $f(x) = (2x - 5)^6 + 3$. האם הפונקציה $f(x)$ זוגית? אי זוגית? לא זוגית ולא אי זוגית?

מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = f(x + c)$. האם קיים ערך של c עבורו הפונקציה $g(x)$ תהיה זוגית? אם כן מהו ערך זה? נמק.

3. נתונה פונקציה $f(x) = (2x - 5)^3 + 3$. האם הפונקציה $f(x)$ זוגית? אי זוגית? לא זוגית ולא אי זוגית?

מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = f(x) + c$. האם קיים ערך של c עבורו הפונקציה $g(x)$ תהיה אי זוגית? אם כן מהו ערך זה? נמק.



4. נתונה $f(x)$, פונקציה המוגדרת לכל x .
 חלק מגרף הפונקציה מוצג בסרטוט כאשר $x \geq 0$.
 א. השלם את הסרטוט אם הפונקציה היא זוגית.
 ב. האם ייתכן שהפונקציה היא אי-זוגית?

שאלה 16, 75 שאלות קצרות, מרכז מורים ארצי

5. $f(x)$ פונקציה בעלת גרף רציף (שניתן לסרטט במשיכת קולמוס אחת) המוגדרת לכל x .

$$f(10) = 100 ; f(-10) = -20$$

לפונקציה שתי נקודות קיצון בלבד:

מקסימום בנקודה $(-1, 2 + k)$ ומינימום בנקודה $(1, k - 2)$.

עבור אילו ערכי k , תחתוך הפונקציה את ציר ה- x בשלוש נקודות שונות?

שאלה 17, 75 שאלות קצרות, מרכז מורים ארצי

הזזות ושיקופים

הזזות אנכיות של פונקציה

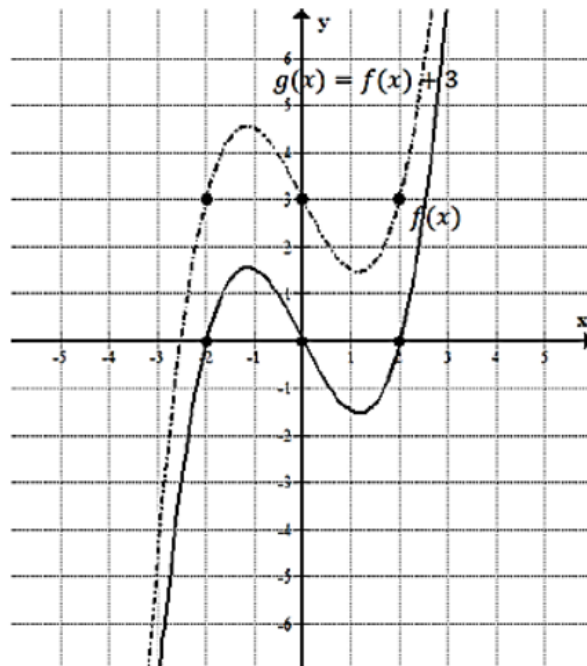
הגרף של הפונקציה $g(x) = f(x) + c$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, c .

דוגמאות:

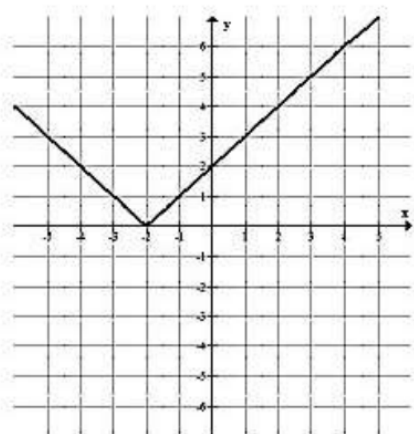
א. הפונקציה $g(x) = x^2 + 2$ מתקבלת מהפונקציה $f(x) = x^2$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, 2.

ב. הפונקציה $g(x) = x^2 - 3$ מתקבלת מהפונקציה $f(x) = x^2$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, -3.

ג. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x) = f(x) + 3$. הגרף של הפונקציה $g(x)$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, 3.

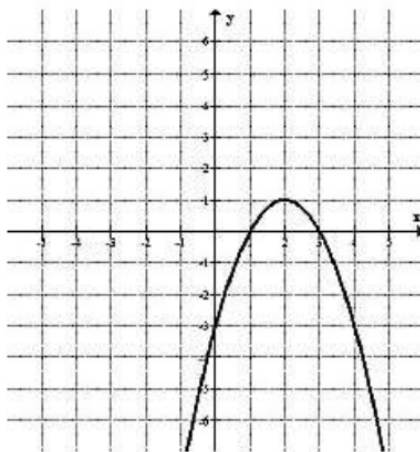


שרטטו בכל מערכת צירים פונקציה $g(x)$ שהיא הזזה של $f(x)$
 וכתבו את המשוואה של $g(x)$.

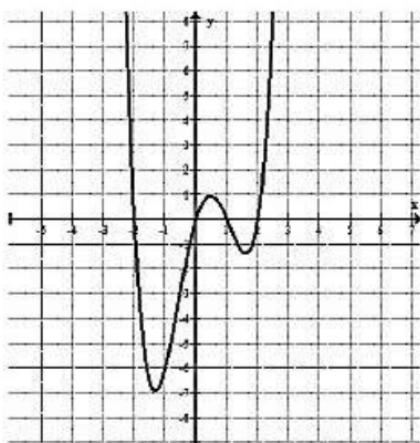


הזזה אנכית למטה של 3 יחידות

א. ב.

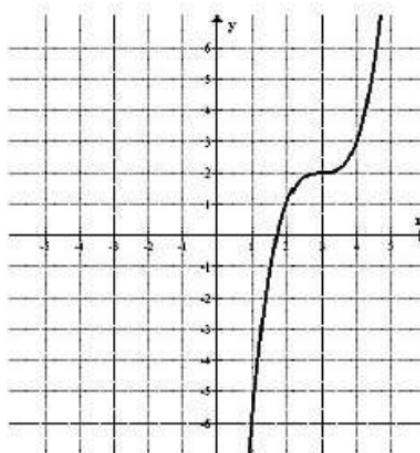


הזזה אנכית למעלה של 2 יחידות



הזזה אנכית למטה של יחידה אחת

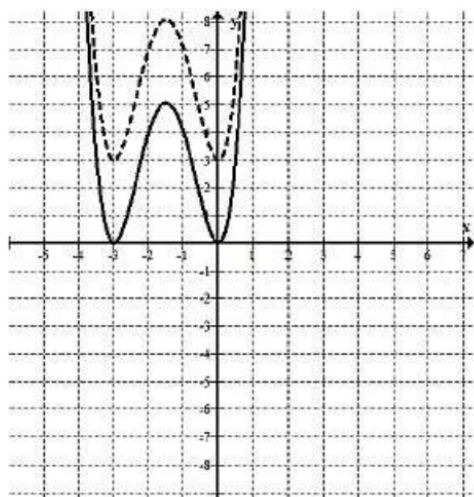
ג. ד.



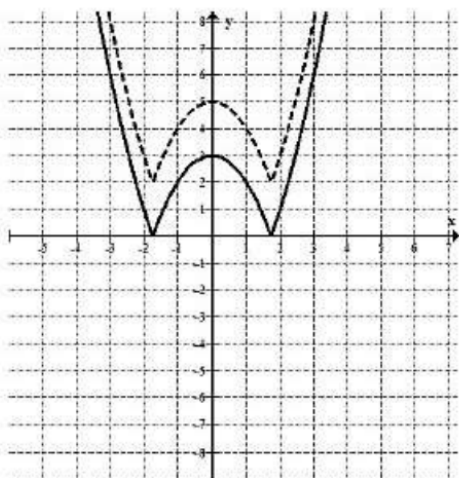
הזזה אנכית למעלה של 3 יחידות

בכל אחת ממערכות הצירים שלפניכם משורטטים הגרף של הפונקציה $f(x)$ (בזקו רציף) והגרף של $g(x)$ (בזקו מקווקו).
 כתבו את הייצוג המתאים של הפונקציה $g(x)$ בהתאם לגרף.

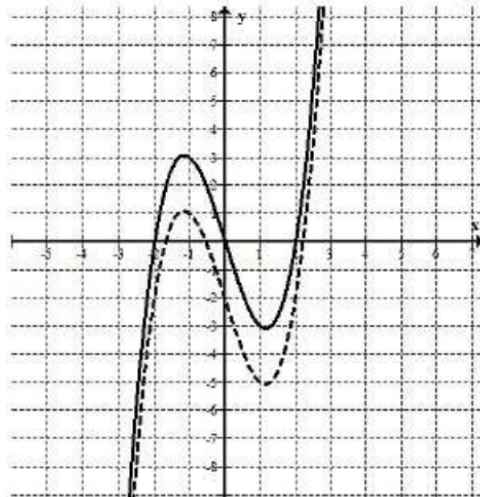
ב.



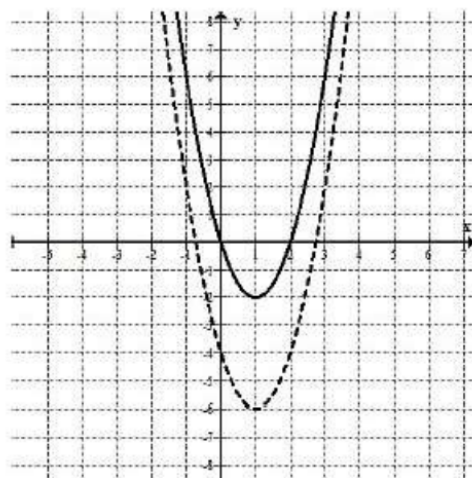
ד.

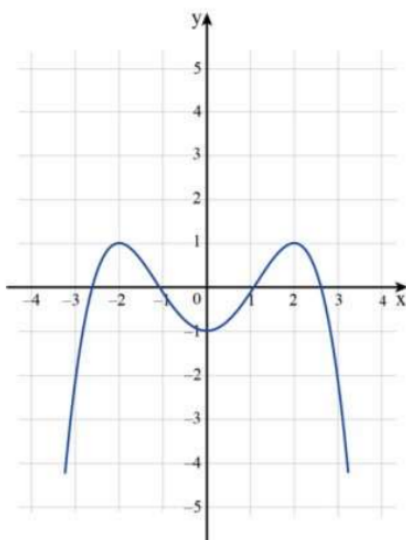


א.



ג.





לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $g(x) = f(x) + 2$ היא הזזה אנכית של הפונקציה $f(x)$.

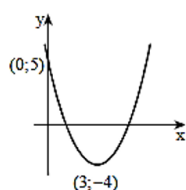
היעזרו בשרטוט וענו:

א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים הנתונה.

הזזה אנכית

שם הפעולה ב- $f(x)$	פרמטר	התבנית החדשה	שינוי בתבנית של $f(x)$	סרטוט
הזזה אנכית ב- c	$c \in \mathbb{R}, c \neq 0$	$f(x) + c$	הוספת מספר קבוע c לפונקציה	



1. לפניך גרף של פונקציה $f(x)$.

נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה

היא $(3; -4)$ מינימום.

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם ציר ה- y היא $(0; 5)$.

מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$,

המקיימת $g(x) = f(x) + 1$.

א. מהי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$

עם ציר ה- y ?

ב. מהי נקודת קיצון של הפונקציה $g(x)$?

ג. השלם: כדי לשרטט את גרף הפונקציה $f(x) + 1$,

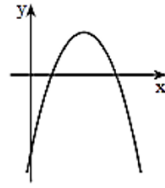
ניקח את גרף הפונקציה $f(x)$ ונזיז אותו 1 יחידה כלפי ---.

ד. שרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

ה. רשום תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $g(x)$

יואל גבע ואריק דז'לדטי

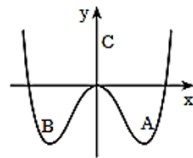


- לפניך גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 10x - 21$.
- מצא את נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$.
 - מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$ המקיימת $g(x) = f(x) - 5$. מהי נקודת קיצון של הפונקציה $g(x)$?
 - השלם: כדי לשרטט את גרף הפונקציה $f(x) - 5$, ניקח את גרף הפונקציה $f(x)$ ונזיז אותו 5 יחידות כלפי ---.
 - שרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.
 - רשום תחומי חיוביות ושליליות של הפונקציה $g(x)$.

יואל גבע ואריק דז'לדטי

- נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 2x - 3$.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.
 - גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז למעלה ב-4 יחידות, כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$.
 - (1) בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות $f(x)$.
 - (2) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 - מגדירים פונקציה $h(x)$ המקיימת $f(x) = h(x) + 2$.
 - (1) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 - (2) רשום תבנית אלגברית לפונקציה $g(x)$ באמצעות x .

יואל גבע ואריק דז'לדטי



- בציור שלפניך מתואר גרף של פונקציה $f(x)$ מחברים את נקודות הקיצון של הפונקציה (המסומנות בציור על ידי A, B ו-C) ומקבלים משולש ABC. נסמן ב-S את שטח המשולש ABC.
- הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + 2$. מחברים את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ומקבלים משולש. האם שטח המשולש שהתקבל גדול, קטן או שווה ל-S?
 - הפונקציה $h(x)$ מקיימת: $h(x) = f(x) + k$, k מספר שלילי. מחברים את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$ ומקבלים משולש. האם שטח המשולש שהתקבל גדול, קטן או שווה ל-S?

יואל גבע ואריק דז'לדטי

הזזות אופקיות של פונקציה

הגרף של הפונקציה $g(x) = f(x + c)$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה בשיעור קבוע, $|c|$. אם $c > 0$ ההזזה היא אופקית שמאלה. אם $c < 0$ ההזזה היא אופקית ימינה.

דוגמאות:

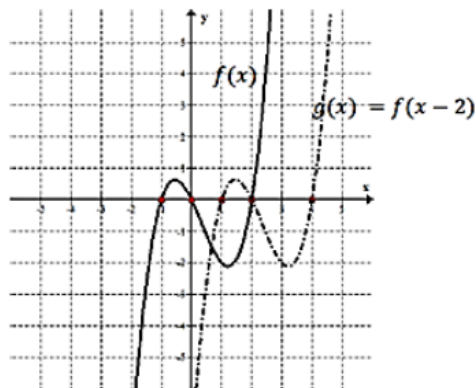
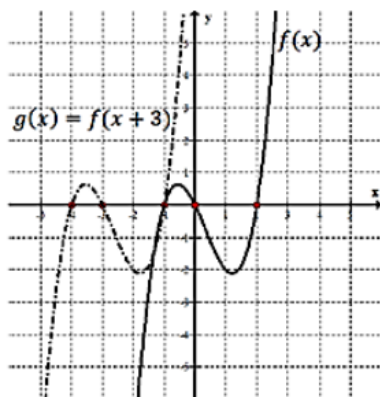
א. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x) = f(x + 3)$. הגרף של הפונקציה $g(x)$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה 3 יחידות שמאלה.

ב. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x) = f(x - 2)$. הגרף של הפונקציה $g(x)$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה 2 יחידות ימינה.

ג. הפונקציה $g(x) = f(x - 2)^2$ מתקבלת מהפונקציה $f(x) = x^2$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה 2 יחידות ימינה.

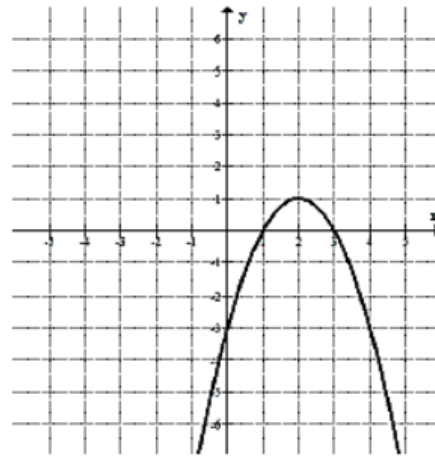
ד. הפונקציה $g(x) = f(x + 3)^2$ מתקבלת מהפונקציה $f(x) = x^2$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה 3 יחידות שמאלה.

ד.



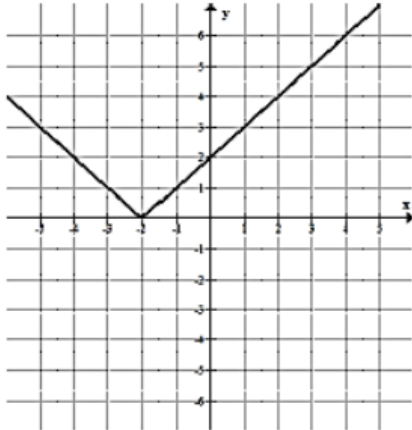
שרטטו בכל מערכת צירים פונקציה $g(x)$ שהיא הזזה של $f(x)$ וכתבו את המשוואה של $g(x)$.

א.



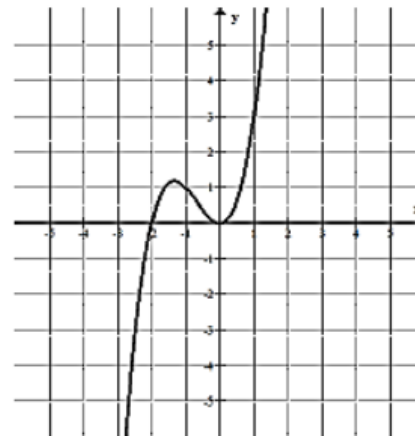
הזזה אופקית שמאלה של 2 יחידות

ב.



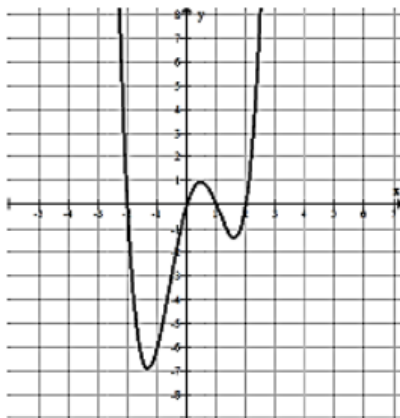
הזזה אופקית ימינה של 3 יחידות

ג.

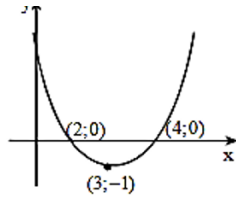


הזזה אופקית שמאלה של 2 יחידות

ד.



הזזה אופקית ימינה של יחידה אחת



- בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.
 הגרף חותך את ציר ה- x בנקודות $(2;0)$ ו- $(4;0)$.
 לפונקציה נקודת קיצון אחת והיא $(3;-1)$ מינימום.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f(x+1)$.
 א. השלם את הטענה כך שתהיה נכונה:
 כדי לשרטט את גרף הפונקציה $f(x+1)$,
 ניקח את הגרף של $f(x)$ ונזיז אותו 1 יחידה:
 (1) למעלה. (2) למטה. (3) ימינה. (4) שמאלה.
 ב. מהם שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x של הפונקציה $g(x)$?
 ג. רשום את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

יואל גבע ואריק דז'לדטי

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

- נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 5$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא:
 (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f(x-2)$.
 (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.
 (2) שרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$.
 (3) רשום את התבנית האלגברית של הפונקציה $g(x)$.
 ד. רשום תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $g(x)$.

יואל גבע ואריק דז'לדטי

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x$$

- לפונקציה יש 2 נקודות קיצון $\left(\frac{2}{3}; -1\frac{17}{27}\right)$ מינימום, $(-1;3)$ מקסימום
 א. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f(x-a)$.
 מצא את הערכים האפשריים של a , אם לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון כאשר $x=3$.
 ב. הפונקציה $h(x)$ מקיימת: $h(x) = f(x) + a$.

יואל גבע ואריק דז'לדטי

מצא את הערכים האפשריים של a כדי שלמשוואה $h(x) = 0$ יהיו 2 פתרונות בלבד.

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1$$

- א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.
 ב. גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז ימינה ב-3 יחידות, כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$.
 (1) רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.
 (2) בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות $f(x)$.
 (3) רשום את התבנית האלגברית של הפונקציה $g(x)$.
 ג. גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז שמאלה ב-5 יחידות, כך שהתקבלה פונקציה $h(x)$.
 (1) רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבע את סוגה.
 (2) בטא את הפונקציה $h(x)$ באמצעות $f(x)$.
 (3) רשום את התבנית האלגברית של הפונקציה $h(x)$.
 ד. רשום תחומי עלייה וירידה של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$.

יואל גבע ואריק דז'לדטי

ליקטה תמי ויירובסקי

לפניכם שלוש קבוצות של כרטיסים. בכל קבוצה חמישה כרטיסים.

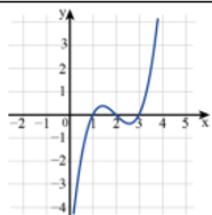
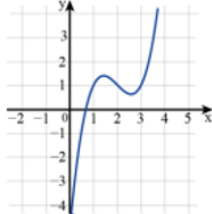
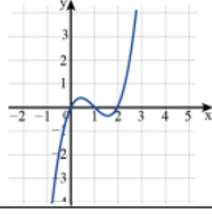
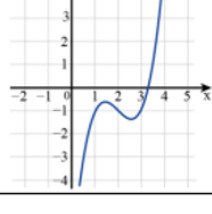
בקבוצה אחת יש תיאורים גרפיים, בקבוצה שנייה תיאורים מילוליים, ובקבוצה השלישית ביטויים סימבוליים.

בשורה הראשונה שבטבלה שלפניכם מופיעה פונקציית מקור בשלושת התיאורים (גרפי, מילולי וסימבולי). בעמודה

הראשונה מופיעים גרפים המתקבלים כתוצאה מהזזות שונות של פונקציית המקור.

עליכם ליצור שלשות של כרטיסים כך שלכל גרף יותאם תיאור מילולי וביטוי סימבולי שלו.

מלאו את הטבלה לפי השלושות שהרכבתם.

תיאור גרפי	תיאור מילולי	ביטוי סימבולי
	פונקציית המקור	$f(x)$
		
		
		
		

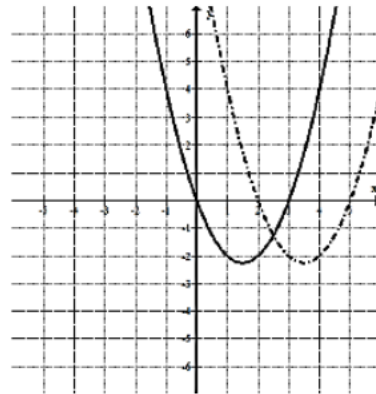
משימטיקה, הזזות של פונקציה

תרגול:

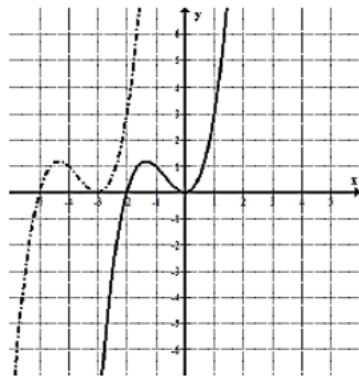
1. בכל אחת ממערכות הצירים שלפניכם משורטטים הגרף של הפונקציה $f(x)$ (בקו רציף) והגרף של $g(x)$ (בקו מקווקו).

כתבו את הייצוג המתאים של הפונקציה $g(x)$ בהתאם לגרף.

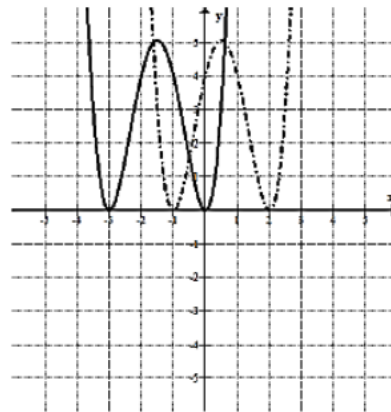
א.



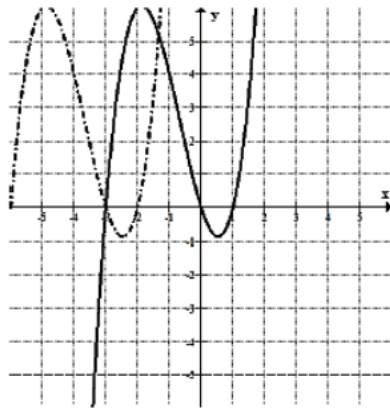
ב.



ג.



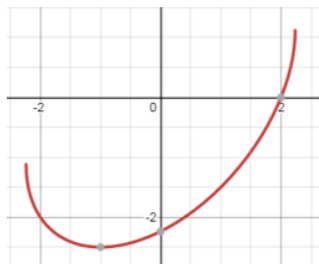
ד.



נתונה הפונקציה: $f(x) = (x^2 - 9)^2 - 1$.
 כמו כן נתונה פונקציה נוספת $g(x) = 4 + f(x)$.
 סמנו את ההיגד הנכון:

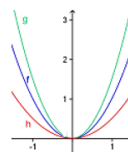
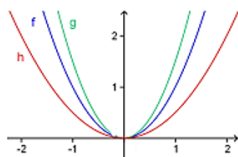
- ☐ לפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $g(x)$ אותם תחומי עליה וירידה.
- ☐ לפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $g(x)$ אותם תחומי חיוביות ושליליות.
- ☐ לפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $g(x)$ אותם נקודות חיתוך עם ציר ה- x .
- ☐ לפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $g(x)$ אותם נקודות קיצון ואותו סוג קיצון.

קמפוס il

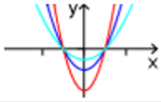
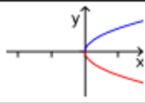
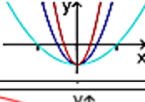
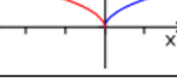


בשרטוט שלפניך מופיע גרף הפונקציה $f(x)$
 המוגדרת בתחום $-\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$.
 הפונקציה מקבלת ערך מינימלי בנקודה $(-1, -2.5)$.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + 3a + 0.5$.
 מצא לאילו ערכי a גרף הפונקציה $g(x)$ נמצא כולו מעל ציר ה- x .

נתונה פונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 4$. מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = f(x + c) + d$.
 דרך נקודות הקיצון של שתי הפונקציות מעבירים ישרים המקבילים לצירים כך שנוצר ריבוע
 ששטחו 16 יח"ר ושניים מקודקודיו הנגדיים הן נקודות הקיצון של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 א. מצא שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ואת הצגתה האלגברית שלה.
 ב. כמה פתרונות אפשריים יש לשאלה?



מתיחות ושיקופים

סרטוט	שינוי בתבנית של $f(x)$	התבנית החדשה	פרמטר	שם הפעולה ב- $f(x)$
	הכפלת הפונקציה במספר קבוע חיובי a	$af(x)$	$a > 0$	מתיחה / כיווץ אנכי
	הכפלת הפונקציה ב- (-1)	$-f(x)$		שיקוף ביחס לציר ה- x
	הכפלת x במספר קבוע חיובי a	$f(ax)$	$a > 0$	מתיחה / כיווץ אופקי
	הכפלת x ב- (-1)	$f(-x)$		שיקוף ביחס לציר ה- y

ללמוד וללמד אנליזה

ליקטה תמי ויירובסקי

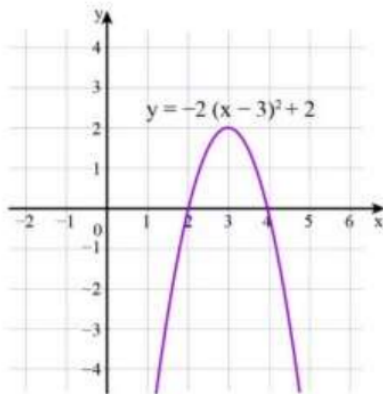
הזזות ושיקופים שיקוף ביחס לציר x

לפניכם גרפים של ישרים ופרבולות.

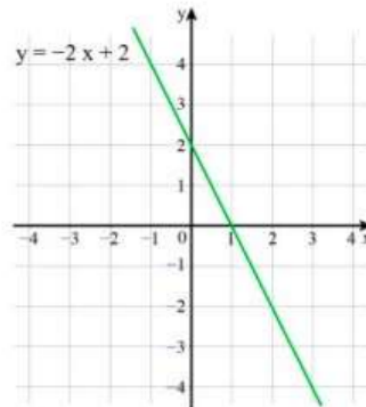
1. שרטטו לכל גרף, באותה מערכת צירים, את השיקוף שלו ביחס לציר ה- x .
2. כתבו ייצוג אלגברי מתאים לכל אחת מהפונקציות ששרטטתם.
3. מה תוכלו לומר על הקשר בין הייצוגים האלגבריים של כל זוג פונקציות?

ג.

א.



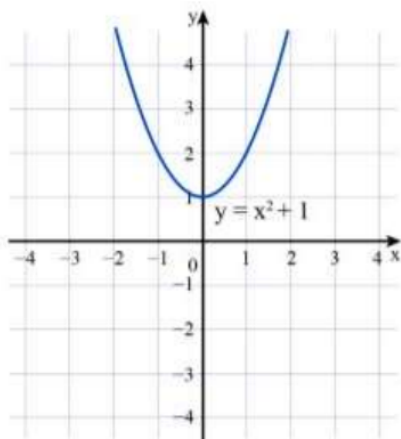
הפונקציה לאחר השיקוף:



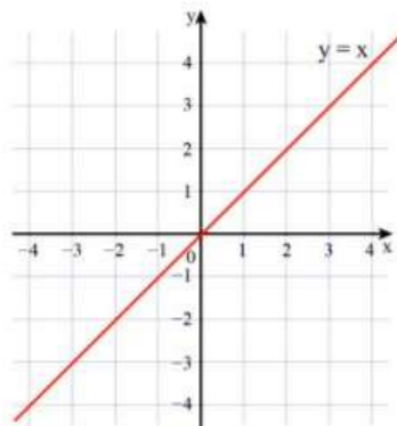
הפונקציה לאחר השיקוף:

ד.

ב.

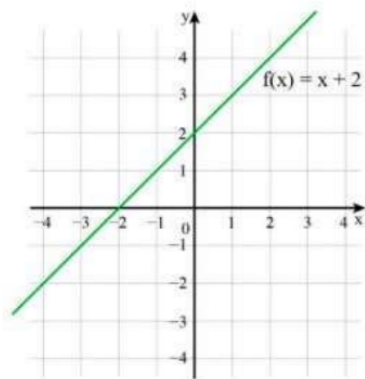


הפונקציה לאחר השיקוף:



הפונקציה לאחר השיקוף:

הזזות ושיקופים שיקוף ביחס לציר y



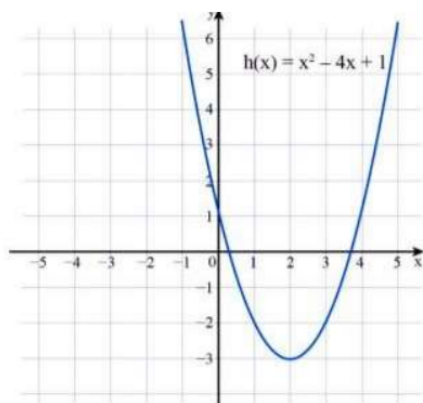
לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = x + 2$.

מגדירים פונקציה חדשה g כך ש: $g(x) = f(-x)$.

א. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$.

ב. שרטטו באותה מערכת צירים את גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. מסקנה: גרף הפונקציה $f(-x)$ הוא שיקוף של גרף הפונקציה _____ ביחס לציר ה-_____.



לפניכם גרף הפונקציה $h(x) = x^2 - 4x + 1$.

מגדירים פונקציה חדשה k כך ש: $k(x) = h(-x)$.

א. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $k(x)$.

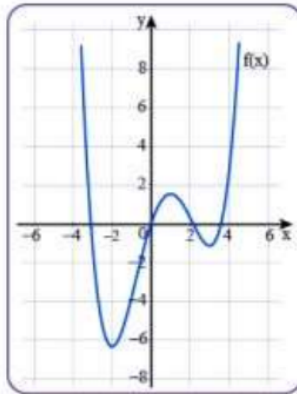
ב. השלימו את טבלת הערכים הבאה:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	3
k(x)		-2					

ג. שרטטו באותה מערכת צירים את גרף הפונקציה $k(x)$.

ד. מסקנה: גרף הפונקציה $h(-x)$ הוא שיקוף של גרף הפונקציה _____ ביחס לציר ה-_____.

מתאימים גרפים



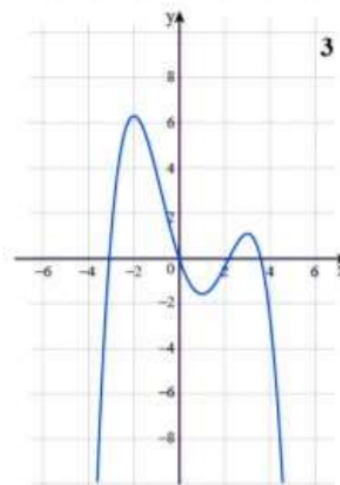
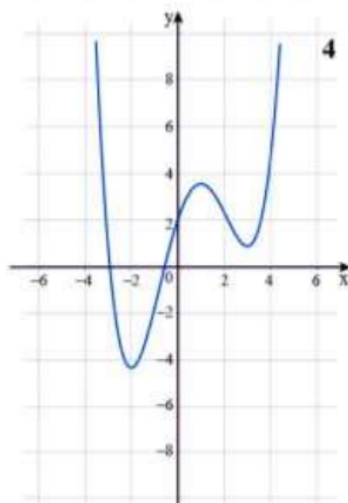
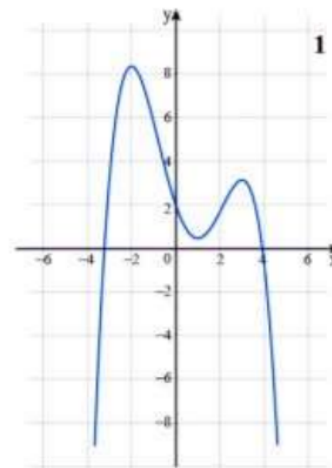
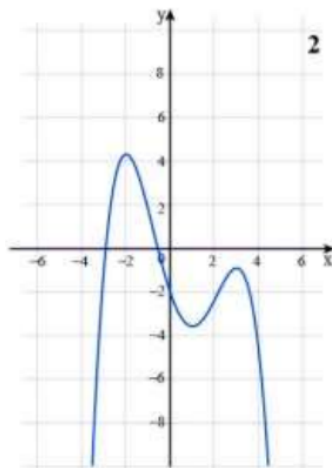
לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונות ארבע פונקציות המתארות הזזות אנכיות ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x
 של $f(x)$. כמו כן נתונים ארבעה גרפים המתארים את הפונקציות הנוצרות
 כתוצאה מפעולות אלו. התאימו כל פונקציה לגרף המתאים. נמקו.

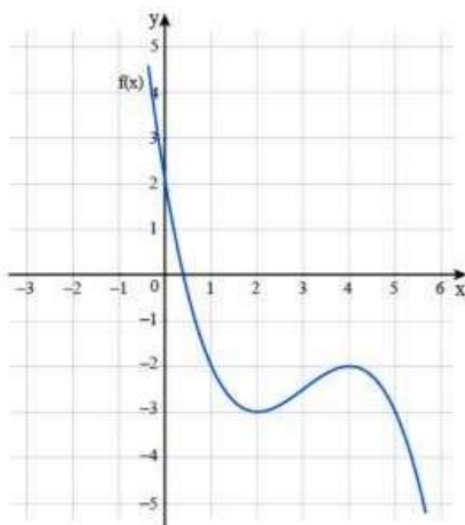
א. $y = f(x) + 2$

ב. $y = -f(x)$

ג. $y = -(f(x) + 2)$

ד. $y = -f(x) + 2$





לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$. שתי נקודות הקיצון שלה נמצאות ברביע הרביעי.

הדר בנתה פונקציה $h(x)$ המתקבלת מ- $f(x)$ על ידי פעולות של הזזה אנכית ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x .

שתי נקודות הקיצון של $h(x)$ נמצאות גם הן ברביע הרביעי.

קבעו אלו מהתבניות הבאות יכולות להיות הפונקציה $h(x)$:

א. $h(x) = -f(x)$

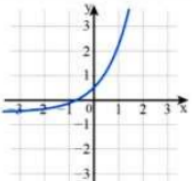
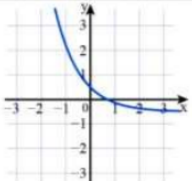
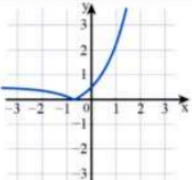
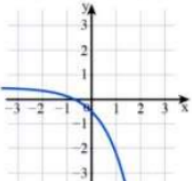
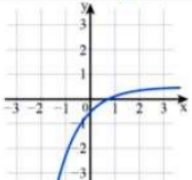
ב. $h(x) = f(x) + 1$

ג. $h(x) = -f(x) - 4$

ד. $h(x) = -(f(x) + 5)$

ה. $h(x) = -(f(x) - 2)$

שאלת חזרה על שיקופים

תיאור גרפי	תיאור מילולי	ביטוי סימבולי
1 	פונקציית המקור	$f(x)$
2 		
3 		
4 		
5 		

משימה

לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.

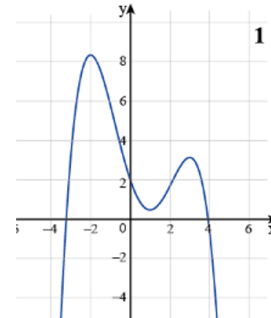
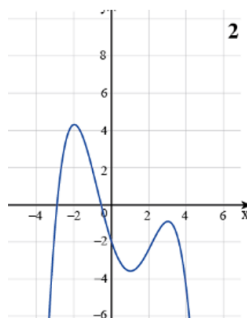
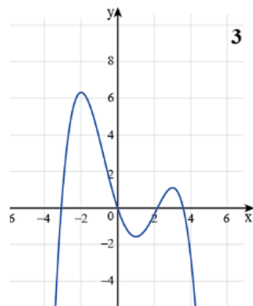
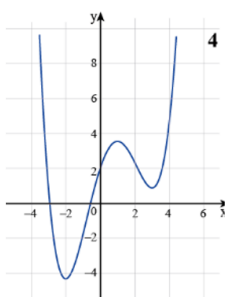
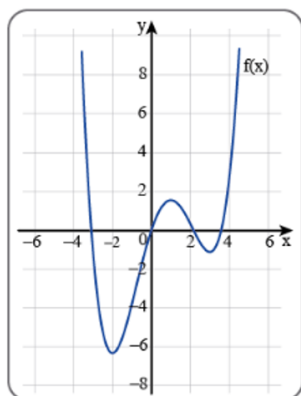
נתונות ארבע פונקציות המתארות הזזות אנכיות ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x של $f(x)$. כמו כן נתונים ארבעה גרפים המתארים את הפונקציות הנוצרות כתוצאה מפעולות אלו. התאימו כל פונקציה לגרף המתאים. נמקו.

א. $y = f(x) + 2$

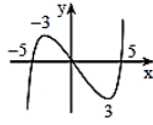
ב. $y = -f(x)$

ג. $y = -(f(x) + 2)$

ד. $y = -f(x) + 2$

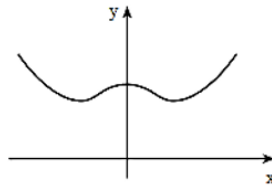


משימטיקה, הזזה ושיקוף של פונקציה



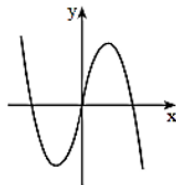
- לפניך גרף של פונקציה $f(x)$.
 על הגרף מסומנת נקודות הקיצון של הפונקציה ומסומנות נקודות החיתוך עם הצירים.
 נגדיר $g(x) = -f(x)$. עבור גרף הפונקציה $g(x)$:
 א. מצא את נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. מצא את שיעור ה- x של נקודות הקיצון וקבע את סוג הקיצון.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. לפניך שתי טענות. בחר את הטענה הנכונה:
 (1) שיעור ה- x של נקודת המקסימום של הפונקציה $-f(x)$ זהה לשיעור ה- x של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$.
 (2) שיעור ה- x של נקודת המקסימום של הפונקציה $-f(x)$ זהה לשיעור ה- x של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.

יואל גבע ואריק דז'לדטי



- לפניך גרף של פונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x .
 נקודות הקיצון של הפונקציה הן: $(3; 4)$ מינימום, $(-3; 4)$ מינימום, $(0; 5)$ מקסימום.
 נגדיר $g(x) = -f(x)$.
 א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. לפניך שתי טענות. בחר את הטענה הנכונה:
 (1) תחומי החיוביות של הפונקציה $-f(x)$ זהים לתחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$.
 (2) תחומי החיוביות של הפונקציה $-f(x)$ זהים לתחומי החיוביות של הפונקציה $f(x)$.

יואל גבע ואריק דז'לדטי



- לפניך גרף של פונקציה $f(x)$.
 נקודות הקיצון של הפונקציה הן $(2; 16)$ מקסימום, $(-2; -16)$ מינימום.
 נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים הן $(0; 0)$, $(2\sqrt{3}; 0)$, $(-2\sqrt{3}; 0)$.
 א. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = 2 \cdot f(x)$.
 (1) רשום את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.
 (2) מהם שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם הצירים?

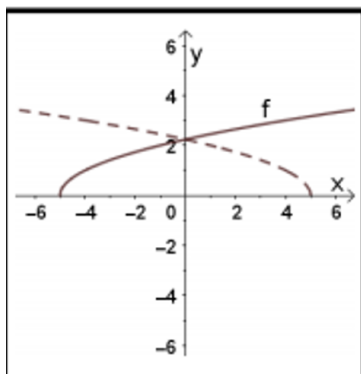
ב. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x) = \frac{f(x)}{4}$.

- (1) רשום את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבע את סוגן.
 (2) מהם שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $h(x)$ עם הצירים?

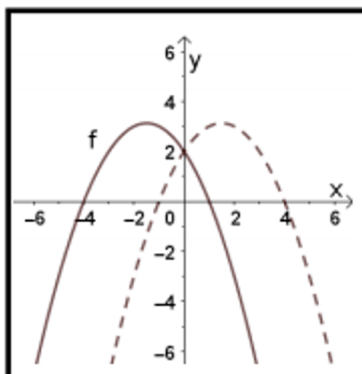
יואל גבע ואריק דז'לדטי

לפניכם איורים בהם גרפי הקלט והפלט מסורטטים באותה מערכת צירים.
 קבעו באיזו מכונה נוצר כל אחד מהאיורים.

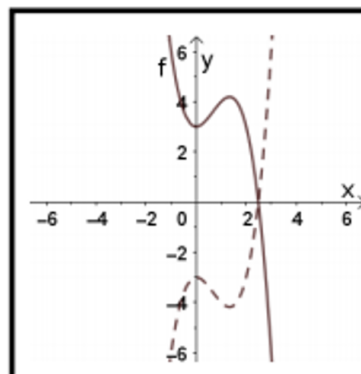
איור 3



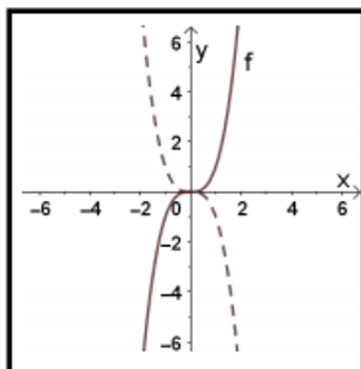
איור 2



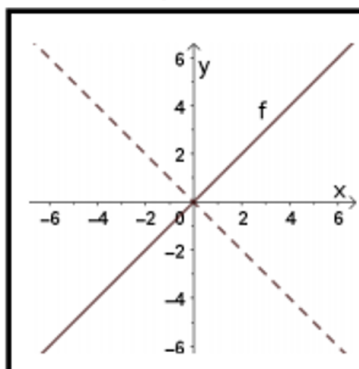
איור 1



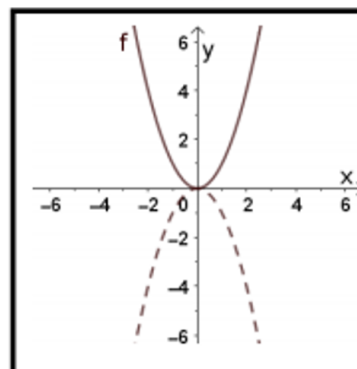
איור 6



איור 5



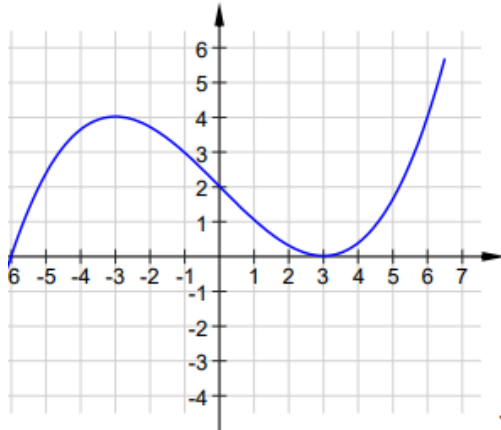
איור 4



ממרכז המורים לעל יסודי

שאלה מסכמת - הזזה אנכית ואופקית, שיקוף, מתיחה וכיווץ של גרף פונקציה

לפניך גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x . בעזרת הפונקציה $f(x)$ מגדירים פונקציות חדשות.



א. נתונה הפונקציה החדשה: $g(x) = f(x) + 2$.

- היעזר בגרף הנתון ושרטט את גרף הפונקציה $g(x)$.
- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של $g(x)$ ואת סוגן.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$.

ב. נתונה הפונקציה החדשה: $h(x) = f(x) - 1$.

- היעזר בגרף הנתון ושרטט את גרף הפונקציה $h(x)$.
- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של $h(x)$ ואת סוגן.
- קבע כמה פתרונות יש למשוואה: $h(x) = 3$.

ג. נתונה הפונקציה החדשה: $k(x) = 2 \cdot f(x)$.

- היעזר בגרף הנתון ושרטט את גרף הפונקציה $k(x)$.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $k(x)$ עם הצירים.
- קבע איזה מהסימנים $>$, $<$ או $=$ מתאים בין שני הביטויים: $2 \cdot k(0)$ _____ $k(-3)$. נמק.

ד. נתונה הפונקציה החדשה: $p(x) = \frac{1}{4} \cdot f(x)$.

- היעזר בגרף הנתון ושרטט את גרף הפונקציה $p(x)$.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $p(x)$.
- מצא באיזה תחום הפונקציה $p(x)$ עולה וחיובית.

ה. נתונה הפונקציה החדשה: $m(x) = -f(x)$.

- היעזר בגרף הנתון ושרטט את גרף הפונקציה $m(x)$ ואת סוגן.
- קבע כמה פתרונות יש למשוואה: $m(x) = -2$. נמק.
- מצא באיזה תחום הפונקציה $m(x)$ יורדת ושלילית.

ו. נתונה הפונקציה החדשה: $t(x) = f(x - 6)$.

- היעזר בגרף הנתון ושרטט את גרף הפונקציה $t(x)$ עם הצירים.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $t(x)$ עם הצירים.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $t(x)$.
- קבע האם ערך המכפלה $t(4) \cdot t(-4)$ הוא חיובי או שלילי. נמק את תשובתך.

ארכימדס

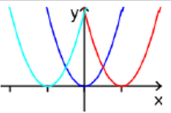
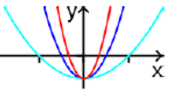
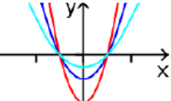
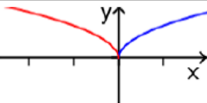
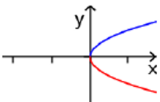
1. היעזר בגרף הנתון ושרטט את גרף הפונקציה $r(x) = f(x + 6)$.
2. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $r(x)$ עם ציר ה- x .
3. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $r(x)$.
4. לפניך מספר טענות. עבור כל טענה, קבע אם היא נכונה או שגויה. נמק את תשובתך.
 - i. גרף הפונקציה $r(x)$ עובר בנקודה $(0, 4)$.
 - ii. בתחום $-9 < x < -3$ הפונקציה $r(x)$ עולה.
 - iii. $\frac{r(-3)}{r(-9)} = 0$.
 - iv. הישר $y = c$, אינו חותך את גרף הפונקציה $r(x)$ עבור $c > 4$.

ארכימדס

[לתרגילי חזרה נוספים בנושא הזזות ומתיחות לשאלון 581 מאת יואל גבע לחץ כאן](#)

למדריך מלא למורה לחץ כאן

לסיכום

שם הפעולה ב- $f(x)$	פרמטר	התבנית החדשה	שינוי בתבנית של $f(x)$	סרטוט
הזזה אופקית ב- c	$c \in \mathbb{R}, c \neq 0$	$f(x+c)$	הוספת מספר קבוע c ל- x	
הזזה אנכית ב- c	$c \in \mathbb{R}, c \neq 0$	$f(x)+c$	הוספת מספר קבוע c לפונקציה	
מתיחה / כיווץ אופקי	$a > 0$	$f(ax)$	הכפלת x במספר קבוע חיובי a	
מתיחה / כיווץ אנכי	$a > 0$	$af(x)$	הכפלת הפונקציה במספר קבוע חיובי a	
שיקוף ביחס לציר ה- y		$f(-x)$	הכפלת x ב- (-1)	
שיקוף ביחס לציר ה- x		$-f(x)$	הכפלת הפונקציה ב- (-1)	

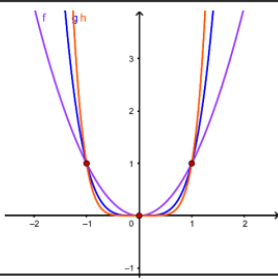
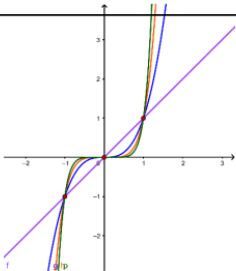
ללמוד וללמד אנליזה

ליקטה תמי וינרובסק

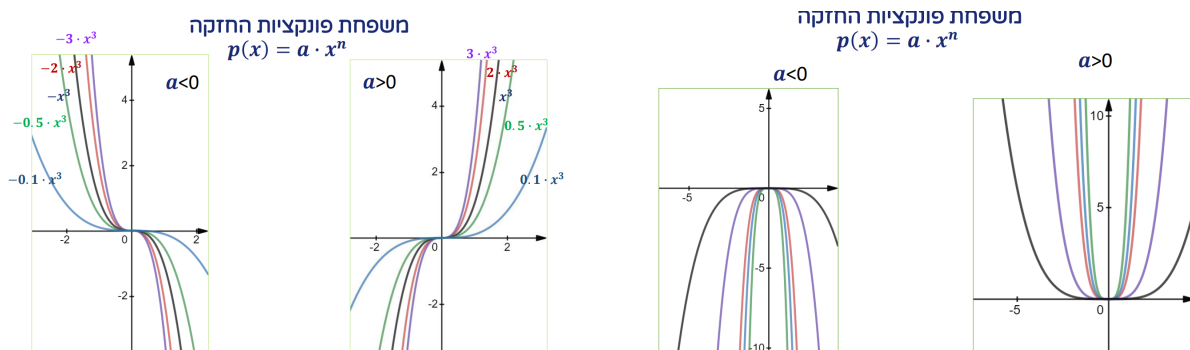
חקירה איכותנית

חשוב להכיר את הצורה הכללית של פונקציות חזקה מסדר זוגי ואי זוגי ולהכיר את תכונותיהן.

תכונות פונקציות חזקה x^n

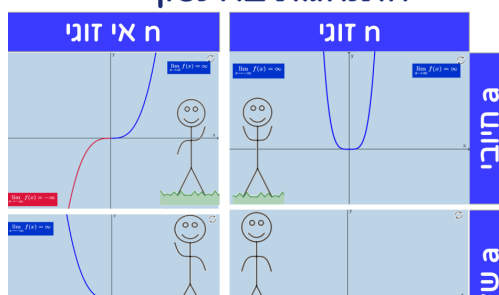
פונקציות חזקה עם מעריך זוגי $n = 2, 4, 6, \dots$	פונקציות חזקה עם מעריך אי זוגי $n = 1, 3, 5, \dots$	
		גרף
חיובית לכל $x \neq 0$	חיובית $x > 0$, שלילית $x < 0$	תחום החיוביות
עולה $x > 0$, יורדת $x < 0$	עולה לכל x	תחומי עליה וירידה
$(0,0)$	אין	נקודת המינימום
זוגית, סימטרית לציר y	אי זוגית, סימטרית לראשית	סימטריה?
$(0,0)$ $(1,1)$ $(-1,1)$	$(0,0)$ $(1,1)$ $(-1,-1)$	נקודות משותפות

חשוב להתייחס למקדם של החזקה הדומיננטית וכיצד היא משפיע על מראה הגרף



יש לשים לב לאן שואף גרף הפונקציה באינסוף ובמינוס אינסוף בכל אחד מהמקרים.

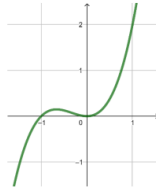
פולינום $a \cdot x^n + \dots$ התנהגות באינסוף



מתוך קמפוס il

כאשר אנו מנסים לשרטט באופן איכותני את הגרף של פונקציית הפולינום עלינו להתייחס לחזקה הדומיננטית ביותר (מעלת הפולינום) ולמקדם שלה למשל:

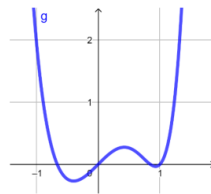
$$x^2 + x^3$$



$n=3$ מעלת הפולינום
 $a=1$ המקדם המוביל



$$x^6 - 2x^3 + x$$



$n=6$ מעלת הפולינום
 $a=1$ המקדם המוביל

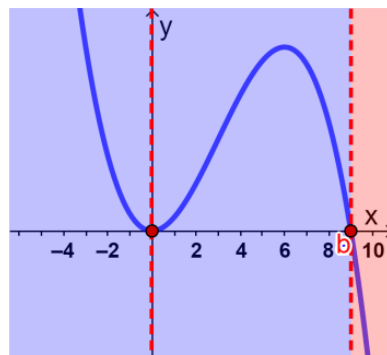


לאחר מכן כדי לדייק את השרטוט יש לפרק את פונקציית הפולינום לגורמים ולבדוק את הריבוי של כל גורם. אם הריבוי של הגורם הוא 1 מדובר בנקודת חיתוך עם ציר האיקס אם הריבוי זוגי מדובר בקיצון ואם הריבוי שלישית מדובר בפיתול

למשל

$$f(x) = 9x^2 - x^3 = x^2(9 - x)$$

x	0	9
ריבוי	2	1



תחום חיוביות:

$$x < 9$$

תחום שליליות:

$$x > 9$$

דוגמה נוספת

$$f(x) = x^5 - 9x^3 = x^3(x^2 - 9) = x^3(x - 3)(x + 3)$$



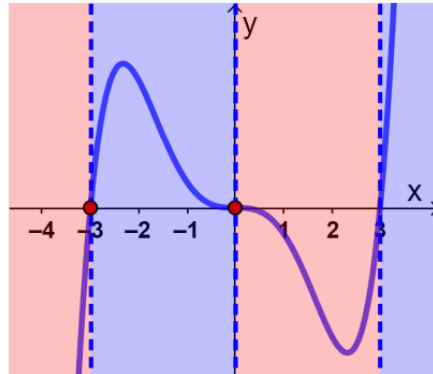
x	-3	0	3
ריבוי	1	3	1

תחום חיוביות:

$$-3 < x < 0, x > 3$$

תחום שליליות:

$$x < -3, 0 < x < 3$$



מתוך קמפוס il

כיצד נשרטט פולינום לפי מכפלת השורשים? נסכם



1. נקודות האפס, השורשים של הפולינום
2. מה הריבוי של כל שורש?
3. מעלת הפולינום – זוגית / אי זוגית
4. המקדם המוביל – חיובי / שלילי

צורת הגרף	התנהגות סביב השורש	
	הגרף חותך	ריבוי השורש 1
	הגרף משיק, נקודת קיצון	ריבוי השורש זוגי 2, 4, ...
	הגרף חותך (נקודת פיתול)	ריבוי השורש אי זוגי 3, 5, ...

מעלת הפולינום זוגית	מעלת הפולינום אי זוגית	
		המקדם המוביל חיובי
$x \rightarrow \infty f(x) \rightarrow \infty$ $x \rightarrow -\infty f(x) \rightarrow -\infty$	$x \rightarrow \infty f(x) \rightarrow \infty$ $x \rightarrow -\infty f(x) \rightarrow -\infty$	
		המקדם המוביל שלילי
$x \rightarrow \infty f(x) \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow -\infty f(x) \rightarrow \infty$	$x \rightarrow \infty f(x) \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow -\infty f(x) \rightarrow \infty$	

תירגול חקירה איכותנית

שרטוט גרף פולינום ממעלה n כמכפלה של גורמים

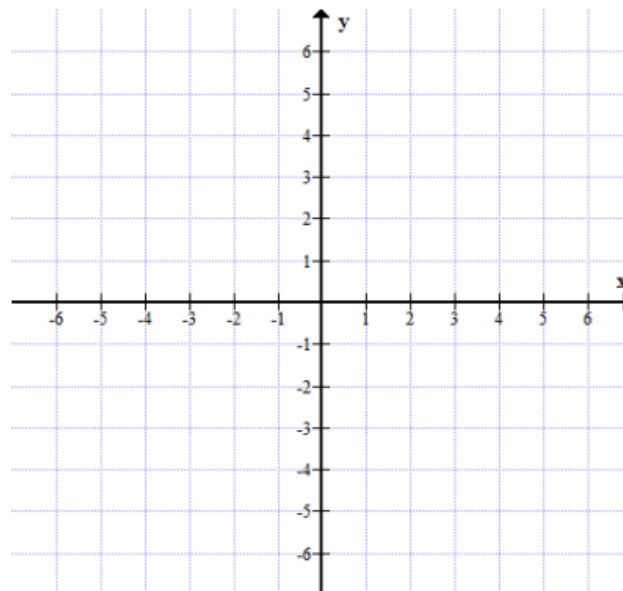
תרגילים:

1. נתונה פונקציה $f(x) = (x + 4)(x - 2)$.

א. מצאו נקודות אפס של הפונקציה.

סמנו את הנקודות שמצאתם במערכת צירים

ב. שרטטו את גרף הפונקציה.



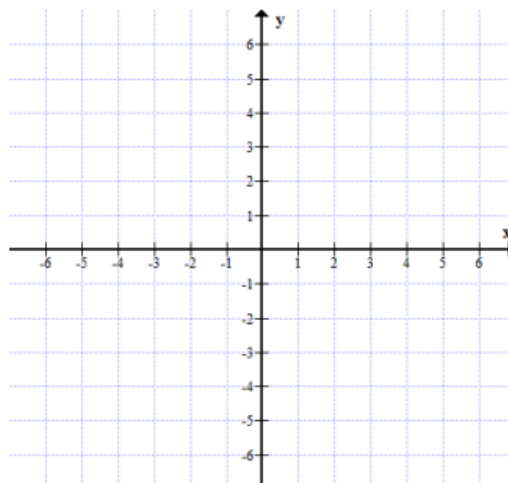
2. א. מצאו נקודות חיתוך עם ציר ה- x של הפונקציה $g(x) = (x + 4)^2(x - 2)$.

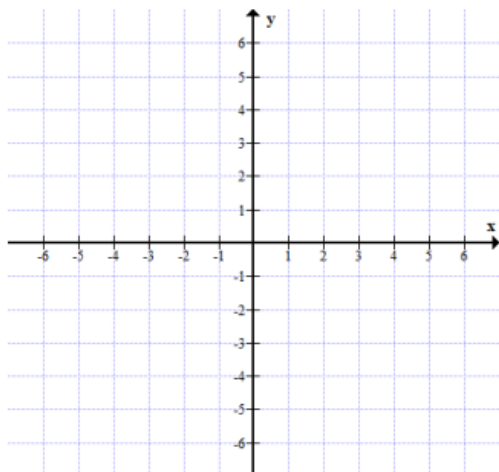
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה

במערכת צירים, ניתן להיעזר בתוכנת desmos.

ג. הסתכלו על הגרפים של $f(x)$, $g(x)$. רשמו מה דומה ומה שונה בשני הגרפים.

ד. הסבירו מדוע יש לפונקציה לפחות נקודת מינימום אחת ולפחות נקודת מקסימום אחת.





3. א. מצאו נקודות אפס של הפונקציה

$$h(x) = (x + 4)^3 \cdot (x - 2)$$

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה,

אפשר להיעזר בתוכנת desmos.

ג. הסתכלו על הגרפים של $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$.

רשמו מה דומה ומה שונה בשלושת הגרפים.

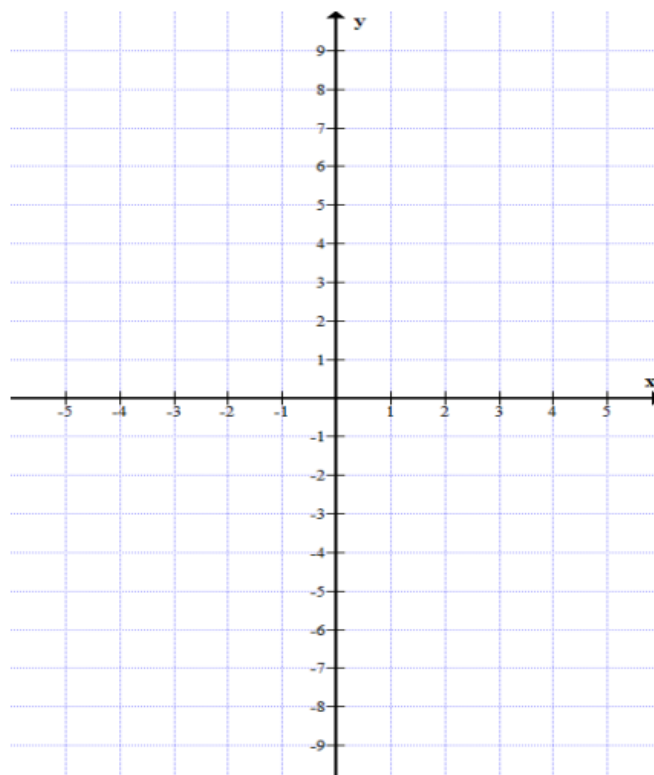
4. שרטטו גרפים אפשריים של הפונקציות הבאות: (מצאו תחילה את נקודות האפס)

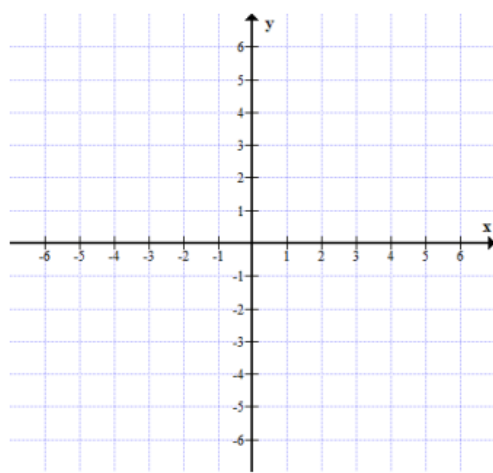
א. $G(x) = (x - 3)(x + 1)(x - 1)$

ב. $F(x) = (x - 3)^2(x + 1)(x - 1)$

ג. $H(x) = (x - 3)(x + 1)^2(x - 1)$

ד. $P(x) = (x - 3)^2(x + 1)^2$



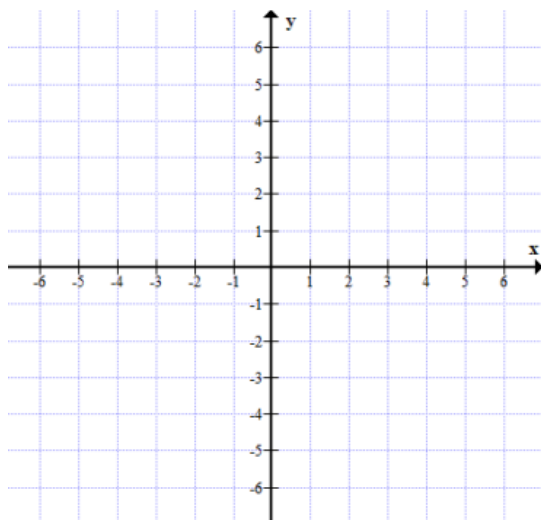


5. א. פתרו את המשוואה הבאה $x^3 - 10x^2 + 21x = 0$

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $y = x^3 - 10x^2 + 21x$

ג. רשמו את התחום בו הפונקציה שלילית.

ג. פתרו את אי השוויון הבא $x^3 - 10x^2 + 21x < 0$



6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x^2$

הפונקציה מוגדרת לכל x . נקודות

הקיצון **היחידות** של הפונקציה הן:

$(0,0)$ נקודת מקסימום

$(2,-4)$ נקודת מינימום.

א. מצאו את נקודת החיתוך עם ציר y

ב. מצאו את נקודות החיתוך עם ציר x

ג. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות

והשליליות של הפונקציה? נמקו

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. פתרו $x^3 - 3x^2 \geq 0$

ו. כמה פתרונות יש למשוואה $x^3 - 3x^2 = 5$?

. נתונה הפונקציה $y = (x - 2)^2 \cdot (x + 2)$

הפונקציה מוגדרת לכל x .

א. מצאו את נקודת החיתוך עם ציר y

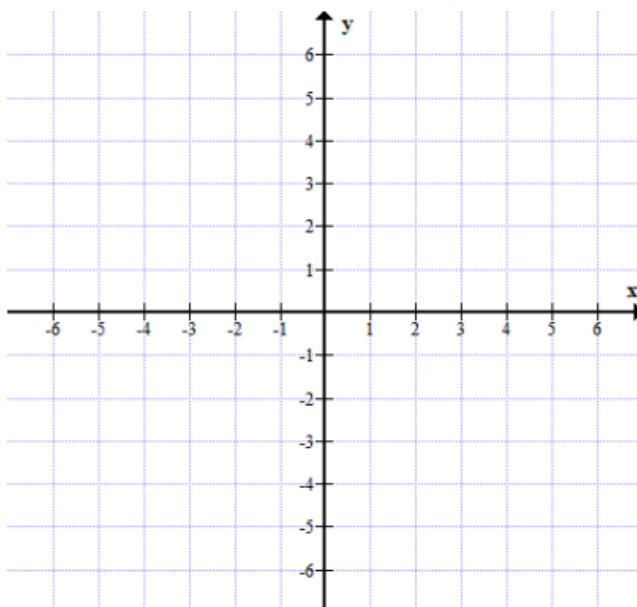
ב. מצאו את נקודות החיתוך עם ציר x

ג. האם ניתן לקבוע את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה? נמקו

ד. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה? נמקו

ה. איזה מידע נחוץ כדי לשרטט סקיצה של גרף הפונקציה?

ו. פתרו $0 > (x - 2)^2 \cdot (x + 2)$



נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$

הפונקציה מוגדרת לכל x , רציפה. נקודות הקיצון היחידות של הפונקציה הן:

(0.45, 0.65) נקודת מקסימום

(2.2, -2.1) נקודת מינימום.

א. מצאו את נקודת החיתוך עם ציר y

ב. מצאו את נקודות החיתוך עם ציר x

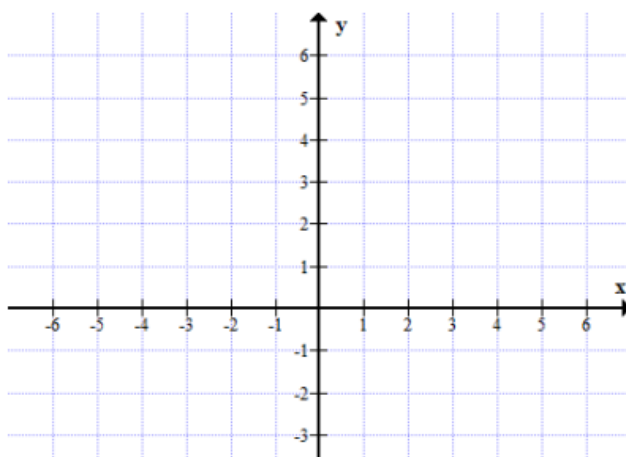
ג. האם ניתן לקבוע את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה? נמקו

ד. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות

והשליליות של הפונקציה? נמקו

ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.



9. פתרו את האי שוויון: $x(x-1)(x-3) < 0$

10. פתרו את האי שוויון: $(x-2)^2 \cdot (x+2)^2 > 0$
 האם ניתן לקבוע את התחום ללא שרטוט?

11. פתרו את האי שוויון: $(x-2)(x+2)(x+5) > 0$

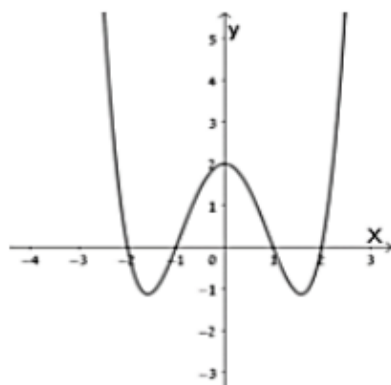
12. לפניך רשימה של ארבע פונקציות. בחר ביניהן את המתאימה לגרף א ואת המתאימה לגרף ב. נמק בחירתך.

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 1)(x^2 - 4)$$

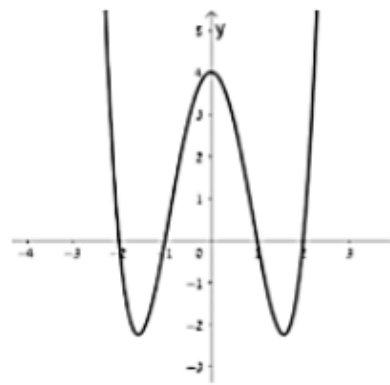
$$g(x) = (x-1)(x+1)(x-4)$$

$$m(x) = (x^2 - 1) + 4$$

$$h(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$$



גרף ב



גרף א

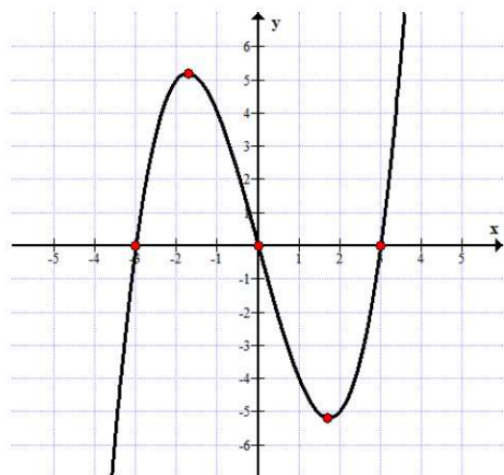


לפניך שרטוט של פולינום.
 א. מה ניתן לומר על דרגת (מעלת) הפולינום? נמק.
 ב. אם ידוע שדרגת הפולינום קטנה מ 5, האם ניתן
 לרשום לפונקציה ייצוג כמכפלת פונקציות
 קוויות? אם כן רשום ייצוג כמכפלה,
 אם לא הסבר מדוע?
 ג. עבור אלו ערכים של a יהיה ניתן/לא ניתן לרשום את
 הפונקציה $f(x) + a$ כמכפלת פונקציות קוויות? **נמקו!**

שאלה של מאיר בכור

התאמת ייצוג אלגברי לגרפי

נתון גרף של פונקציה:



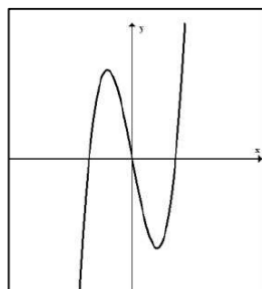
איזה מבין שני הייצוגים האלגבריים הנתונים מתאים לגרף הפונקציה? נמקו.

$$n(x) = \frac{1}{2}x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

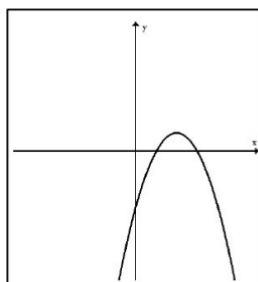
$$k(x) = \frac{1}{2}x(x^2 - 9)$$

התאימו לכל גרף את הייצוג האלגברי המתאים לו מבין המוצעים בטבלה:

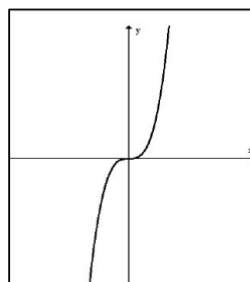
$p(x) = x(x + 1)(x + 3)$	$m(x) = -x^2 + 4x - 3$	$f(x) = x^3$
$k(x) = 1.5x(x^2 - 4)$	$t(x) = x^2 \cdot (x + 3)^2$	$g(x) = (x + 3)^2$



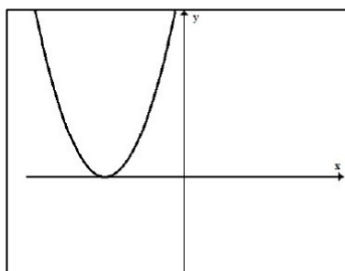
א.



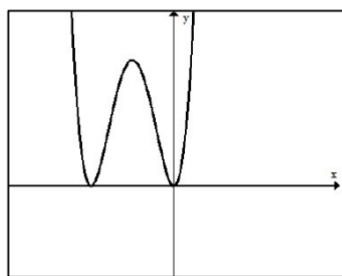
ב.



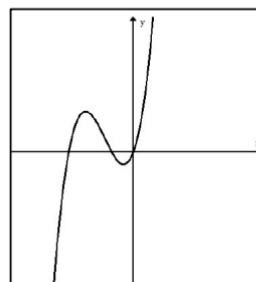
ג.



ד.



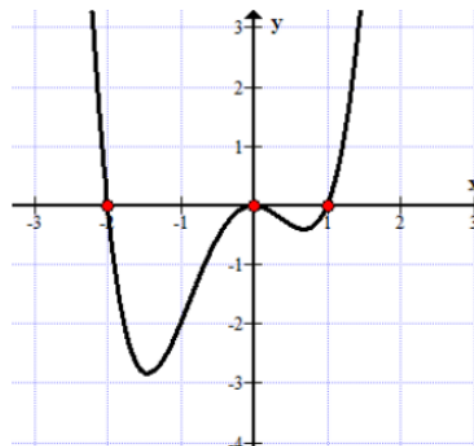
ה.



ו.

התאמת ייצוג אלגברי לגרף של פונקציה

נתון גרף של פונקציה:



אחד מבין שני הייצוגים האלגבריים הבאים מתאים לגרף הנתון. איזה הוא?

$$g(x) = x(x+2)(x-1) \qquad f(x) = x^2(x+2)(x-1)$$

בדיקה:

נמצא את נקודת החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם ציר y

$$g(0) = 0(0+2)(0-1) = 0 \qquad f(0) = 0^2(0+2)(0-1) = 0$$

נציב $x = -1$ בכל אחת מהפונקציות

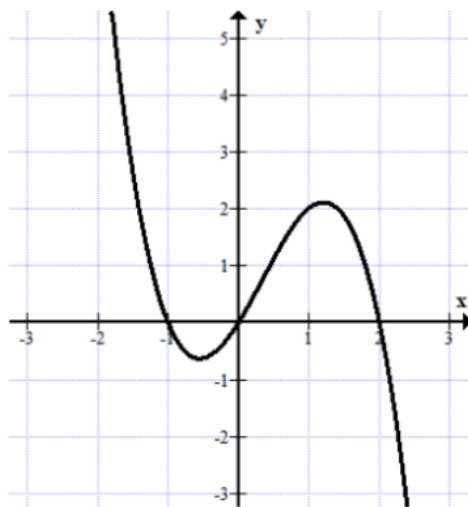
$$g(-1) = -1(-1+2)(-1-1) = 2 \qquad f(-1) = (-1)^2(-1+2)(-1-1) = -2$$

רק $f(x)$ מתאימה לגרף הנתון כי הנקודה $(-1, -2)$ נמצאת על גרף הפונקציה והנקודה

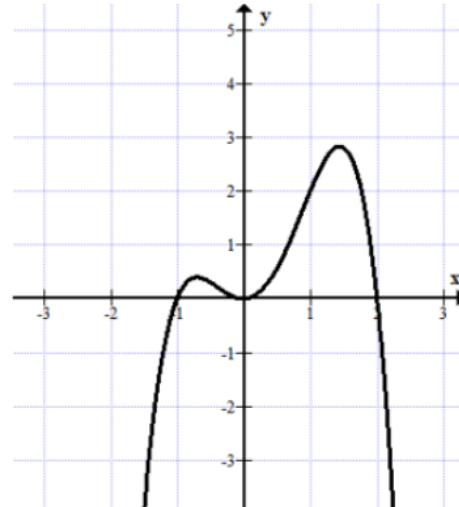
$(-1, 2)$ לא נמצאת על גרף הפונקציה.

תרגול:

1. נתונים שני גרפים ושני ייצוגים אלגבריים. התאימו לכל גרף ייצוג אלגברי.

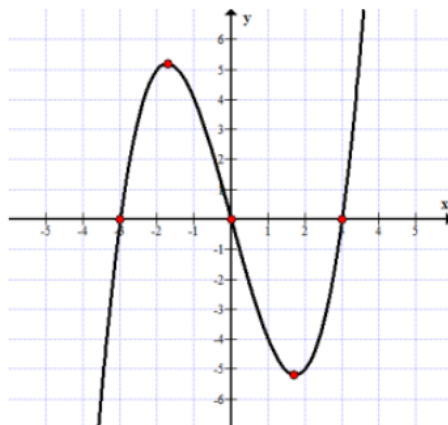


$$g(x) = -x(x-2)(x+1)$$



$$f(x) = -x^2(x-2)(x+1)$$

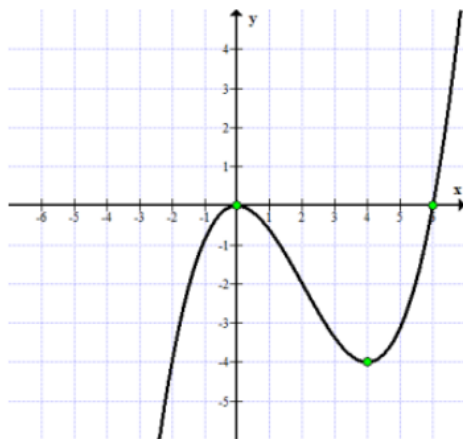
2. נתון גרף של פונקציה:



$$n(x) = \frac{1}{2}x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

איזה מבין שני הייצוגים האלגבריים הנתונים מתאים לגרף הפונקציה? נמקו.

$$k(x) = \frac{1}{2}x(x^2 - 9)$$

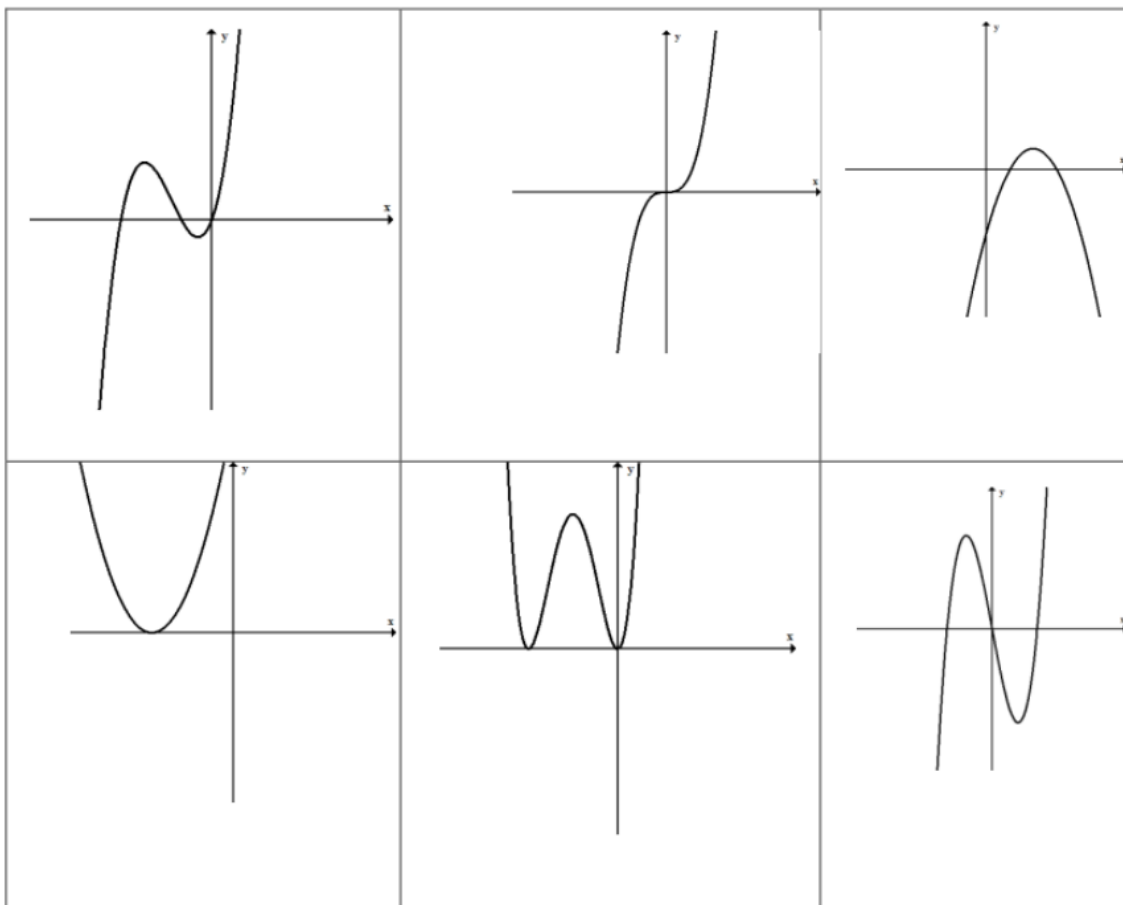


4. נתונים שני ייצוגים אלגבריים של פונקציות.

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2(x - 6) \quad g(x) = \frac{1}{8}x(x - 6)$$

איזה מהם מתאים לגרף הפונקציה שמשמאל?

5. התאימו לכל גרף ייצוג אלגברי מבין הביטויים הנתונים.



$p(x) = x(x + 1)(x + 3)$	$m(x) = -x^2 + 4x - 3$	$f(x) = x^3$
$k(x) = 1.5x(x^2 - 4)$	$t(x) = x^2 \cdot (x + 3)^2$	$g(x) = (x + 3)^2$

ערך מוחלט של פונקציה

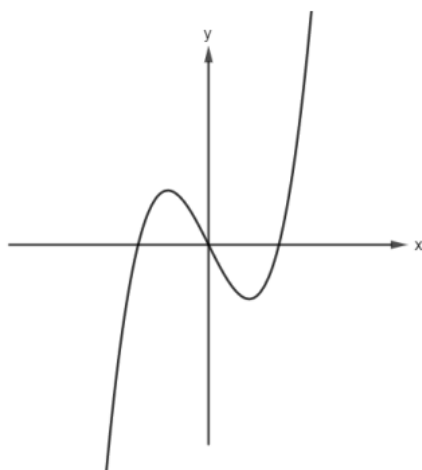
מהו ערך מחלט של מספר?

הערך המוחלט של המספר a , הוא המרחק של המספר a מהאפס, סימון: $|a|$.

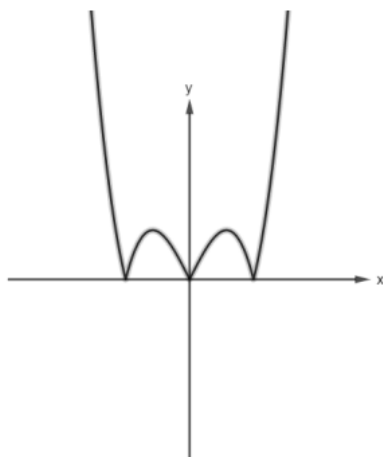
מבחינה גרפית: גרף פונקציית הערך המוחלט של $f(x)$ מתלכד עם גרף ה- $f(x)$ בתחום בו $f(x)$ חיובי, והוא שיקוף ביחס לציר ה- x כאשר הוא שלילי.

דוגמא :

נתון גרף הפונקציה $f(x)$.



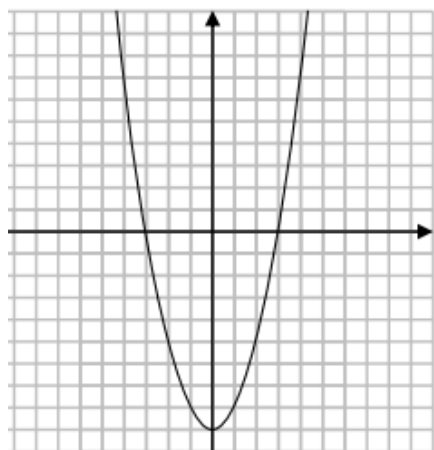
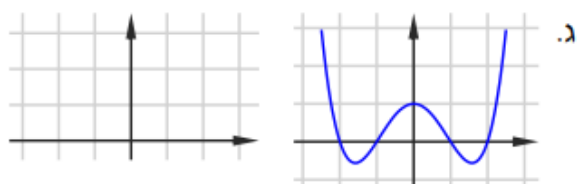
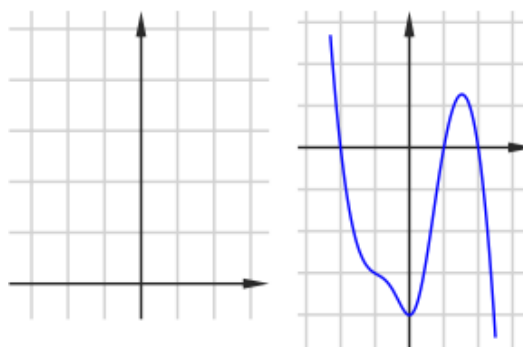
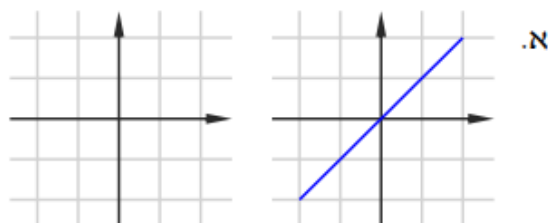
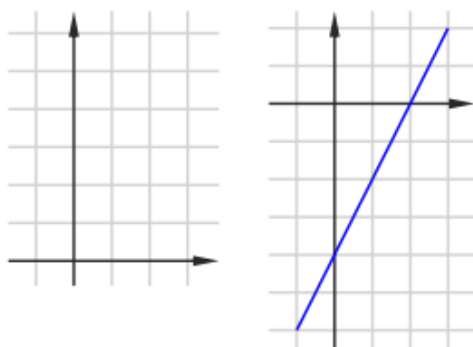
נשרטט את $|f(x)|$.



שאלה: אילו תכונות של $f(x)$ נשמרו ב $|f(x)|$? (תחומי עליה וירידה, תחומי חיוביות שליליות, זוגיות ואי זוגיות, נקודות קיצון, נקודות אפס וכו')

בכל סעיף מופיע גרף של פונקציה $f(x)$ כלשהי.

שרטט במערכת הצירים שליד כל אחד מהגרפים, את גרף פונקציית הערך המוחלט $|f(x)|$.



נתון גרף הפונקציה: $f(x) = x^2 - 9$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = |x^2 - 9|$.

א. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב. עבור הפונקציה $g(x)$ מצא את:

1. שיעורי נקודות הקיצון וסוגן.

2. תחומי העליה והירידה.

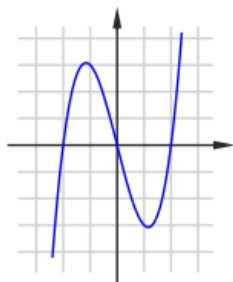
ג. היעזר בגרף הפונקציה $g(x)$ וקבע כמה פתרונות יש

למשוואה $|x^2 - 9| = 7$. נמק את תשובתך.

ד. למשוואה $g(x) = k$ יש שלושה פתרונות. מצא את k .

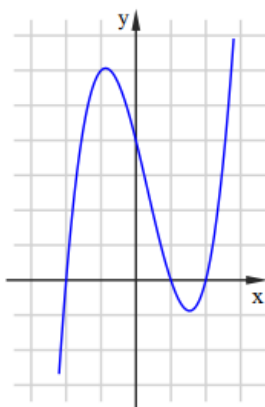
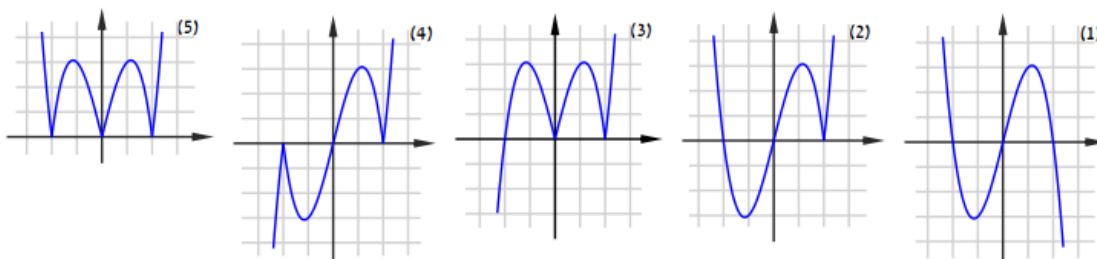
ה. מצא עבור אילו ערכי k יהיו למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות.

ארכמדס



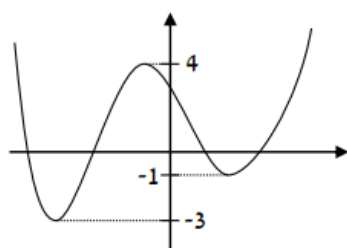
3. לפניך גרף הפונקציה $f(x)$.

- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
- מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = |f(x)|$.
קבע אילו מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $h(x)$.
נמק את קביעתך.



4. לפניך גרף הפונקציה $f(x)$. היעזר בו, במידת הצורך, בסעיפים הבאים:

- חשב את: $f(0)$ ו- $f(-1)$.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- לפניך ייצוגים אלגבריים אפשריים של הפונקציה $f(x)$.
מצא את הייצוג היחיד המתאים לפונקציה $f(x)$. נמק את תשובתך.
 i. $f(x) = (x+2)(x-1)(x+2)$ ii. $f(x) = (x-2)(x+1)(x+2)$
 iii. $f(x) = (x-2)(x-1)(x+2)$ iv. $f(x) = (2-x)(x-1)(x+2)$
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה החדשה: $g(x) = |f(x)|$.
- מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $|f(x)| = 4$. נמק את תשובתך.

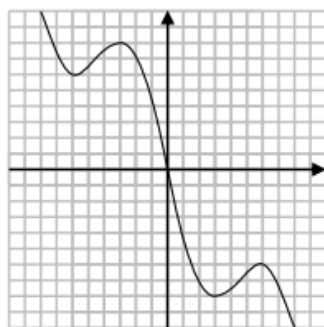


5. (*) לפניך גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.

- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- קבע כמה נקודות מקסימום יש לפונקציה $g(x)$.
- קבע כמה פתרונות יש לכל אחת מהמשוואות הבאות:
 1. המשוואה: $g(x) = 4$ 2. המשוואה: $g(x) = 2$
- מצא עבור אילו ערכי k יהיו לישר $y = k$ שמונה נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $g(x)$.

ארכימדס



לפניך גרף הפונקציה $f(x)$.

א. קבע האם הפונקציה זוגית או אי זוגית. נמק את תשובתך.

ב. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא באיזה תחום הפונקציה שלילית ועולה.

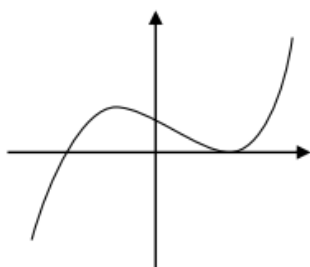
ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.

1. קבע כמה נקודות מינימום יש לפונקציה $g(x)$.

נמק את תשובתך.

2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $g(x) = 8$. נמק את תשובתך.

3. יואב טען שהפונקציה $g(x)$ היא זוגית. קבע האם יואב צודק. נמק את תשובתך.



נתון גרף הפונקציה $f(x)$.

תחום השליליות שלו הוא: $x < -4$ ותחום הירידה שלו הוא: $-2 < x < 3$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית ועולה.

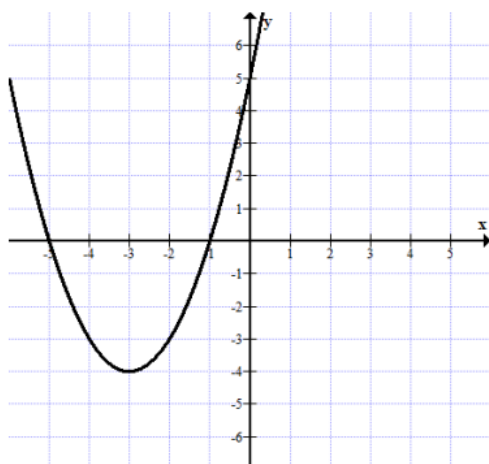
ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.

מצא את תחום הירידה של הפונקציה $g(x)$.

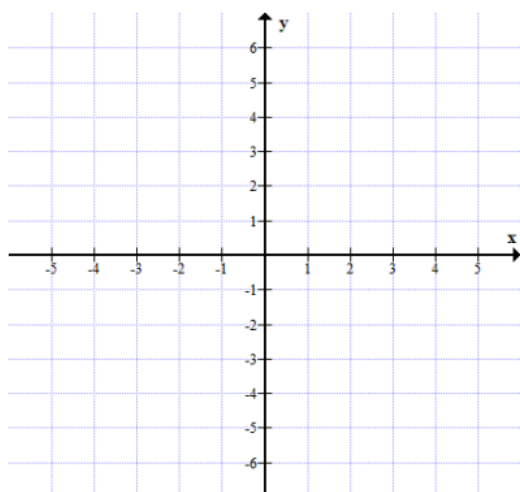
ד. (*) נתון שלמשוואה: $g(x) = k$ יש שלושה פתרונות.

קבע כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = k$. נמק את תשובתכם.

נתון גרף הפונקציה $f(x)$.



- א. רשמו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- ב. רשמו את נקודות האפס של הפונקציה
- ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
- ד. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$.
 1. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$
 2. רשמו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
 3. רשמו את נקודות האפס של הפונקציה.
 4. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
 5. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?



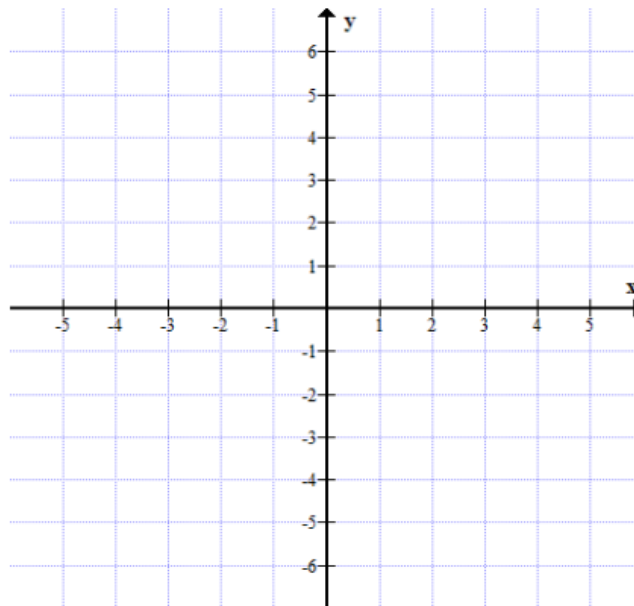
נתונה המשוואה $|x^2 - 4x - 5| = k$ עבור אילו ערכים של הפרמטר k

- א. יש למשוואה פתרון יחיד?
- ב. אין למשוואה פתרון?
- ג. יש למשוואה פתרון השווה ל-0?

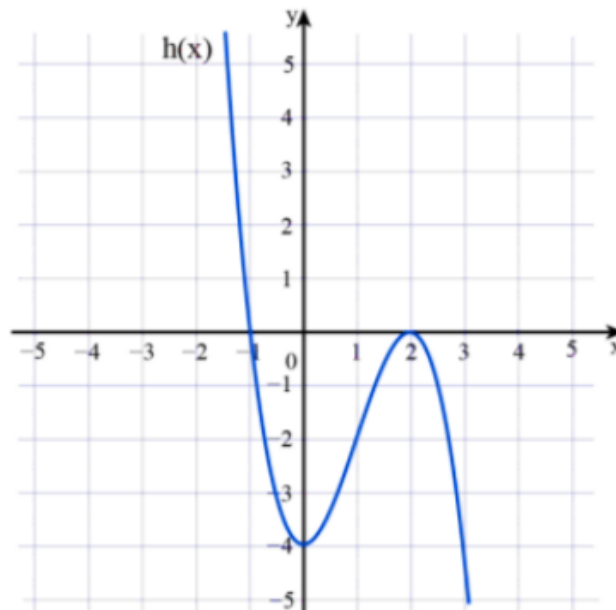
א. סרטט את גרף הפונקציה $f(x) = |x^2 - 4x + 3| - 1$

ב. פתרו את המשוואה $|x^2 - 4x + 3| = 3$

ג. פתרו את המשוואה $|x^2 - 4x + 3| = -2$



נתון גרף הפונקציה $h(x)$.



- רשמו את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- ב. רשמו את נקודות האפס של הפונקציה.
- ג. רשמו את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.
- ד. נתונה פונקציה חדשה: $k(x) = |h(x)|$
- (1) על מערכת הצירים שרטטו את גרף $k(x)$.
- (2) רשמו את נקודת החיתוך של הפונקציה $k(x)$ עם ציר ה- y .
- (3) רשמו את נקודות האפס של הפונקציה $k(x)$.
- (4) רשמו את נקודות הקיצון של הפונקציה $k(x)$ ואת סוגן.

[לשאלות נוספות בנושא ערך מוחלט לחץ כאן](#)

שאלת סיכום

נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$.

- א. קבעו האם הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית.
- ב. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ג. האם יש לפונקציה נקודות קיצון? אם כן כתבו כמה ואת סוגן.
- ד. ציירו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה.
- ה. כיצד קביעתכם בסעיף א' באה לידי ביטוי בגרף הפונקציה?
- ו. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה.
- ז. נתון הישר $y=k$, עבור אילו ערכים של k יש לישר ולגרף הפונקציה:
 - (1) 4 נקודות חיתוך.
 - (2) 3 נקודות חיתוך.
 - (3) 2 נקודות חיתוך.
 - (4) נקודת חיתוך אחת.
- ח. כמה פתרונות יש למשוואה $x^4 - 13x^2 + 36 = -10$, נמקו ללא פתרון של המשוואה.
- ט. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 10^{10}$?
- י. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = f(x) + c$.

עבור איזה ערך של c משיק גרף הפונקציה לציר ה- x בשתי נקודות בדיוק?

האם קיים ערך של c שעבורו תתקבל נקודת השקה אחת בלבד? נמקו.

מה צריך להיות ערכו של c כדי שלגרף הפונקציה לא תהיינה נקודות חיתוך על ציר ה- x ?

י"א. (1) ציירו באוצה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x) = |f(x)|$.

(2) כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה $h(x)$? קבעו את סוגן.

(3) עבור אילו ערכים של x מתקיימת המשוואה $f(x) = h(x)$?

י"ב. נתונה הפונקציה $m(x) = \frac{-f(x)}{3}$, קבעו את פתרונות המשוואה מבלי לפתור משוואה מתאימה $f(x) = m(x)$.

פונקצית שורש בהיבט איכותני

המשך יבוא!

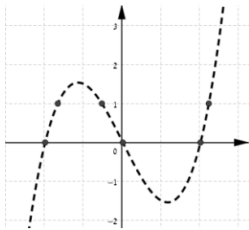
תרגול בנושא פעולות על פונקציות

מאיר לוי

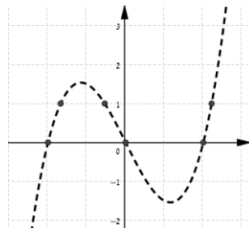
נתונה הפונקציה: $f(x)$

בכל סעיף עליכם **לשרטט** את הפונקציה הנדרשת.

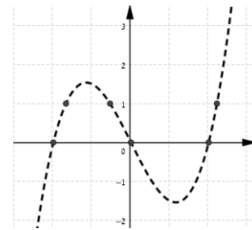
עליכם להתייחס לנקודות "חשובות" ולדייק במידת האפשר. (המתקשים יכולים להיעזר בבנק הגרפים בעמוד 3)



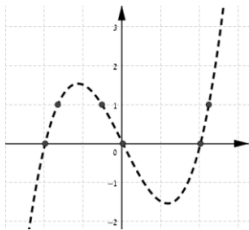
ג. $s(x) = 2f(x)$



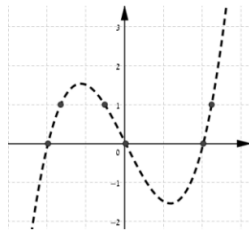
ב. $h(x) = f(x - 1)$



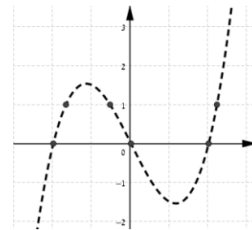
א. $g(x) = f(x) + 2$



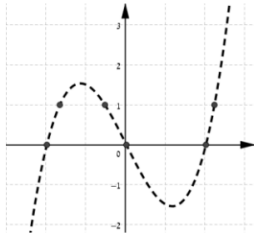
ו. $n(x) = [k(x)]^2$



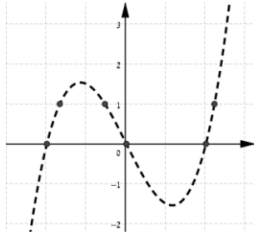
ה. $k(x) = \sqrt{f(x)}$



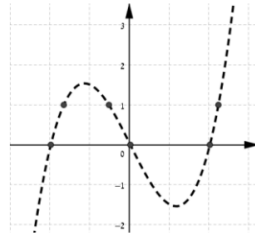
ד. $m(x) = [f(x)]^2$



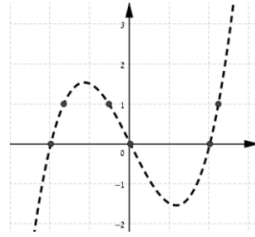
ט. $t(x) = |f(x)|$



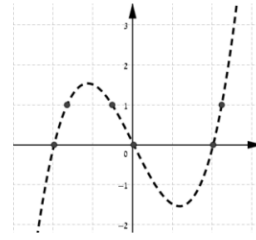
יב. $t(x) = \sqrt{f(x-2)}$



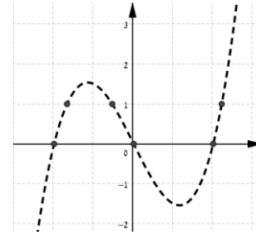
ח. $q(x) = -f(x)$



יא. $p(x) = 2f(x+1)$

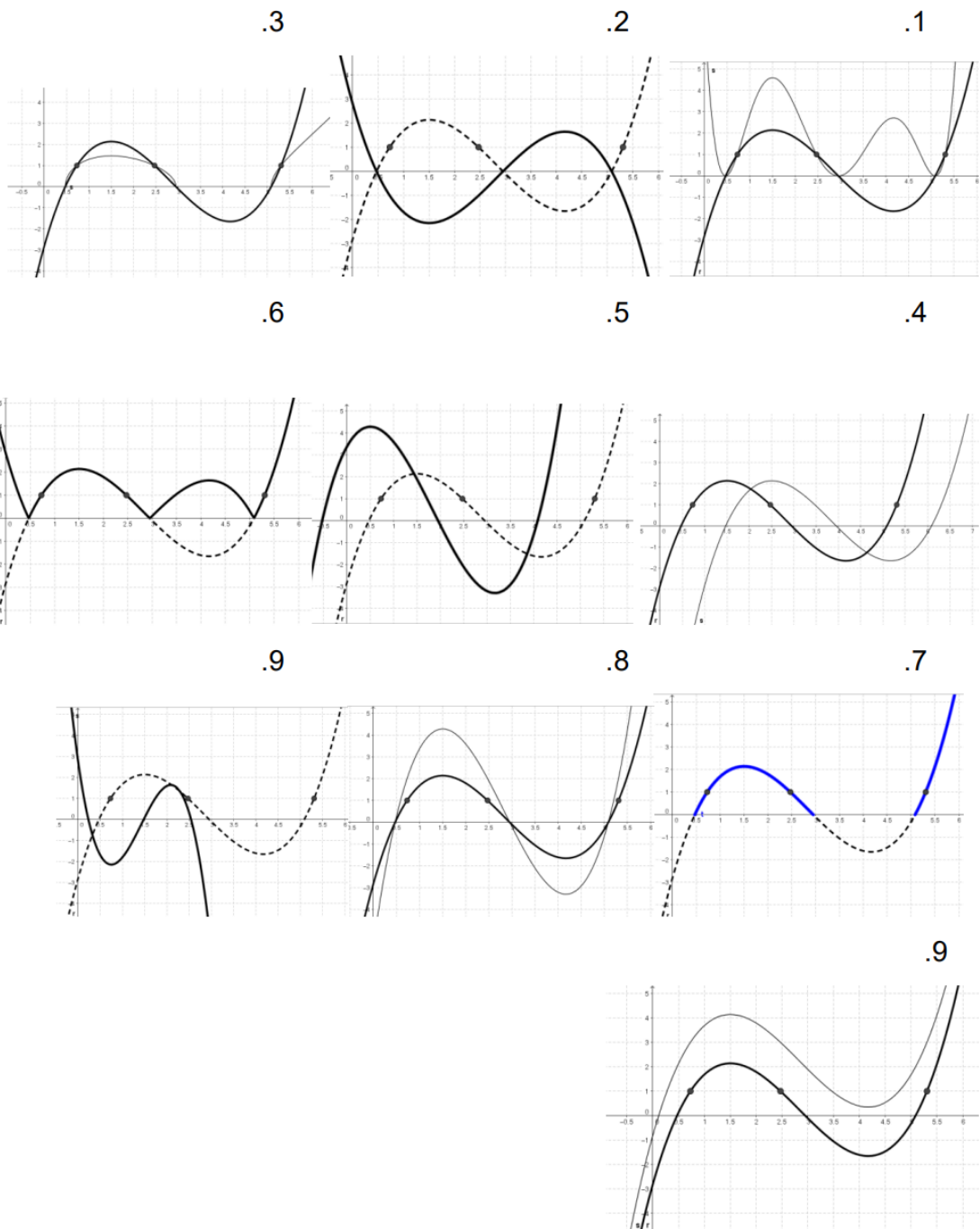


ז. $k(x) = \sqrt{m(x)}$



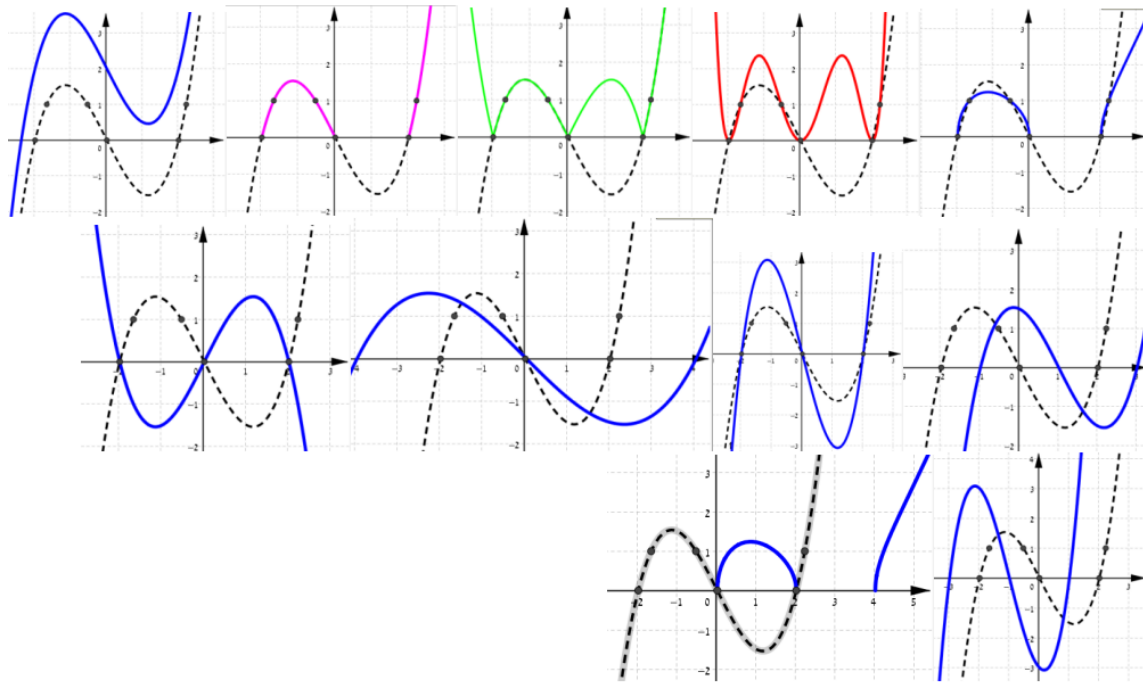
י. $p(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

בכל מערכת צירים שלפניכם שני גרפים. מצאו איזו טרנספורמציה נעשתה על גרף אחד כדי לייצר את הגרף השני.



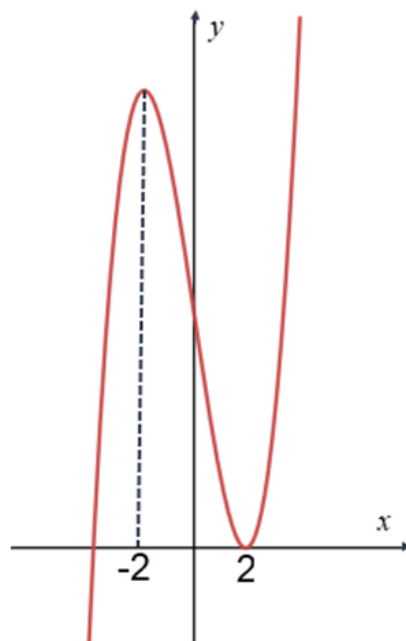


בנק גרפים



תרגיל- קדם אנליזה

נתון לפניהם גרף הפונקציה $f(x) = (x+4)(x-2)^2$



- א. מצאו נקודות חיתוך הפונקציה עם הצירים. הציגו דרך החישוב.
- ב. הפונקציה מקבלת ערך מקסימלי כאשר $x = -2$.
מצאו את שיעור נקודת המקסימום.
- ג. מהו התחום בו הפונקציה $f(x)$ חיובית וגם יורדת ?
- ד. נתונה הפונקציה $k(x) = f(x) + c$.
עבור אילו ערכי c לפונקציה יש 3 נקודות חיתוך עם ציר x ? נמקו.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.
(1) שרטטו גרף הפונקציה $g(x)$.
(2) מהם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$? קבעו את סוגם. נמקו.

פתרון

נתון לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = (x+4)(x-2)^2$

הסבר מקדים על פונקציה ממעלה שלישית

הפונקציה היא פולינום ממעלה שלישית, עם מקדם חיובי ל x^3 ,
 לכן השרטוט שלו מתחיל, משמאל לימין, בעלייה ומסתיים בעלייה,
 כאשר תיתכנה עד 3 נקודות חיתוך עם ציר x , ועד 2 נקודות קיצון.

א. בחיתוך עם ציר ה- y מתקיים $x = 0$.

$$\text{נציב } x = 0 \text{ בפונקציה: } \boxed{(0, 16)} \rightarrow f(0) = (0+4)(0-2)^2 = 16$$

בחיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$. נמצא את נקודות האפס.

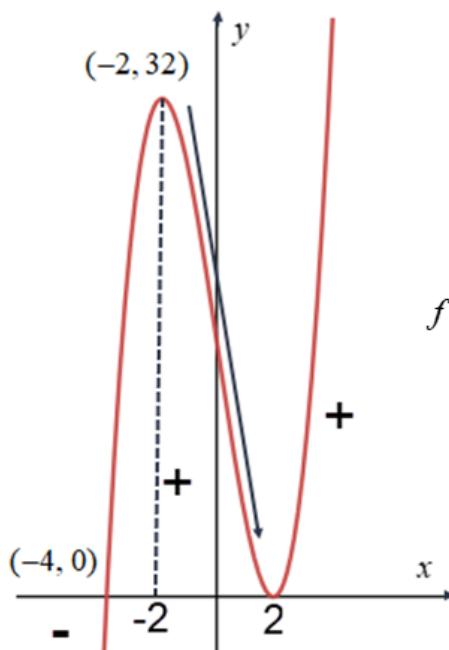
$$0 = (x+4)(x-2)^2$$

$$x+4=0 \rightarrow x=-4 \rightarrow \boxed{(-4, 0)}$$

$$(x-2)^2=0 \rightarrow x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow \boxed{(2, 0)}$$

ונענה על תחום החיוביות, בהתאם לשרטוט שהבאנו בסעיף הקודם.

תשובה: נקודות החיתול של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים הן $(-4, 0)$, $(0, 16)$ ו- $(2, 0)$.



ב. הפונקציה מקבלת ערך מקסימלי כאשר $x = -2$.

נמצא את שיעור נקודת המקסימום.

$$\text{נציב } x = -2 \text{ בפונקציה: } \boxed{(-2, 32)} \rightarrow f(-2) = (-2+4)(-2-2)^2 = 32$$

תשובה: שיעורי נקודת המקסימום הם $(-2, 32)$.

ג. נמצא מהו התחום בו הפונקציה $f(x)$ חיובית וגם יורדת ?

$f(x)$ חיובית, כאשר הגרף שלה מעל ציר ה- x , כלומר בתחום $x > -4$, $x \neq 2$.

$f(x)$ יורדת, בתחום $-2 < x < 2$, ובתחום זה היא גם חיובית.

תשובה: התחום בו הפונקציה $f(x)$ חיובית וגם יורדת הוא $-2 < x < 2$.

ד. נתונה הפונקציה $k(x) = f(x) + c$.

זו הזזה אנכית של הפונקציה $f(x)$ ב- $(+c)$ יחידות.

אם נקודת המקסימום תהיה מעל לציר ה- x , ונקודת המינימום מתחת לציר ה- x ,

אז נקבל 3 נקודות חיתוך עם ציר x .

תשובה: לפונקציה $k(x)$ יש 3 נקודות חיתוך עם ציר x , כאשר $-32 < c < 0$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.

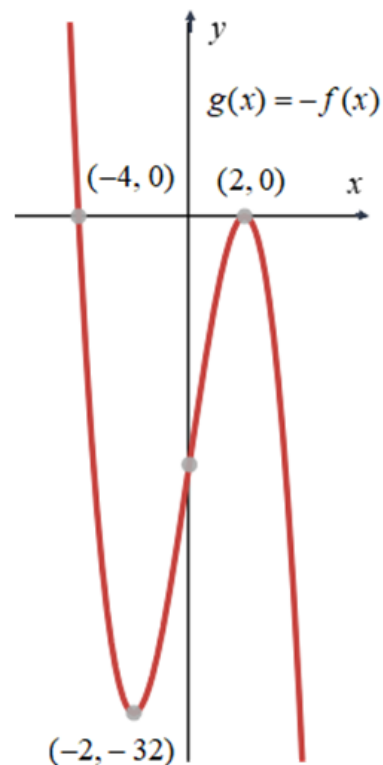
נחקור את הפונקציה $-f(x)$, ונשרטט אותה.

הסבר לטרנספורמציה: $-f(x)$ היא סיבוב סביב ציר ה- x של $f(x)$,

כך, שתחומי עלייה וירידה, ותחומי חיוביות ושליליות, מתחלפים.

אם השתנה, כיצד השתנה	השתנה	נשמר	
$x = 2$ הפך למקסימום, $x = -2$ הפך למינימום	ν		סוג הקיצון
		ν	שיעור ה- x של נקודות הקיצון
החליף סימן, $y = -32$ מקסימום, $y = 0$ לא השתנה	ν		שיעור ה- y של נקודות הקיצון
תחומים התחלפו ירידה: $x > 2$, או $x < -2$, עלייה: $-2 < x < 2$	ν		תחומי עלייה וירידה
		ν	נקודות החיתוך עם ציר ה- x
תחומים התחלפו חיוביות: $x < -4$, שליליות: $x > -4, x \neq 2$	ν		תחומי חיוביות ושליליות

(1) נשרטט את גרף הפונקציה $g(x)$.



(2) תשובה: שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הם $(2, 0)$ מקסימום ו- $(-2, -32)$ מינימום.

פתרון

א. $f(x)$ עולה בתחום $x < -3$, כאשר הערך המקסימלי שלה הינו 16.
 כיוון ש- $f(x)$ היא פונקציה ריבועית, הרי שהגרף שלה הוא פרבולה,
 ועל פי הנתונים הקודקוד הוא $(-3, 16)$ מסוג מקסימום, ולכן $a < 0$. $(-7, 16)$
 מכאן, שהביטוי האלגברי המתאים הוא $f(x) = a(x+3)^2 + 16$.
 גרף הפרבולה עובר דרך הנקודה $(-1, 12)$.

נציב את שיעורי הנקודה בביטוי האלגברי.

$$12 = a(-1+3)^2 + 16$$

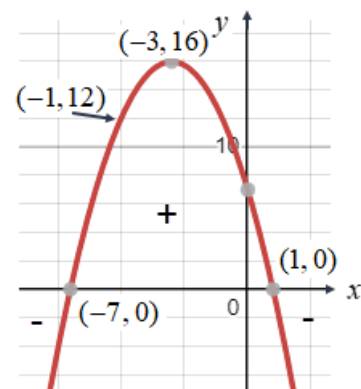
$$-4 = a \cdot 4$$

$$a = -1 \rightarrow \boxed{f(x) = -(x+3)^2 + 16}$$

תשובה: הביטוי האלגברי המייצג את הפונקציה הוא $f(x) = -(x+3)^2 + 16$.

ב. נשרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

$$f(x) = -(x+3)^2 + 16$$



תשובה: השרטוט מעל (כולל סימונים עבור סעיף ג).

ג. כדי למצוא את התחום שבו $f(x)$ חיובית, נמצא את נקודות האפס.

$$0 = -(x+3)^2 + 16$$

$$(x+3)^2 = 16$$

$$x+3 = 4 \rightarrow x = 1 \rightarrow (1, 0)$$

$$x+3 = -4 \rightarrow x = -7 \rightarrow (-7, 0)$$

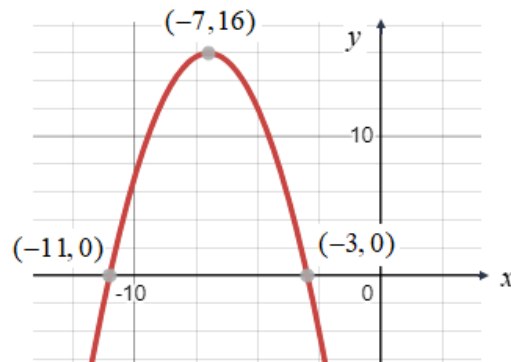
ונענה על תחום החיוביות, בהתאם לשרטוט שהבאנו בסעיף הקודם.

תשובה: התחום בו הפונקציה $f(x)$ חיובית הוא $-7 < x < 1$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+4)$.

זו הזזה אופקית, 4 יחידות שמאלה של $f(x)$.

$$g(x) = f(x+4)$$



(1) גם נקודות החיתוך עם ציר ה- x זזות 4 יחידות שמאלה.

תשובה: נקודות החיתוך של $g(x)$ עם ציר ה- x הן $(-3, 0)$ ו- $(-11, 0)$.

מהן נקודות החיתוך עם ציר x של הפונקציה $g(x)$? נמקו

(2) כיוון שהפרבולה זזה 4 יחידות שמאלה, הקודקוד הוא $(-7, 16)$ והשתנו תחומי העלייה והירידה.

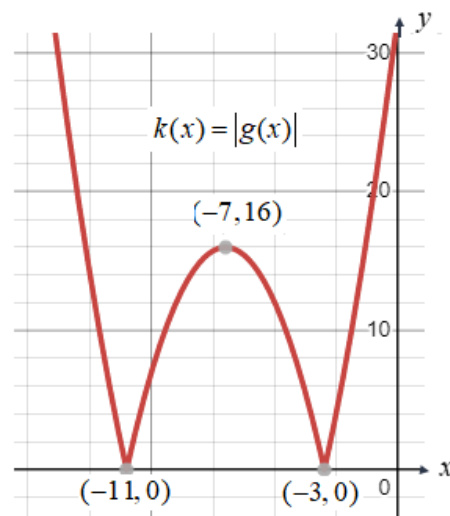
תשובה: תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$ הוא $x < -7$.

ה. נשרטט את גרף הפונקציה $k(x) = |g(x)|$.

זה סיבוב (קיפול) של גרף הפונקציה $g(x)$, סביב ציר ה- x , בתחום שבו $g(x)$ שלילית.

הנקודות שבהן הגרף של $g(x)$ חתך את ציר ה- x תהיינה נקודות מינימום,

וברור ש- $k(x) = |g(x)|$ היא פונקציה אי-שלילית.



תשובה: השרטוט מעל.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.

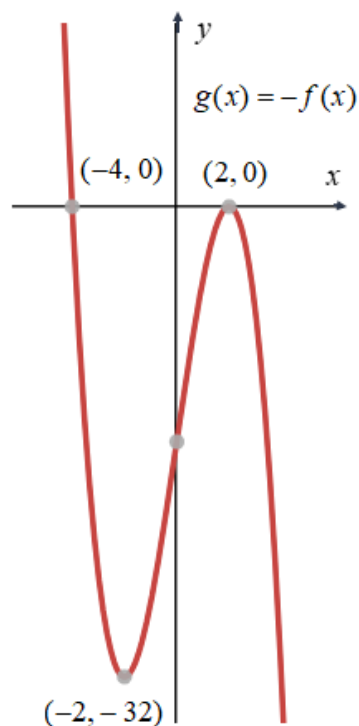
נחקור את הפונקציה $-f(x)$, ונשרטט אותה.

הסבר לטרנספורמציה: $-f(x)$ היא סיבוב סביב ציר ה- x של $f(x)$,

כך, שתחומי עלייה וירידה, ותחומי חיוביות ושליליות, מתחלפים.

נשמר	השתנה	אם השתנה, כיצד השתנה
	$\checkmark$	סוג הקיצון
	$\checkmark$	שיעור ה- x של נקודות הקיצון
	$\checkmark$	שיעור ה- y של נקודות הקיצון
	$\checkmark$	החליף סימן, $y = -32$ מקסימום, $y = 0$ לא השתנה
	$\checkmark$	תחומים התחלפו ירידה: $x > 2$, או $x < -2$, עלייה: $-2 < x < 2$
	$\checkmark$	נקודות החיתוך עם ציר ה- x
	$\checkmark$	תחומים חיוביות ושליליות תחומים התחלפו חיוביות: $x < -4$, שליליות: $x > -4, x \neq 2$

(1) נשרטט את גרף הפונקציה $g(x)$.



(2) תשובה: שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הם $(2, 0)$ מקסימום ו- $(-2, -32)$ מינימום.



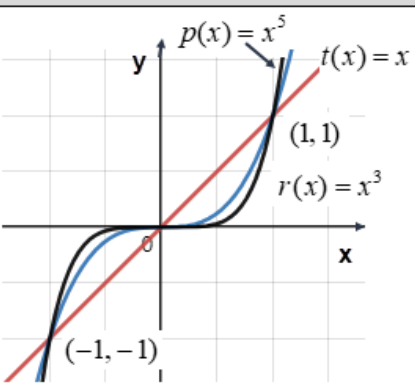
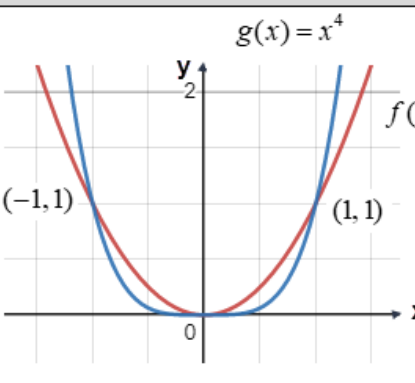
קדם אנליזה- חקירה איכותנית

לפניכם אוסף תכונות. היעזרו באוסף ובחרו תכונות של פונקציית החזקה עם מעריך זוגי, ותכונות של פונקציות חזקה עם מעריך אי זוגי

- | | |
|---|--|
| (1) הפונקציה עולה לכל x . | (9) הפונקציה חיובית רק כאשר $x > 0$. |
| (2) הפונקציה שלילית רק כאשר $x < 0$. | (10) הפונקציה יורדת לכל x . |
| (3) הפונקציה יורדת רק כאשר $x < 0$. | (11) גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, 0)$. |
| (4) הפונקציה חיובית כאשר $x \neq 0$. | (12) גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-1, 1)$. |
| (5) גרף הפונקציה עובר בנקודה $(1, 1)$. | (13) גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-1, -1)$. |
| (6) לפונקציה יש נקודת מינימום. | (14) הפונקציה עולה רק כאשר $x > 0$. |
| (7) פונקציה שלילית רק כאשר $x \neq 0$. | (15) גרף הפונקציה סימטרי ביחס לציר ה- y . |
| (8) גרף הפונקציה לא נמצא מתחת לציר ה- x . | (16) גרף הפונקציה סימטרי ביחס לראשית הצירים. |

9 דוגמאות מאתר התוכנית החדשה כיתה י

נציג שלוש דוגמאות לפונקציות חזקה עם מעריך זוגי, ולפונקציות חזקה עם מעריך אי זוגי ומתחת לכל משפחה, נרשום את התכונות המתאימות.

פונקציות חזקה עם מעריך אי זוגי	פונקציות חזקה עם מעריך זוגי
	
• הפונקציה עולה לכל x • הפונקציה שלילית רק כאשר $x < 0$ • הפונקציה חיובית רק כאשר $x > 0$ • גרף הפונקציה עובר בנקודה $(1, 1)$ • גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-1, -1)$ • גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, 0)$ (ראשית הצירים) • גרף הפונקציה סימטרי ביחס לראשית הצירים (פונקציה אי-זוגית)	• הפונקציה יורדת רק כאשר $x < 0$ • הפונקציה עולה רק כאשר $x > 0$ • הפונקציה חיובית רק כאשר $x \neq 0$ • גרף הפונקציה עובר בנקודה $(1, 1)$ • גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-1, 1)$ • גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, 0)$ (ראשית הצירים) • לפונקציה יש נקודת מינימום • גרף הפונקציה לא נמצא מתחת לציר ה-x • גרף הפונקציה סימטרי ביחס לציר ה-y (פונקציה זוגית)

