

Δύο σφαίρες σε διαφορετικά ύψη

Μια μικρή σφαίρα Α αφήνεται τη χρονική στιγμή $t_{01} = 0s$ να πέσει ελεύθερα από ύψος h_1 πάνω από το έδαφος. Μια δεύτερη σφαίρα αφήνεται επίσης να κάνει ελεύθερη πτώση αλλά τη χρονική στιγμή $t_{02} = 1s$ (δηλαδή $1s$ αργότερα), από χαμηλότερο ύψος h_2 όπως στο σχήμα.

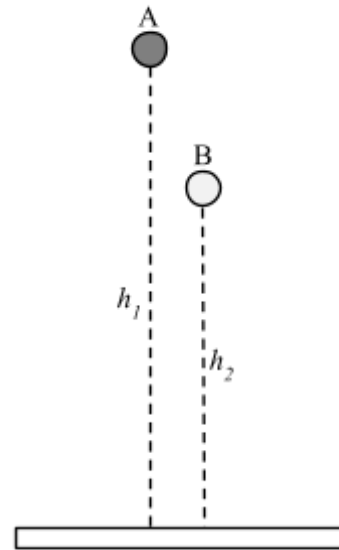
Παρατηρούμε ότι η σφαίρα Α πέφτει κατά $45m$ πριν φτάσει και προσπεράσει τη σφαίρα Β και χρειάζεται επιπλέον χρονικό διάστημα $1s$ για να φτάσει στο έδαφος. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

α) Υπολογίστε το ύψος h_1 και την ταχύτητα με την οποία χτυπάει η σφαίρα Α στο έδαφος.

β) Υπολογίστε το ύψος h_2 .

γ) Ποια χρονική στιγμή φτάνει η σφαίρα Β στο έδαφος και ποιο είναι το αντίστοιχο μέτρο της ταχύτητάς της;

δ) Να κάνετε σε βαθμολογημένο σύστημα αξόνων, τις γραφικές παραστάσεις θέσης - χρόνου των δύο σφαιρών, θεωρώντας ότι η σφαίρα Α ξεκινάει από τη θέση $y_{01} = 0m$.



Απάντηση

α) Θα μελετήσουμε την ελεύθερη πτώση ως προς κατακόρυφο άξονα Ογ, θετικής φοράς προς το έδαφος, με τη σφαίρα Α στην αρχή Ο του άξονα (σχήμα 1).

Η εξίσωση κίνησης της σφαίρας Α είναι:

$$y_1 = y_{01} + \frac{1}{2}g(t - t_{01})^2 \Leftrightarrow y_1 = 0 + \frac{1}{2}10(t - 0)^2 \Leftrightarrow$$

$$y_1 = 5t^2 \quad (1)$$

Όταν φτάνει στη θέση $y_1 = 45m \xrightarrow{(1)} 45 = 5t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = 3s$

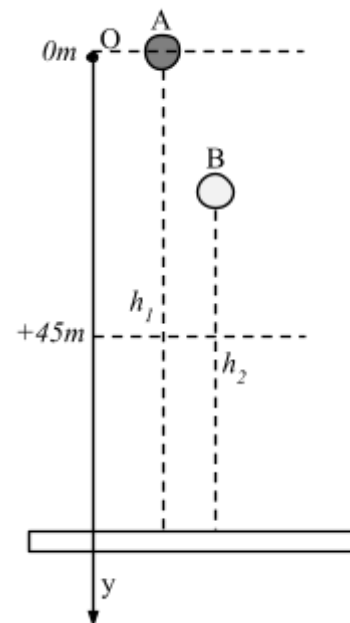
Στο έδαφος θα φτάσει τη χρονική στιγμή $t_A = t_1 + 1s = 4s$

Άρα το ύψος που αφέθηκε η σφαίρα Α θα υπολογιστεί από την εξίσωση (1) και θα είναι

$$h_1 = 5 \cdot 4^2 = 80m$$

Στο έδαφος φτάνει με ταχύτητα μέτρου $v_1 = g \cdot t_A = 10 \cdot 4 = 40m/s$

β) Η εξίσωση κίνησης της σφαίρας Β είναι



$$y_2 = y_{02} + \frac{1}{2}g(t-t_{02})^2 \Leftrightarrow y_2 = 80 - h_2 + \frac{1}{2}10(t-1)^2 \Leftrightarrow y_2 = 80 - h_2 + 5(t-1)^2 \quad (2)$$

Η σφαίρα Β προφανώς βρίσκεται στην ίδια θέση με τη σφαίρα Α, όταν η Α την προσπερνά.

Από την εξίσωση (2) για $y_2 = 45\text{m}$, $t = 3\text{s}$ έχουμε:

$$45 = 80 - h_2 + 5(3-1)^2 \Leftrightarrow h_2 = 80 - 45 + 20 \Leftrightarrow h_2 = 55\text{m}$$

γ) Η χρονική στιγμή που φτάνει η σφαίρα Β στο έδαφος βρίσκεται από την εξίσωση (2) για

$$y_2 = 80\text{m}, \quad h_2 = 55\text{m}$$

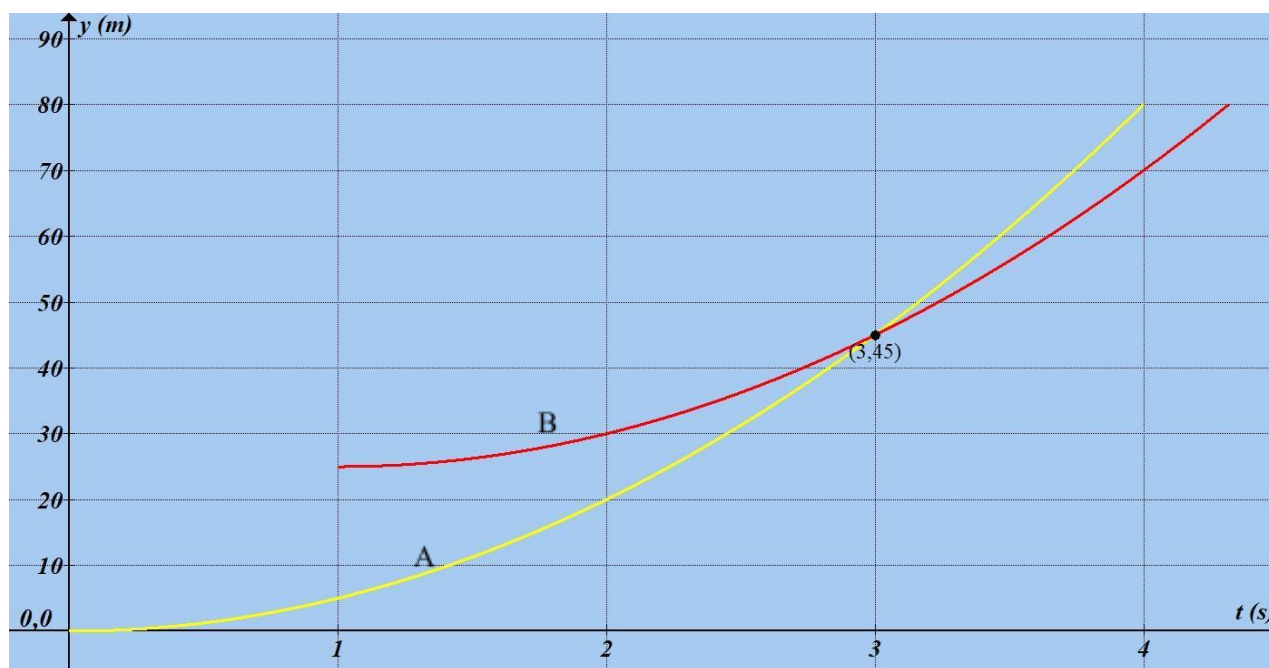
$$80 = 80 - 55 + 5(t_B - 1)^2 \Leftrightarrow 55 = 5(t_B - 1)^2 \Leftrightarrow$$

$$(t_B - 1)^2 = 11 \Leftrightarrow t_B - 1 = \sqrt{11} \Leftrightarrow$$

$$t_B = \sqrt{11} + 1 \approx 4,3\text{s}$$

Η ταχύτητά της έχει μέτρο $v_B = g(t_B - 1) = 10\sqrt{11}\text{m/s} \approx 33\text{m/s}$

δ) Η γραφική παράσταση θα είναι:



[Προσομοίωση](#)

Ανδρέας Ριζόπουλος