

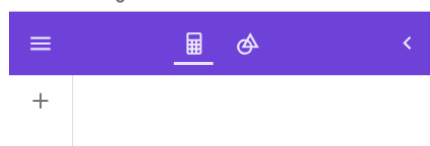


GeoGebra yläkoulussa

Sisällysluettelo

S2 Luvut ja laskutoimitukset	2
S3 Algebra	4
S4 Funktiot	7
S6 Tietojen käsittely ja tilastot sekä todennäköisyys	11
Tehtäviä	12

GeoGebra graafinen laskin



Lukijalle tiedoksi: Materiaali koostuu esimerkeistä ja ideoista miten GeoGebraa voisi käyttää yläkoulun matematiikan oppitunneilla.

GeoGebra taipuu kutakuinkin kaikkeen ja [lähinnä mielikuvitus sekä käytettävissä oleva aika asettavat rajat](#). Tässä kirjoittajan lyhyt katsaus mitä kaikkea GeoGebra voisi tuoda yläkoulun opetukseen painotuksena miten opiskelija voisi hyödyntää teknologiaa matematiikan opinnoissaan.

Materiaalissa käytetään [GeoGebra Graafinen laskin](#), [GeoGebra Geometria](#) ja [GeoGebra 6](#) sovelluksia. Kaikki nämä toimivat suoraan selaimessa. Ladattava GeoGebra Classic 5 on käytössä jossain opettajan tuottamissa havainnollistuksissa.

GeoGebra Geometria



Perustyökalut



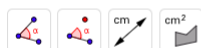
Muokkaus



Luo



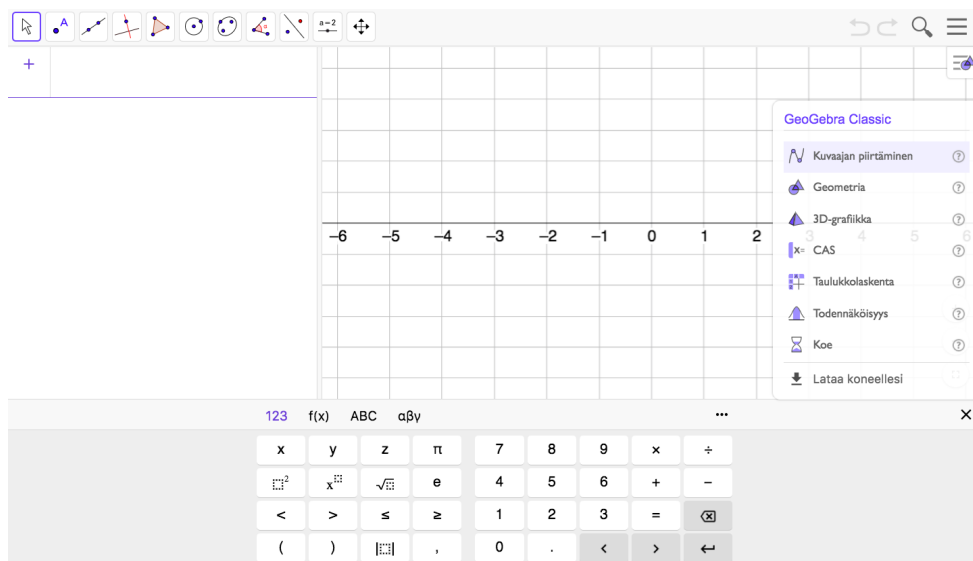
Mittaukset



Suorat



Ympyrät

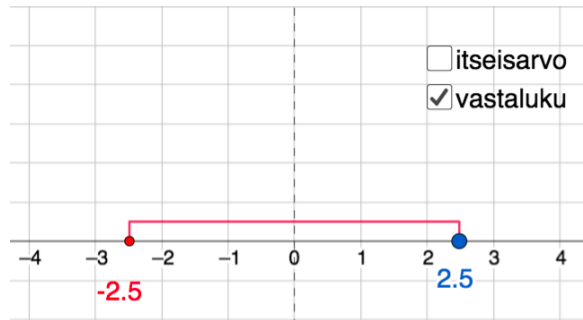




S2 Luvut ja laskutoimitukset

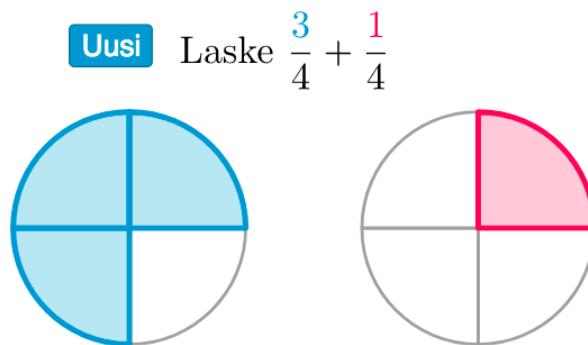
mm. kokonaisluvut, murtoluvut, vastaluku, käänteisluku, itseisarvo, jaollisuus, alkutekijät, desimaaliluvut, tarkka- ja likiarvo, pyöristäminen, prosentti, prosenttiosuus, muuttunut arvo, perusarvo, muutos- ja vertailuprosentti, potenssilaskenta, neliöjuuri

Opettaja: Havainnollistukset lukusuoralla: kokonaisluvut, vastaluku, käänteisluku, itseisarvo



GeoGebra Classic 6: [Vastaluku ja itseisarvo](#)

Opiskelija: Murtolukujen yhteen-, vähennys- ja kertolaskun harjoittelu ja visualisointi.



GeoGebra Classic 5: [Murtolukujen yhteenlasku](#)

Opiskelija: Tarkan arvon ja likiarvon laskeminen.

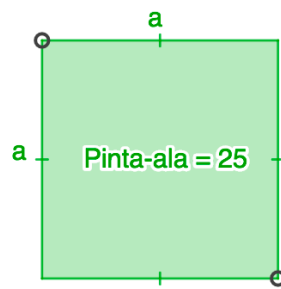
Opiskelija: Prosenttilaskujen harjoittelu ja visualisointi.



Opettaja: Potenssin ja neliöjuuren havainnollistaminen.

Näytä ruudukko

$$a^2 = 25$$



GeoGebra Classic 5: [Johdanto neliöjuureen](#)

Opiskelija: Potenssi- ja neliöjuurilaskujen harjoittelu.



S3 Algebra

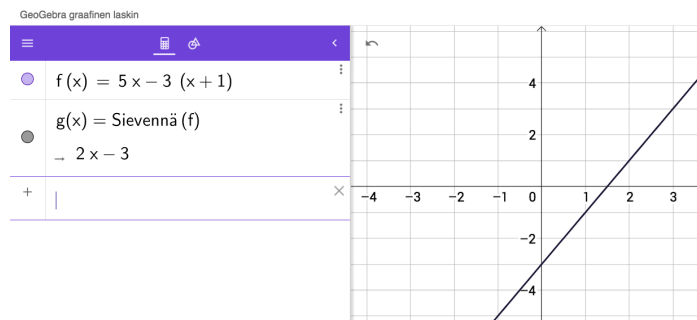
mm. muuttuja, lausekkeen arvo, potenssilausekkeen sieventäminen, polynomi, polynomien yhteen-, vähennys- ja kertolasku, lausekkeiden muodostaminen ja sieventäminen, ensimmäisen asteen yhtälöt ja vaillinaiset toisen asteen yhtälöt, yhtälöparit graafisesti ja algebrallisesti, ensimmäisen asteen epäyhtälöt, lukujonot, verranto.

Opiskelija: Polynomien yhteen-, vähennys- kertolaskun tarkistaminen

The screenshot shows the CAS interface of GeoGebra Classic 6. The toolbar at the top includes symbols for equals, approximate, check, fractions, parentheses, exponent, variable, approximate, derivative, integral, and delete. The workspace shows three steps:

- $5x - 2(x + 1)$ is entered, and the result $\rightarrow 3x - 2$ is shown.
- $5x - 2(x + 1)$ is entered, and the result $\checkmark 5x - 2(x + 1)$ is shown.
- The prompt "Syöttökenttä..." (Input field...) is shown.

GeoGebra Classic 6 ja CAS-näkymä



GeoGebra Graafinen laskin

Opiskelija: Ensimmäisen ja vaillinaisen toisen asteen yhtälön tarkistaminen tai vaiheittainen ratkaisu.

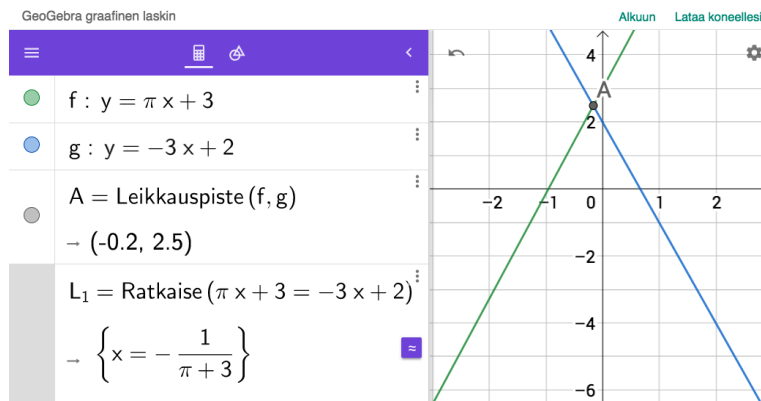
The screenshot shows the CAS interface of GeoGebra Classic 6. The toolbar is the same as in the previous image. The workspace shows three steps for solving the equation $4x + 2(x + 1) = 3$:

- $4x + 2(x + 1) = 3$ is entered, and the result $\rightarrow 6x + 2 = 3$ is shown.
- $(6x + 2 = 3) - 2$ is entered, and the result $\rightarrow 6x = 1$ is shown.
- $(6x = 1) \cdot \frac{1}{6}$ is entered, and the result $\rightarrow x = \frac{1}{6}$ is shown.

GeoGebra Classic 6

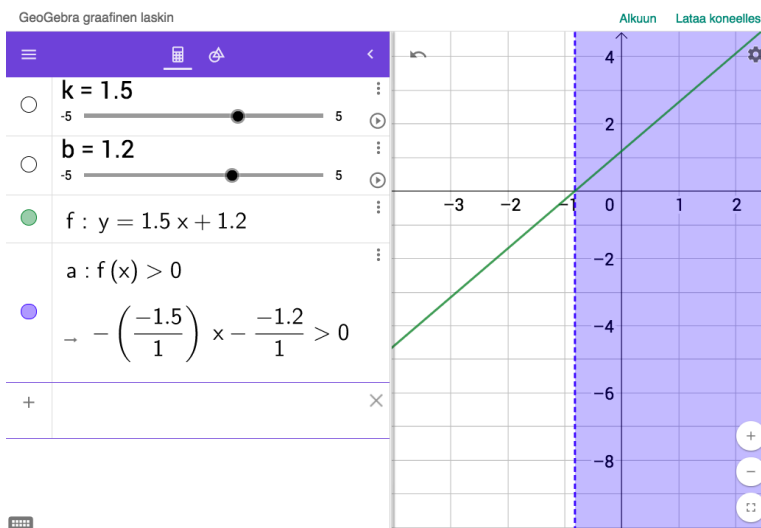


Opiskelija: Yhtälöparien graafinen mallintaminen ja graafinen/algebraalinen ratkaiseminen.
Leikkauspiste-työkalulla likiarvo ja Ratkaise-komennolla tarkka-arvo.



GeoGebra Graafinen laskin

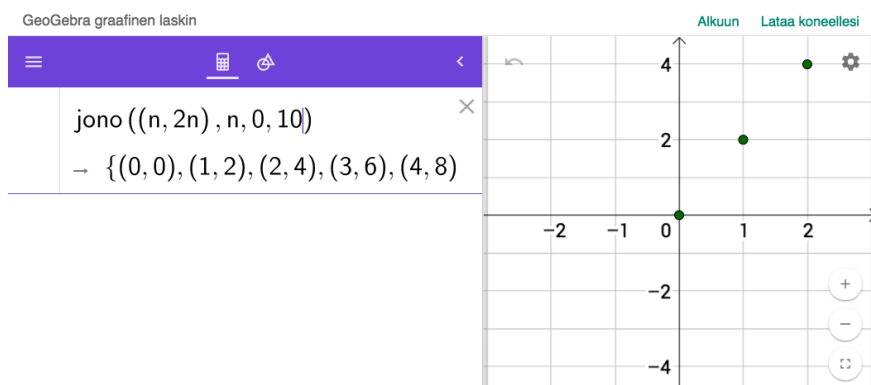
Opettaja: Ensimmäisen asteen epäyhtälön mallintaminen.
Esim. Epäyhtälön ratkaisujen tutkiminen piirtoalueessa.
Huom. asetuksista voi valita ratkaisujen näkymisen pelkästään x-akselilla.



GeoGebra Graafinen laskin

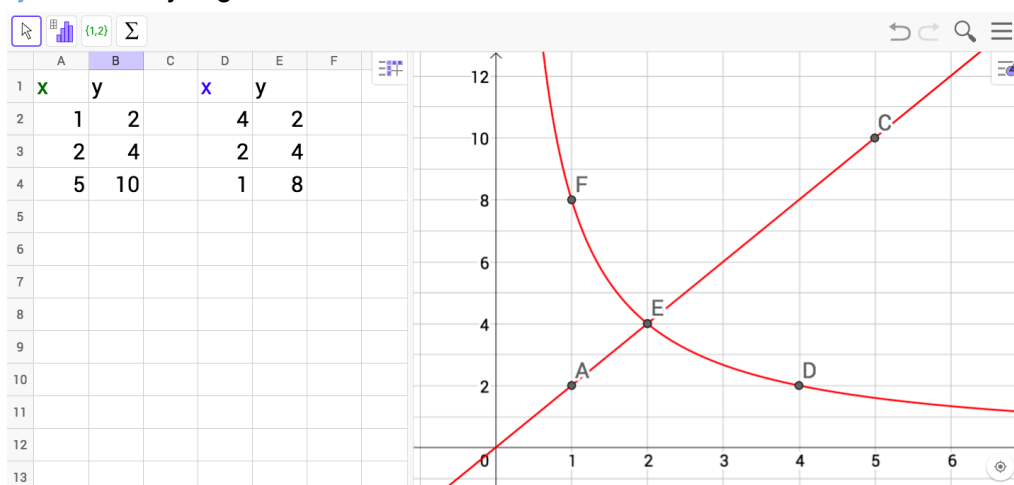


Opettaja: Lukujonojen mallintaminen esim. piirtoikkunassa Jono-komennolla.



GeoGebra Graafinen laskin

Opiskelija: Verrantojen graafinen mallintaminen



GeoGebra Classic ja taulukkolaskenta

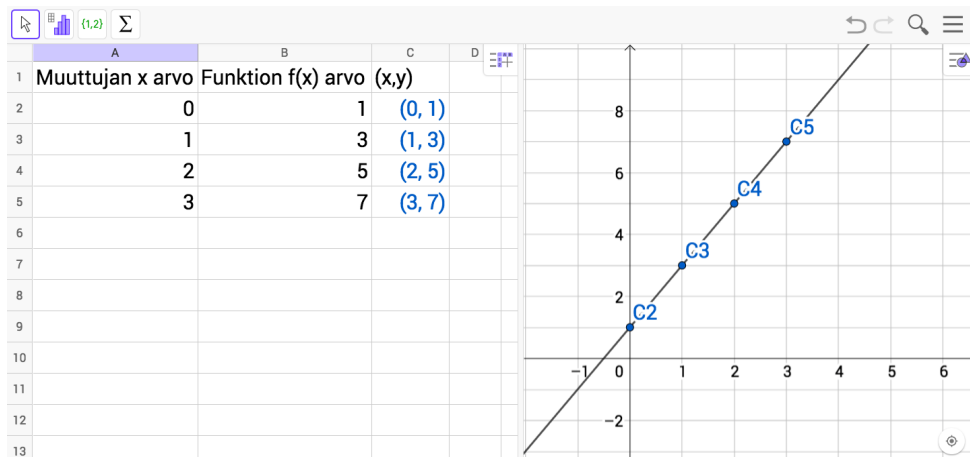


S4 Funktiot

mm. riippuvuudet algebrallisesti ja graafisesti, suoraan ja kääntäen verrannollisuus, funktio, suora, paraabeli, kulmakerroin, vakiotermi, kasvaminen ja väheneminen, funktion nollakohdat.

Opettaja: Suoraan ja kääntäen verrannollisuuden graafiset havainnollistukset

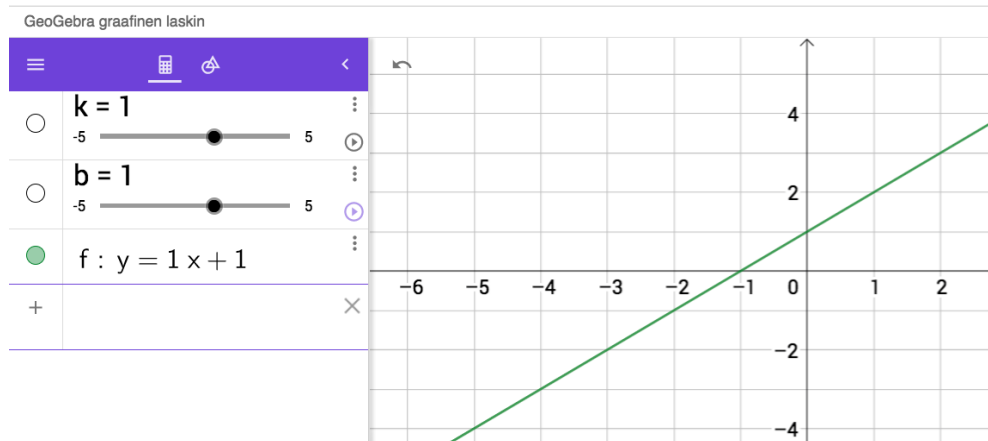
Opiskelija: Funktion lauseke, funktion arvojen laskeminen ja funktion kuvaaja.



GeoGebra Classic 6

Opiskelija: Kertoimien vaikutus funktion kuvaajan muotoon.

Miten kulmakerroin ja vakiotermi näkyviin piirtoalueelle?



GeoGebra Graafinen laskin



S5 Geometria

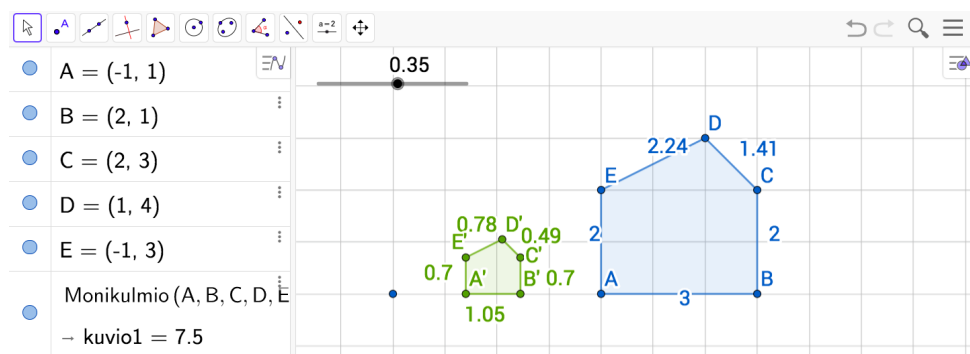
mm. piste, jana, suora, kulma, viiva, puolisuora, yhdenmuotoisuus ja yhtenevyys, geometrinen konstruktio, Pythagoraan lause ja käänteislause, trigonometriset funktiot, kehä- ja keskuskulma, Thaleen lause, piirejä ja pinta-aloja, ympyrän pinta-ala, kehä, kaaren pituus, sektorin pinta-ala, kolmiulotteiset kappaleet, pallon, lieriön kartion pinta-aloja ja tilavuuksia, mittayksiköt ja yksikkömuunnokset

Opiskelija: Tasogeometrian kuvioiden piirtäminen.

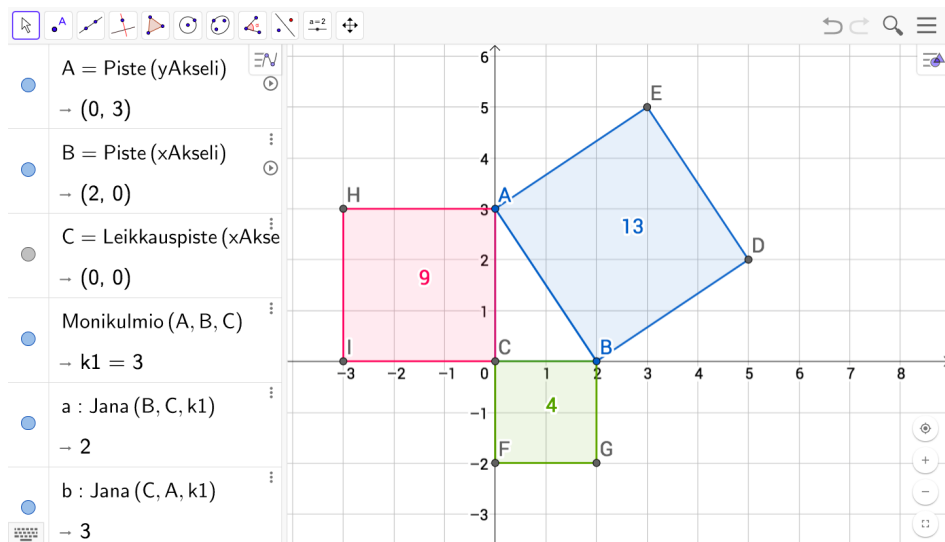
Opiskelija: Monikulmioiden ominaisuuksien tutkiminen.

Opiskelija: Yhdenmuotoisuuden ja yhtenevyyden tutkiminen

Opiskelija: Vastinosien suhteen ja mittakaavan tutkiminen.

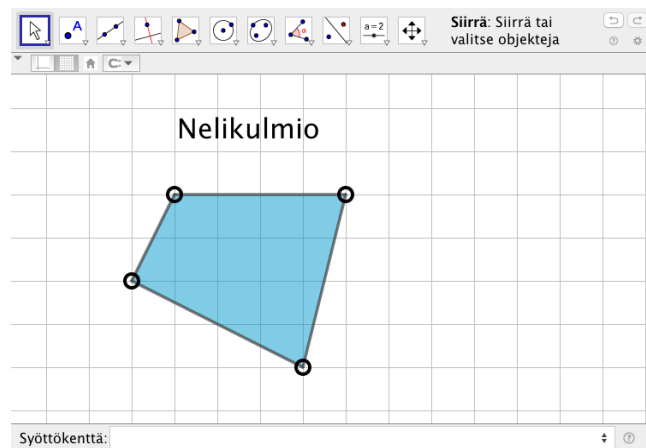


Opiskelija: Pythagoraan lauseen muodostaminen omien havaintojen pohjalta



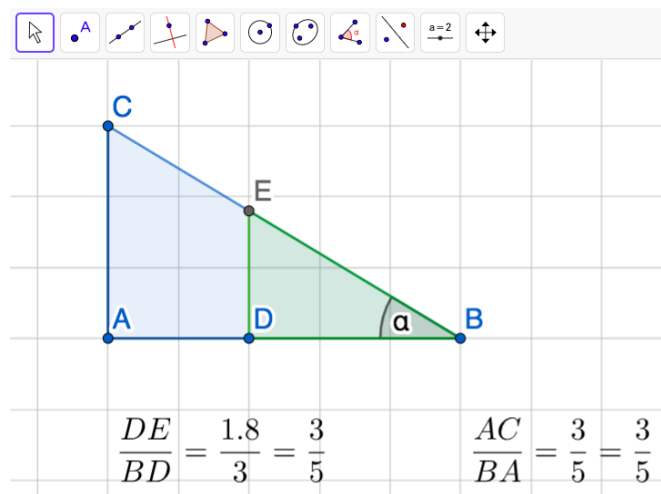


Opettaja: Monikulmioiden luokittelu



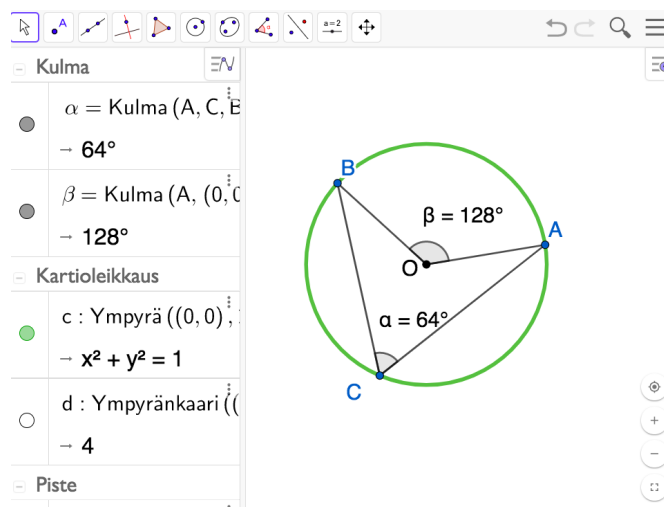
GeoGebra Classic 5: [Nelikulmioiden luokittelu](#)

Opettaja: Trigonometriset funktiot



GeoGebra Classic 5: [Trigonometriset funktiot, johdantoa](#)

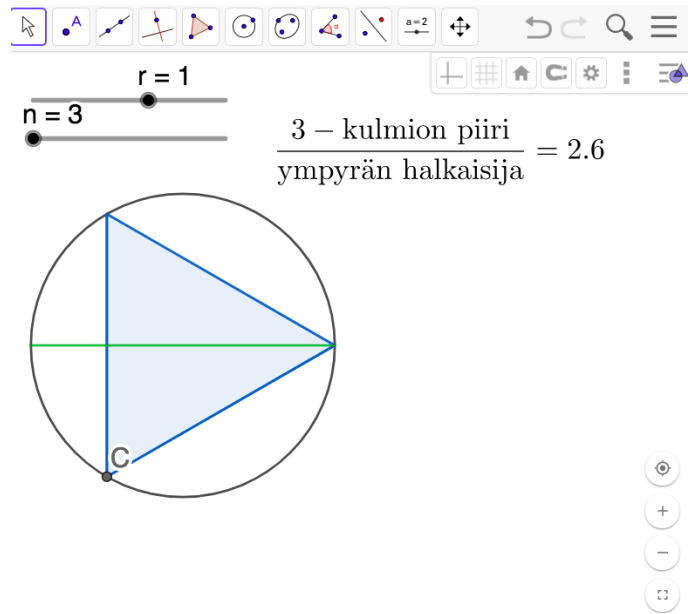
Opiskelija: Kehä- ja keskuskulman tutkiminen



GeoGebra Classic 5: [Kehä- ja keskuskulma](#)

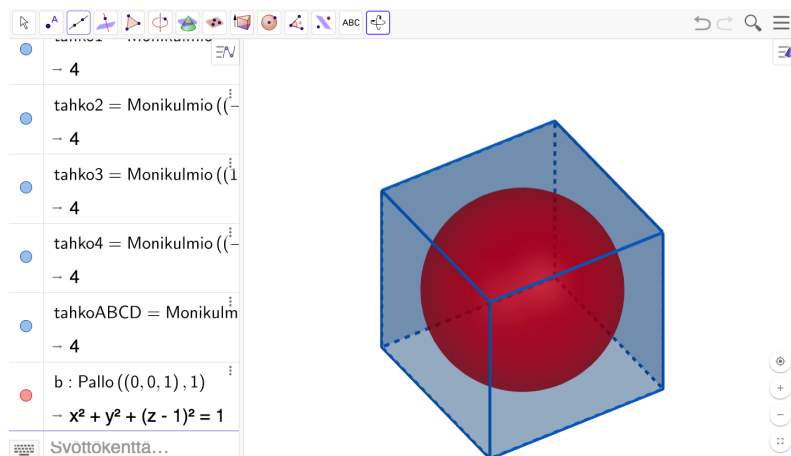


Opettaja: Ympyrän kehä ja pii.



GeoGebra Classic 5: [Ympyrän kehä ja pii](#)

Opiskelija: Avaruusgeometrian kappaleiden piirtäminen ja tutkiminen

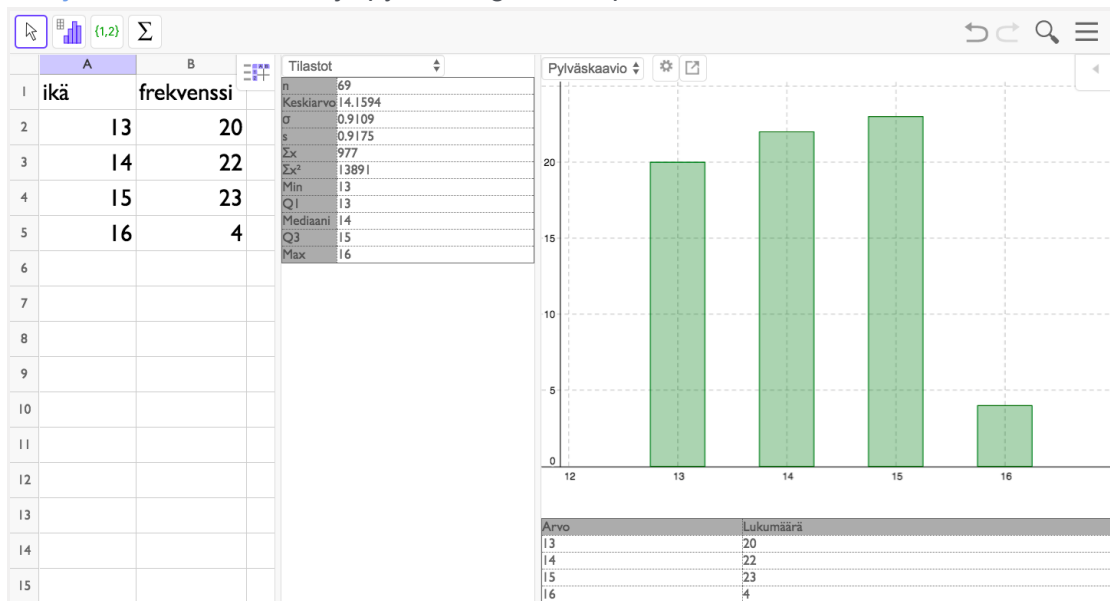




S6 Tietojen käsittely ja tilastot sekä todennäköisyys

mm. tiedon jäsentäminen ja analysointi, keskiarvo, tyyppiarvo, frekvenssi, suhteellinen frekvenssi ja mediaani, hajonta, diagrammit, todennäköisyys.

Opiskelija: Taulukkolaskenta ja pylväsdiagrammin piirtäminen



GeoGebra Classic 5



Tehtäviä

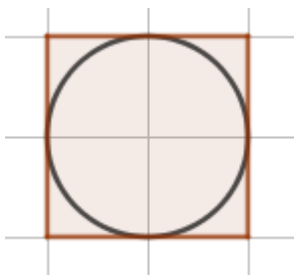
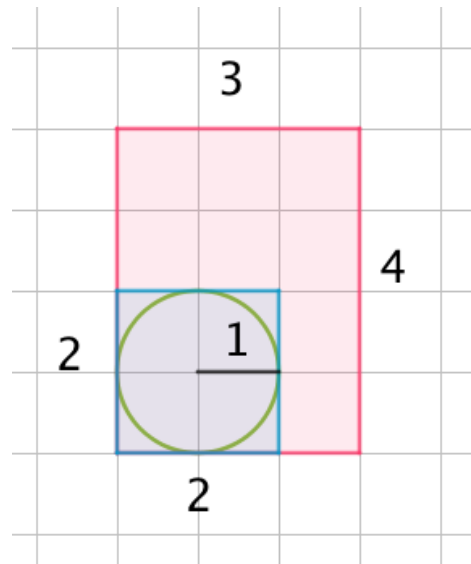
- Tutustumisharjoituksia GeoGebrasta: www.geogebra.org/groups koodi: V5BWP
- Harjoituksia lukion 1. vuosikurssin opiskelijoille: www.geogebra.org/groups koodi: FSED4

Tehtävä 1.

- Piirrä neliö ja suorakulmio.
- Piirrä ympyrä ja ympyräsektori.
- Piirrä suora, sen kanssa kohtisuora normaali sekä sen kanssa yhdensuuntainen suora.
- Piirrä säännöllinen kuusikulmio.
- Piirrä puolisuunnikas
- Väritä kuviot eri väreillä. Kirjoita teksti-työkalulla kuvioden nimet niiden yläpuolelle.

Tehtävä 2.

- Piirrä suorakulmio, jonka sivun pituudet ovat 3 ja 4.
- Piirrä neliö suorakulmion sisälle, jonka sivun pituus on 2.
- Piirrä neliön sisälle ympyrä, jonka säde on 1.
 - Piirrä ympyrän säde ympyrän sisälle
- Pilota pisteet, muuta suorakulmion neliön ja ympyrän värit erivärisiksi.
- Teksti-työkalulla merkitse suorakulmion sivujen pituudet, neliön sivujen pituudet sekä ympyrän säde.
- Mikä on neliön ja suorakulmion pinta-alojen suuruus? Katso Algebra-ikkunasta

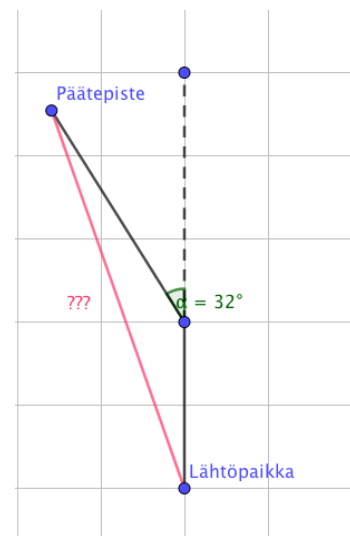


Tehtävä 3.

- Piirrä neliö, ja neliön sisälle mahdollisimman suuri ympyrä.
- Kuinka monta prosenttia ympyrän pinta-ala on neliön pinta-alasta?

Tehtävä 4.

- Opiskelija kävelee 200 m pohjoiseen, jonka jälkeen hän poikkeaa kulkusuunnastaan 32 astetta länteen ja

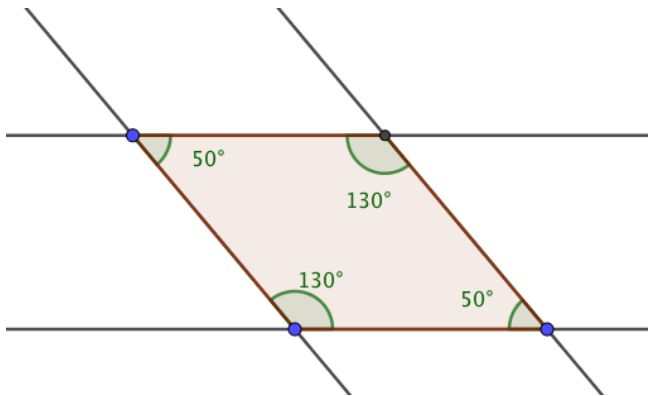




kävelee 300 m. Kuinka kaukana opiskelija on lähtöpaikastaan? Katso Algebra-ikkunasta.

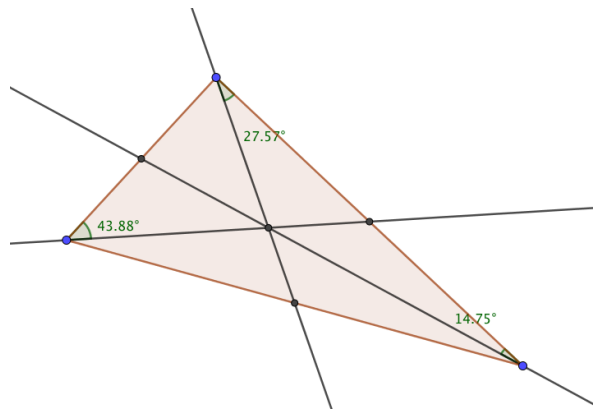
Tehtävä 5.

- Piirrä suunnikas, jonka sivujen pituudet ovat 5 ja 4 ja kulmien suuruudet ovat 100° ja 80° astetta.
- Mikä on suunnikkaan pinta-ala? Katso Algebra-ikkunasta.



Tehtävä 6

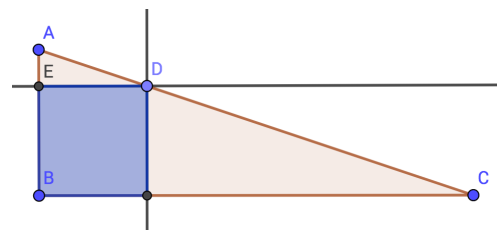
- Piirrä kolmio
- Piirrä kolmion sivujanoille keskinormaalit
- Merkitse kuvaan keskinormaalien leikkauspiste
- Merkitse kuvaan kolmion kulmien suuruudet



Tehtävä 7.

Suorakulmaiseen kolmioon, jonka kateetit ovat 5,0 cm ja 15 cm, piirretään mahdollisimman iso neliö. Neliön kaksi sivua ovat kateeteilla ja yksi kärki hypotenuusalla (pisin sivu). Määritä neliön sivun pituus.

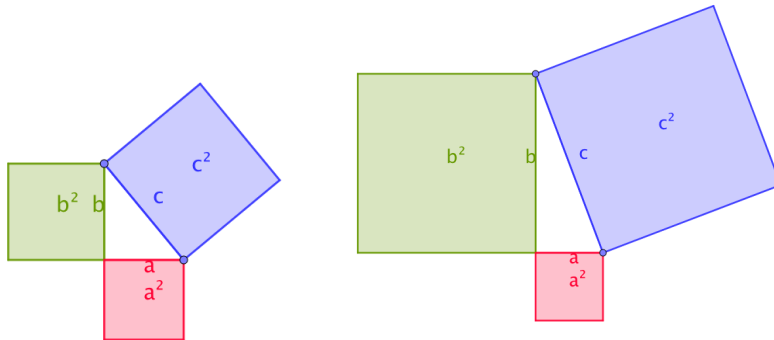
- Piirrä kolmio.
- Tee piste hypotenuusalle.
- Piirrä kuvaan kateeteille hypotenuusan pisteen kautta kulkevat normaalit.
- Merkitse kuvaan normaalien ja kateettien leikkauspisteet.
- Piirrä kuvaan suorassa kulmassa olevan kärkipisteen ja kolmen merkitsemäsi pisteen avulla suorakulmio.
- Muuta suorakulmion väri selvästi erottuvaksi.
- Merkitse kuvaan suorakulmion sivujen pituudet.
- Muuta hypotenuusalla olevan pisteen paikkaa siten, että suorakulmiosta muodostuu neliö.





Tehtävä 8.

Piirrä suorakulmainen kolmio, jonka kateetit ovat a ja b ja hypotenuusa c . Täydennä suorakulmaisen kolmion sivut neliöiksi. Laske $a^2 + b^2$ ja c^2 . Mitä huomaat pätevän pinta-aloille? Katso Algebra-ikkunasta. Päteekö tämä kaikilla suorakulmioilla?



Tehtävä 9.

Ympyrän halkaisijan AB toisen päätepisteen A kautta piirretään ympyrälle tangentti ja pisteen B kautta jänne BC , jonka jatke leikkaa tangentin pisteessä D . Osoita, että pisteen C kautta piirretty ympyrän tangentti puolittaa janan AD .

- 1) Piirrä kuvaan piste.
- 2) Piirrä kuvaan ympyrä, jonka keskipiste on kohdassa 1 tekemäsi piste.
- 3) Merkitse kuvaan ympyrän kehälle piste A .
- 4) Piirrä kuvaan ympyrälle halkaisija pisteen A ja ympyrän keskipisteen avulla.
- 5) Merkitse kuvaan halkaisijan toinen päätepiste B halkaisijan ja ympyrän leikkauspisteen avulla.
- 6) Piirrä kuvaan ympyrälle tangentti, joka kulkee pisteen A kautta.
- 7) Merkitse kuvaan ympyrän kehälle piste C .
- 8) Piirrä kuvaan puolisuora pisteestä B pisteen C kautta.
- 9) Merkitse kuvaan puolisuoran ja tangentin leikkauspiste D .
- 10) Piirrä kuvaan ympyrälle tangentti, joka kulkee pisteen C kautta.
- 11) Merkitse kuvaan tangenttien leikkauspiste P .
- 12) Merkitse kuvaan etäisyydet AD , AP ja PD .

Tehtävä 10

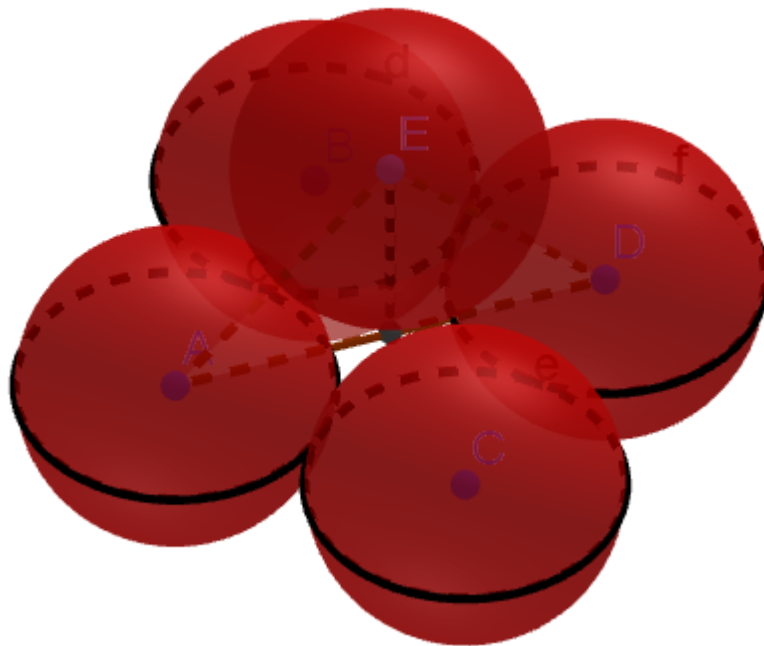
Piirrä pallo, pyramidi, ympyräpohjainen suora lieriö.

Piirrä kuution sisään mahdollisimman suuri pallo.

Piirrä pallon sisään mahdollisimman suuri kuutio.

Tehtävä 11.

Rakenna pallopyramidi. Mikä on pallopyramidin korkeus? Anna likiarvo.



Tehtävä 11.

Kolmioiden merkilliset pisteet

Tehtävä 12.

Yhtälöparin ratkaiseminen GeoGebralla

Tehtävä 13.

Keskiarvon laskeminen ja pylväsdiagrammin piirtäminen.