

Визначення середньої арифметичної різними способами

Задача 1.

Протягом тижня два акціонерні банки, які продавали акції за ціною 2,0 і 3,0 грн за одну, одержали однакову виручку; по 1200 грн. Визначити середню ціну акції.

Рішення. Середня ціна акції визначається діленням загальної виручки двох банків (2400 грн) на загальну кількість проданих акцій 1000 шт., обчислену діленням виручки кожного банку на ціну акції: $(1200/2) + (1200/3)$.

$$\bar{x} = \frac{W_1 + W_2}{\frac{W_1}{x_1} + \frac{W_2}{x_2}}$$

Розрахунок можна подати у вигляді формули де x_1, x_2 — ціна акцій; W_1, W_2 — виручка від реалізації акцій.

$$\bar{x} = \frac{1200 + 1200}{\frac{1200}{2} + \frac{1200}{3}} = \frac{2400}{1000} = 2,4 \text{ грн.}$$

Підставляючи числові значення, дістаємо

Оскільки виручка від реалізації акцій в обох банках однакова ($W_1 = W_2 = W$), цю величину можна винести за дужки в чисельнику й знаменнику і скоротити:

$$\bar{x} = \frac{W + W}{\frac{W}{x_1} + \frac{W}{x_2}} = \frac{W(1+1)}{W\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right)} = \frac{2}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}}$$

$$\bar{x} = \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ грн.}$$

Виконуємо розрахунок:

Задача 2.

Розрахувати середню окупність витрат на розвиток новаторських робіт, яка характеризується даними табл. 1.

Таблиця 1

Новаторські роботи	Доход від використання, млн.гр.од. (W)	Окупність 1 млн. витрат на розвиток новаторства, млн.гр.од. (x)
Винаходи	391	4,6
Раціоналізаторські пропозиції	377	6,5
Разом	768	X

Рішення. Логічна формула окупності витрат на розвиток новаторства матиме вигляд

окупність витрат на розвиток новаторства =	Доход від використання робіт	
	Витрати на розвиток робіт	

Оскільки у ролі ваги f виступають витрати на розвиток робіт, які в таблиці відсутні,

$$\bar{x} = \frac{391 + 377}{\frac{391}{4,6} + \frac{377}{6,5}} = \frac{768}{143} = 5,37 \text{ млн.гр.од.}$$

то застосовується середня гармонічна

Задача 3. За даними таблиці 2 розрахувати середній відсоток виконання плану реалізації продукції

Таблиця 2

Підприємство	Фактичний обсяг реалізації продукції, тис. грн.	Відсоток виконання плану реалізації продукції, %
Головне	198,6	102,5
Філія 1	105,3	83,9
Філія 2	84,1	113,6
Разом	388,0	-

Рішення. Логічна формула відсотку виконання плану реалізації продукції матиме вигляд

Відсоток виконання плану реалізації продукції =	Фактичний обсяг реалізації продукції	
	Плановий обсяг реалізації продукції	

Оскільки у ролі ваги f виступає плановий обсяг реалізації продукції, які в таблиці відсутні, то застосовується середня гармонічна

$$\bar{x} = \frac{198,6 + 105,3 + 84,1}{\frac{198,6}{102,5} + \frac{105,3}{83,9} + \frac{84,1}{113,6}} \cdot 100\% = \frac{388,0}{393,3} \cdot 100\% = 98,7\%$$

Рішення можна провести іншим чином, розрахувавши плановий обсяг реалізації продукції $\bar{x} = 388,0 / 393,3 \cdot 100\% = 98,7\%$

Підприємство	Фактичний обсяг реалізації продукції, тис. грн.	Відсоток виконання плану реалізації продукції, %	Плановий обсяг реалізації продукції, тис. грн.
Головне	198,6	102,5	193,8=198,6/102,5%*100%
Філія 1	105,3	83,9	125,5=105,3/83,9%*100%
Філія 2	84,1	113,6	74,0=84,1/113,6%*100%
Разом	388,0	-	393,3

II. Середню геометричну застосовують тоді, коли загальний обсяг явища є не сумою, а добутком значень ознак. Ця середня використовується здебільшого для обчислення середніх коефіцієнтів (темтів) зростання і приросту при дослідженні динаміки.

Формула середньої геометричної простої $\bar{k} = \sqrt[n]{k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n}$, або $\bar{k} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}}$, де y_1 і y_n - початковий і кінцевий рівні динамічного ряду, k - коефіцієнти зростання, а n - число коефіцієнтів.

Середня геометрична визначається як добуток відносних величин динаміки x_i , які є кратним співвідношенням i -го значення показника до попереднього ($i-1$).

Задача 4. Кількість зареєстрованих злочинів за чотири роки зростає у 1,57 раз, у тому числі за перший рік — у 1,08, за другий — у 1,1, за третій — у 1,18, за четвертий — у 1,12 раз.

Рішення. Середньорічний коефіцієнт зростання кількості зареєстрованих злочинів становить

$\bar{x} = \sqrt[4]{1,08 \cdot 1,1 \cdot 1,18 \cdot 1,12} = \sqrt[4]{1,57} = 1,12$, тобто число зареєстрованих злочинів зросло щорічно у середньому на 12%.

III. Середня квадратична використовується для визначення показників варіації (коливання) ознаки - дисперсії і середнього квадратичного відхилення, які обчислюють на основі квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки від їхньої середньої арифметичної. Формула середньої квадратичної має такий вигляд:

проста -	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	зважена -	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum (x^2 \cdot f)}{\sum f}}$
-----------------	---------------------------------------	------------------	--

Позначення такі самі, що й у попередніх формулах середніх величин.

Задача 5. Маємо два квадрати зі сторонами 20 і 30 см. Визначити сторону квадрата, площа якого є середнім арифметичним площ цих квадратів.

Рішення. Сума площ двох квадратів дорівнює $20^2 + 30^2 = 1300$ см². Визначимо сторону шуканого квадрата. Вона дорівнюватиме кореню квадратному з половини загальної площі:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{1300}{2}} = \sqrt{650} = 25,5 \text{ см.}$$

Такий самий результат отримаємо, визначивши середню квадратичну:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{20^2 + 30^2}{2}} = \sqrt{650} = 25,5 \text{ см.}$$

Виконайте подібні задачі

Задача 6.

Протягом тижня два акціонерні банки, які продавали акції за ціною 8,0 і 4,0 грн за одну, одержали однакову виручку; по 2400 грн. Визначити середню ціну акції.

Задача 7.

Розрахувати середню окупність витрат на розвиток новаторських робіт, яка характеризується даними таблиці

Новаторські роботи	Доход від використання, мпн.гр.од. (W)	Окупність 1 млн. витрат на розвиток новаторства, мпн.гр.од. (x)
Винаходи	590	7,6
Рационалізаторські пропозиції	577	8,5
Разом	1167	X

Задача 8

За даними таблиці розрахувати середній відсоток виконання плану реалізації продукції

Підприємство	Фактичний обсяг реалізації продукції, тис. грн.	Відсоток виконання плану реалізації продукції, %
Головне	153,6	112,5
Філія 1	102,3	73,9
Філія 2	74,1	133,6
Разом		-

Задача 9.

Кількість зареєстрованих злочинів за чотири роки зросла у 1,37 раза, у тому числі за перший рік — у 1,03, за другий — у 1,12, за третій — у 1,18, за четвертий — у 1,15 раза.

Задача 10. Маємо два квадрати зі сторонами 40 і 50 см. Визначити сторону квадрата, площа якого є середнім арифметичним площ цих квадратів.