

Soit $F(x)$ une fonction de répartition tel que :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in] -\infty, 1] \\ \ln \ln(x) & \text{si } x \in [1, e] \\ 1 & \text{si } x \in [e, +\infty[\end{cases}$$

La fonction de densité de probabilité de X est définie comme suit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \in [1, e] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Calcul de l'espérance et de la variance

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$= \int_1^e 1 dx$$

$$= \int_1^e x' dx$$

$$= 1e - 1$$

$$Var(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx$$

$$= \int_1^e \left(\frac{x^2}{2} \right)' dx$$

$$= \frac{e^2 - 1}{2}$$

Rappel : Loi normale

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\}.$$

μ : Moyenne

σ : *Ecart Type*

Remarque :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \quad (A \text{ admettre sans démonstration})$$

La fonction f est paire autour d'un axe de symétrie $x=\mu$ car $f(x+\mu) = f(\mu-x)$

$$P(x \leq \mu) = \frac{1}{2}$$

Une variable aléatoire continue X suit une loi normale centrée réduite $N(0, 1)$ si sa densité de probabilité est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

Cette fonction est paire car $f(-x) = f(x)$

La dérivée première : $f'(x) = -xf(x)$ est une fonction impaire