



ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn: TOÁN 9

Ngày kiểm tra: 11/3/2022

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 3} \quad \text{và} \quad B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2}{2 - \sqrt{x}} - \frac{7\sqrt{x} - 6}{x - 4} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 4.$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Cho biểu thức $P = \frac{B}{A}$. Chứng minh: $P = \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II (2,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là $240m$. Người ta dự định mở rộng khu vườn bằng cách tăng chiều dài thêm $9m$, tăng chiều rộng thêm $7m$, sao cho khu vườn vẫn là hình chữ nhật, do vậy diện tích khu vườn sẽ tăng thêm $963m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn ban đầu.

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{2}{y-2} = 6 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0 \quad (1)$ (x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 5$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm.

Bài IV (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) và điểm K nằm bên ngoài đường tròn (O) . Kẻ hai tiếp tuyến KA, KB với đường tròn (O) , A và B là các tiếp điểm. Từ điểm K vẽ đường thẳng d cắt đường tròn (O) tại hai điểm C, D ($KC < KD$, d không đi qua tâm O).

1) Chứng minh tứ giác $KAOB$ là tứ giác nội tiếp.

2) Gọi giao điểm của đoạn thẳng AB với đoạn thẳng OK là M . Chứng minh $KA^2 = KC \cdot KD = KM \cdot KO$.

3) Chứng minh đường thẳng AB chứa tia phân giác của $\angle C$ của $\triangle CDM$.

Bài V (0,5 điểm)

Cho a, b là các số dương thỏa mãn $a + b = 3$. Chứng minh rằng:

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{169}{18}.$$

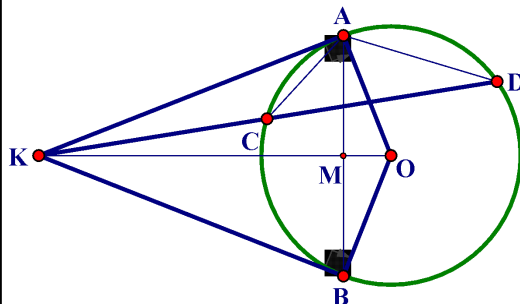
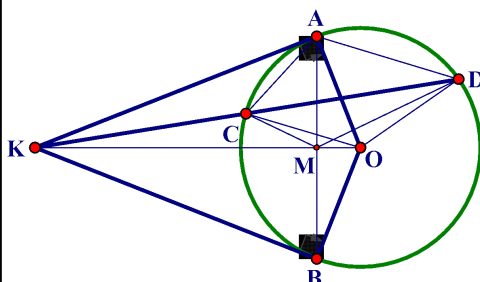
.....Hết.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.	0,5
		Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A = \frac{\sqrt{16}-2}{2\sqrt{16}+3} = \frac{2}{11}$	0,25
	2)	Cho biểu thức $P = \frac{B}{A}$. Chứng minh: $P = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$.	1,0
		$B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{2-\sqrt{x}} - \frac{7\sqrt{x}-6}{x-4}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{7\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	
		$= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{7\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$= \frac{x-2\sqrt{x}+3\sqrt{x}-6+2\sqrt{x}+4-7\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	
		$= \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$	0,25
		$\Rightarrow P = \frac{B}{A} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} \Rightarrow P = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$	0,25
	3)	Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất.	0,5
		$P = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}+4-1}{\sqrt{x}+2} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}+2}$	0,25
		Với $x \geq 0$ thì $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+2 \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{1}{2}$	
		$\Rightarrow 2 - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \geq \frac{3}{2} \Rightarrow P \geq \frac{3}{2}$.	0,25
		Dấu “=” xảy ra khi $x = 0$ (TMĐK) $\Rightarrow \min P = \frac{3}{2}$ khi $x = 0$.	

		Vậy khi $x = 0$ thì P đạt giá trị nhỏ nhất.	
Bài II 2,0 điểm		Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là $240m$. Người ta dự định mở rộng khu vườn bằng cách tăng chiều dài thêm $9m$, tăng chiều rộng thêm $7m$, do vậy diện tích khu vườn sẽ tăng thêm $963m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn ban đầu.	2,0
		+) Gọi chiều dài của mảnh vườn là $x(m) (x > 0)$; chiều rộng của mảnh vườn là $y(m) (y > 0, x \geq y)$.	0,25
		+) Vì chu vi mảnh vườn là $240m$ nên ta có phương trình $2(x + y) = 240 \Leftrightarrow x + y = 120$.	0,25
		+) Chiều dài sau khi mở rộng là $x + 9(m)$; chiều rộng sau khi mở rộng là $y + 7(m)$.	0,25
		+) Diện tích mảnh vườn ban đầu là $xy(m^2)$; diện tích mảnh vườn sau khi mở rộng là $(x + 9)(y + 7)(m^2)$.	0,25
		+) Vì diện tích khu vườn sẽ tăng thêm $963m^2$, nên ta có phương trình: $(x + 9)(y + 7) - xy = 963 \Leftrightarrow 7x + 9y = 900$.	0,25
		+) Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 120 \\ 7x + 9y = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + 7y = 840 \\ 7x + 9y = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 120 \\ 2y = 60 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 120 \\ y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 90 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$	0,25
		Vậy chiều dài, chiều rộng của khu vườn ban đầu lần lượt là $90m; 30m$.	0,25
Bài III 2,5 điểm	1)	$\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{2}{y-2} = 6 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases} \quad (I)$	1,0
		Giải hệ phương trình :	
		Điều kiện $x \neq -1; y \neq 2$.	0,25
		$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y-2} = 3 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y-2} = 3 \\ \frac{6}{x+1} = 6 \end{cases}$	0,25

Bài IV 3,0 điểm		$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \frac{1}{y-2} = 3 \\ \frac{1}{x+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y-2} = 2 \\ \frac{1}{x+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2 = \frac{1}{2} \\ x+1 = 1 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{2} \\ x = 0 \end{cases} \text{ (TMĐK).}$ $(x;y) = \left(0;\frac{5}{2}\right).$ Vậy hệ phương trình có nghiệm	0,25
	2)	Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$ (1) (x là ẩn số).	1,5
		a) Giải phương trình (1) khi $m = 5$.	
		b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm.	
		a) Thay $m = 5$ vào phương trình (1) ta nhận được: $x^2 - 2(5-1)x + 5^2 - 3.5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 10 = 0.$	0,25
		+) Tính được $\Delta' = 6 \Rightarrow \Delta' > 0.$	0,25
		Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 4 + \sqrt{6};$ $x_2 = 4 - \sqrt{6}.$	0,25
		Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{4 + \sqrt{6}; 4 - \sqrt{6}\}.$	0,25
		b) $\Delta' = (m-1)^2 - m^2 + 3m = m + 1.$	0,25
	Phương trình (1) có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1.$ Kết luận phương trình có hai nghiệm khi $m \geq -1.$	0,25	
1)	Chứng minh tứ giác $KAOB$ là tứ giác nội tiếp.		1,25
		+) Vẽ hình đúng đến câu 1.	0,25
		+) Lập luận được $\widehat{KAO} = \widehat{KBO} = 90^\circ.$	0,25
		+) Tứ giác $KAOB$ có:	0,25

		$\angle KAO + \angle KBO = 180^\circ$, mà hai góc ở vị trí đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác $KAOB$ là tứ giác nội tiếp.	
2)	Chứng minh $KA^2 = KC \cdot KD = KM \cdot KO$.		1,25
		+) Lập luận được $AB \perp OK$ tại M .	0,25
		+) Lập luận được $KA^2 = KM \cdot KO$.	0,25
		+) Xét (O) có: $\angle KAC = \angle KDK$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AC}$).	0,25
		+) Chỉ ra được $\triangle KAC$ đồng dạng với $\triangle KDA$. $\Rightarrow KA^2 = KC \cdot KD$.	0,25
		$\Rightarrow KA^2 = KC \cdot KD = KM \cdot KO$.	0,25
	Chứng minh đường thẳng AB chứa tia phân giác của $\angle CMD$.		0,5
		+) Từ $KC \cdot KD = KM \cdot KO$ lập luận được tứ giác $CMOD$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle CMO = \angle CDO; \angle CMK = \angle ODK$.	0,25
		+) $\triangle OCD$ cân tại O $\Rightarrow \angle OCD = \angle ODC$, nên suy được $\angle CMO = \angle CMK \Rightarrow \angle CMA = \angle DMA$ $\Rightarrow$ đường thẳng AB chứa tia phân giác của $\angle CMD$.	0,25
	Cho a, b là các số dương thỏa mãn $a + b = 3$. Chứng minh rằng:		
	$\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{169}{18}.$		0,5
Bài V 0,5 điểm			

		+) Chứng minh: $(a^2 + b^2) \geq \frac{1}{2}(a+b)^2$; $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ +) Ta có: $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{1}{2} \cdot \left(a + b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{1}{2} \cdot \left(a + b + \frac{4}{a+b}\right)^2 \Leftrightarrow (1)$	0,25
		Thay $a+b=3$. $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{1}{2} \cdot \left(3 + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{169}{18}$ +) Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=\frac{3}{2}$.	0,25
	C2	+) Chứng minh: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ +) Ta có: $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \frac{169}{36} \geq 2 \cdot \frac{13}{6} \left(a + \frac{1}{b}\right) \Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \frac{169}{36} \geq \frac{13}{3} \left(a + \frac{1}{b}\right) (1)$ +) Tương tự, có: $\left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{169}{36} \geq \frac{13}{3} \left(b + \frac{1}{a}\right) (2)$	0,25
		+) Cộng vế với vế của (1) và (2), ta có: $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{169}{18} \geq \frac{13}{3} \left[\left(a + b\right) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \right]$ $\Rightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{169}{18} \geq \frac{13}{3} \left[\left(a + b\right) + \frac{4}{a+b} \right] = \frac{169}{9}$ $\Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{169}{18}.$ +) Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=\frac{3}{2}$.	0,25

