

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

المدة : 4 ساعة ونصف

المستوى : 3 تقني رياضي

التمرين الأول : 05 ن

- في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ من الفضاء تعطى النقط $C(3, 2, 4); B(-3, -1, 7); A(2, 1, 3)$
- 1- أثبت أن النقط A, B, C ليست على استقامة واحدة.
 - 2- ليكن (d) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيط $x = -7 + 2t, y = -3t, z = 4 + t$ حيث $t \in \mathbb{R}$
(أ) بين أن المستقيم (d) عمودي على المستوى (ABC) .
(ب) أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .
3- لتكن النقطة H المشتركة للمستقيم (d) والمستوي (ABC) .
(أ) بين أن النقطة H مرجح الجملة $\{(A; -2)(B; -1)(C; 2)\}$.
(ب) عين طبيعة المجموعة (T_1) للنقط M من الفضاء و التي تحقق :
$$(-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}) \cdot (\vec{MB} - \vec{MC}) = 0$$
 وحدد عناصره المميزة.
(ج) عين طبيعة المجموعة (T_2) للنقط M من الفضاء و التي تحقق $\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$ وحدد عناصره المميزة.
(د) عين الطبيعة و العناصر المميزة للمجموعة $(T_1 \cap T_2)$.
(هـ) هل النقطة $S(-8, 1, 3)$ تنتمي للمجموعة $(T_1 \cap T_2)$.

التمرين الثاني : 05 نقطة

- نضع من أجل كل عدد مركب $Z: P(Z) = Z^3 + (2\sqrt{3} - i)Z^2 + (4 - 2\sqrt{3}i)Z - 4i$
- 1- (أ) احسب $P(i)$.
(ب) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون $P(Z) = (Z - i)(Z^2 + aZ + b)$.
(ج) حل المعادلة $P(Z) = 0$.
 - 2- نعتبر الأعداد المركبة $Z_1 = i, Z_2 = -\sqrt{3} - i, Z_3 = -\sqrt{3} + i$
(أ) أكتب $\frac{Z_2}{Z_3}$ على الشكل المثلثي.
(ب) أكتب $\left(\frac{Z_2}{Z_3}\right)^{2014}$ على الشكل الجبري.
(ج) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $(Z_2 \times Z_3)^n = 64$.

3- A, B و C صور الأعداد Z_1, Z_2, Z_3 على الترتيب

(أ) عين النقطة G مرجح الجملة $\{(A; 2)(B; -1)(C; 1)\}$.

(ب) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $2MA^2 - MB^2 + MC^2 = 2$.

التمرين الثالث : 04 ن

1- جد القاسم المشترك الأكبر للعددين : 225 و 180 .

2- حل في المجموعة ZxZ المعادلة ذات المجهول $(x; y) : (I) : 225x - 180y = 90$.

3- عين مجموعة حلول المعادلة (I) التي تحقق : $|x - y + 1| < 2$.

4- a و b عدنان طبيعيين يكتبان على الترتيب 52 و 252 في النظام ذو الأساس α , ويكتبان 44 و 206 في النظام

ذو الأساس β . عين α و β ثم أكتب a و b في النظام العشري .

التمرين الرابع : 06 ن

الجزء الأول:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال : $]0; 20]$ بـ : $f(x) = (3e^2 - x)\ln(x) + 10$.
1- (أ) أحسب نهاية الدالة f عند 0 .

(ب) أحسب القيمة المضبوطة لـ $f(e^2)$ ثم أعطي تقريب لها بـ 10^{-2} .

2- بين أنه من أجل كل x من $]0; 20]$: $f'(x) = -\ln(x) + \frac{3e^2}{x} - 1$ حيث f' هي الدالة المشتقة لـ f .

3- نفرض أن الدالة المشتقة f' متناقصة تماما على المجال $]0; 20]$ وجدول تغيراتها كما يلي :

x	0	e^2	20
$f'(x)$	$0 + \infty$		$f'(20)$

1) انطلاقا من جدول التغيرات حدد إشارة الدالة f' .

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .

4- (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا نرمز له بالرمز α على المجال $[0.6 ; 0.7]$.

(ب) بين أن $f(x) < 0$ من أجل كل x من المجال $]0; \alpha[$. وأن $f(x) > 0$ من أجل كل x من المجال $[\alpha ; 20]$.

الجزء الثاني :

في مؤسسة صناعية تنتج وتبيع كل أسبوع x آلاف من جهاز DVD حيث $x \in]0; 20]$. الربح الصافي للمؤسسة نعبر عليه بـ $f(x)$ مليون دينار (حيث f هي الدالة المدروسة في الجزء الأول) .

1- أعطي عدد أجهزة DVD التي يجب صناعتها على الأقل من أجل ضمان ربح .

2- أعطى عدد أجهزة DVD التي يجب صنعها للحصول على أكبر ربح ممكن حيث ثمن جهاز DVD الواحد 1000 دينار .

- لا يقاس غنى المجتمع بكمية ما يملك من أشياء , بل بمقدار ما فيه من أفكار – مالك بن نبي