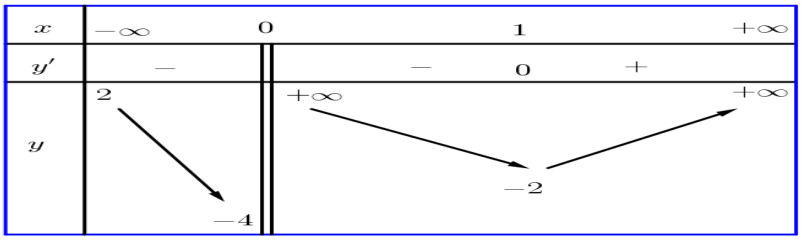
**SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ** **ĐỀ KSCL ÔN THI TN THPT 2026**

**THPT NGUYỄN VIẾT XUÂN** **MÔN THI: TOÁN 12**

*Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)*

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.**

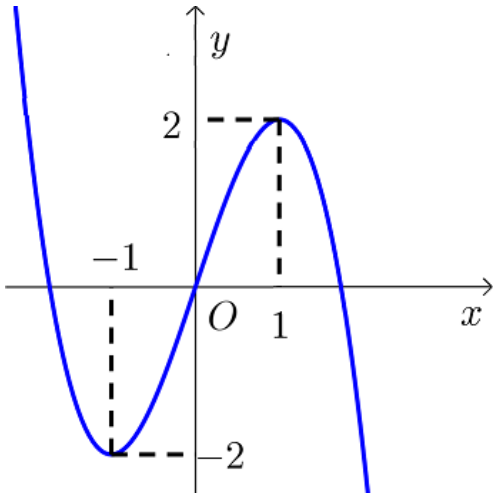
**Câu 1.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

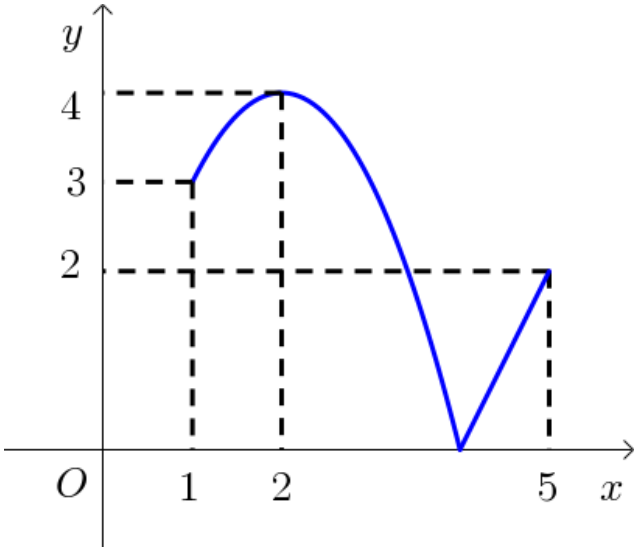
**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $3$.

**Câu 2.** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=-x^3+3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Trên đoạn $[1;5]$, hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại điểm

**A.** $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$.

**Câu 4.** Cho cấp số nhân $(u_n)$ và công bội $q=3$. Giá trị của $u_4$ bằng

**A.** $54$. **B.** $162$. **C.** $24$. **D.** $48$.

**Câu 5.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-7$ | | $-4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-6$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

**A.** $x=-7$. **B.** $x=-6$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-3$.

**Câu 6.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{AC}$. Gọi $G'$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng

**A.** $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c})$. **B.** $\frac{1}{3}(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c})$. **C.** $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$. **D.** $\frac{1}{3}(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

**Câu 7.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+x+3}{1-x}$ đi qua điểm nào dưới đây?

**A.** $N(2;1)$. **B.** $Q(1;1)$. **C.** $P(2;-2)$. **D.** $M(1;2)$.

**Câu 8.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2-1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

**A.** $7$. **B.** $-2$. **C.** $1$. **D.** $-1$.

**Câu 9.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

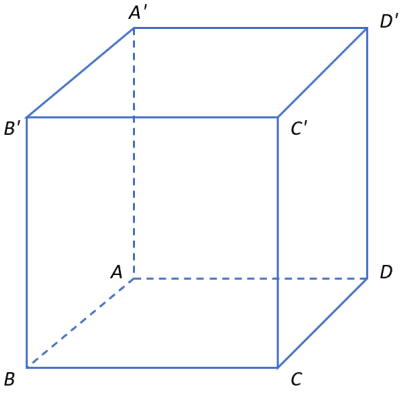
| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Câu 10.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa hình vẽ)




Khẳng định nào sau đây là đúng

**A.** $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

**B.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

**C.** $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

**D.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

**Câu 11.** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x-1}{x-2}$ là

**A.** $y = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -2$. **D.** $y = 2$.

**Câu 12.** ] Hàm số $y = x^4 - 8x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

**A.** $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Một công ty robotics thử nghiệm một xe tự hành giao hàng chuyển động thẳng trên đoạn đường thí nghiệm. Quãng đường $S(t)$ (mét) mà xe đã đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động tới thời điểm $t$ (giây) được mô tả bởi công thức $S(t) = -\dfrac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$.

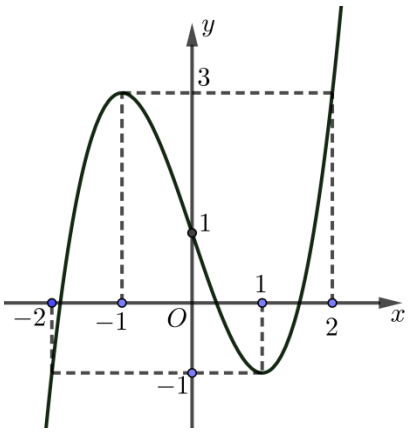
**a)** Trong khoảng thời gian $8$ giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của xe là $26\ (m/s)$.

**b)** Vận tốc của xe tại thời điểm $t = 3(s)$ là $21(m/s)$.

**c)** Quãng đường mà xe đi được trong $8$ giây đầu (làm tròn đến hàng đơn vị) là 157 mét.

**d)** Trong khoảng thời gian từ $0 \le t \le 10$ giây, có thời điểm xe dừng lại.

**Câu 2.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



**a)** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**b)** Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $2$.

**c)** Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

**d)** $f(x)=x^3-3x+1$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

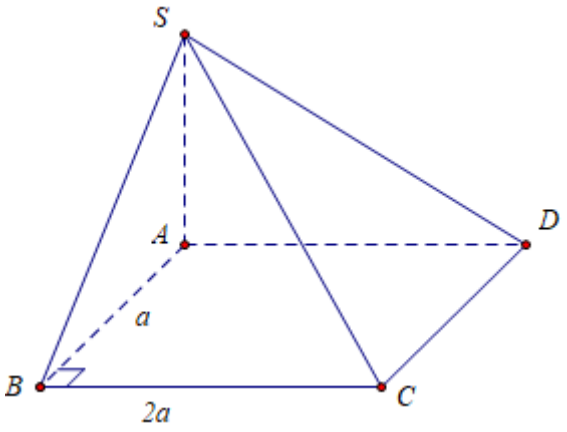
**a)** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y=-3x-11$ đi qua điểm $B(1;-6)$.

**b)** Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $-4$.

**c)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;2)$.

**d)** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$.

**Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a, BC=2a$, $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$.




**a)** Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AC$ và $SB$ bằng $\dfrac{2a}{3}$.

**b)** Thể tích khối chóp $S.ABD$ bằng $2a^3$.

**c)** $BC\perp(SAB)$.

**d)** sin góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

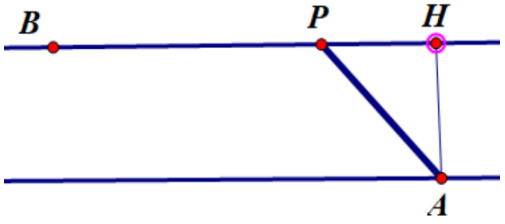
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Giả sử lợi nhuận (tính bằng nghìn đồng) của một quán cà phê nhỏ trong ngày thứ $x$ của một tháng được cho bởi công thức $h(x)=-2x^2+40x+700$. Trong đó $x$ là số ngày tính từ ngày đầu tiên của tháng. Do vào đầu tháng, quán bắt đầu có chương trình ưu đãi nên lượng khách tăng nhanh, sau đó lợi nhuận đạt đỉnh rồi giảm dần về cuối tháng. Giả sử tháng đó có $30$ ngày. Hỏi trong bao nhiêu ngày của tháng, lợi nhuận của quán cà phê tăng và với ngày liền trước?

**Câu 2.** Cho hàm số $y=\dfrac{6x-4}{3x+1}$ có đồ thị $(C)$ và $I$ là giao điểm của hai đường tiệm cận. Gọi $M$ là giao điểm của đồ thị $(C)$ và trục tung. Tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ cắt các đường tiệm cận tại hai điểm $A$ và $B$. Tính diện tích tam giác $IAB$.

**Câu 3.** Một xưởng sản xuất thiết bị gia dụng dự định sản xuất không quá $400$ sản phẩm trong một đợt. Tổng doanh thu khi bán hết $x$ sản phẩm được mô tả bằng hàm số $F(x)=-x^2+8000x+100.000$ (đồng). Chi phí (điện, khấu hao máy, lương công nhân, ...) để sản xuất một sản phẩm là $G(x)=\dfrac{100.000}{2x+5}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu khi chưa triết khấu là $H(x)=50x^2+2000x+50000$ (đồng). Công ty cung cấp nguyên liệu đang chạy chương trình khuyến mại nhân dịp kỷ niệm thành lập công ty nên giảm $5\%$ tổng tiền mua nguyên liệu này. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm trong dịp này để lợi nhuận cao thu được là lớn nhất.

**Câu 4.** Một đường cáp điện được kéo từ một trạm điện $A$ ở một bên sông rộng $900$ mét đến một nhà máy $B$ ở bờ bên kia của sông, nhà máy cách trạm điện $3000$ mét tính xuôi theo bờ sông. Đường cáp này được mô hình hoá thành đường gấp khúc $APB$ như hình vẽ, trong đó $PB$ là đoạn đặt trên bờ sông. Giả định rằng tỉ lệ giữa chi phí để kéo 1 mét cáp dưới nước và chi phí kéo 1 mét trên bờ là $1,25$. Hỏi để tiết kiệm chi phí thì vị trí $P$ cách nhà máy $B$ bao nhiêu mét?




**Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$.

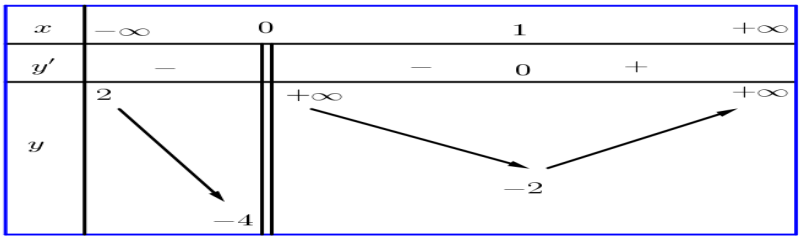
**Câu 6.** Công ty VinaElectro sản xuất một loại thiết bị điển tử tiêu dùng và đánh số seri cho từng sản phẩm bằng một mã 6 chữ số được tạo ngẫu nhiên từ các số $0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9$ và chữ số đầu tiên không được là $0$. Trong một chương trình khuyến mãi nhân dịp ra mắt sản phẩm mới, công ty muốn tặng quà cho khách hàng nếu sản phẩm của họ mua có mã seri "**đặc biệt**" – là mã số có tích các chữ số bằng $1400$. Biết xác suất để khách hàng được tặng quà (tức có mã "**đặc biệt**") là $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $b-a$.

**-HẾT-**

# HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $3$.

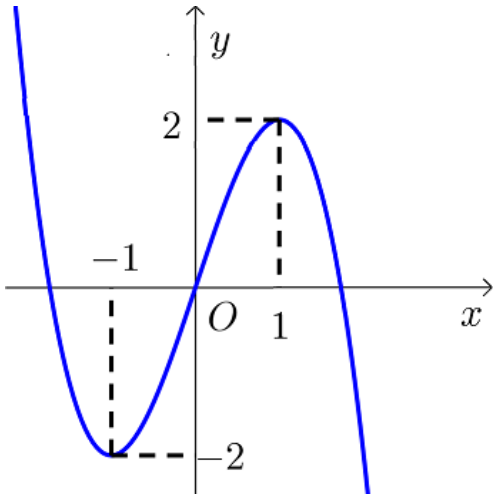
**Lời giải**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty \Rightarrow x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2\Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số có $2$ đường tiệm cận.

**Câu 2.** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?




**A.** $y=-x^3+3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.

**Lời giải**

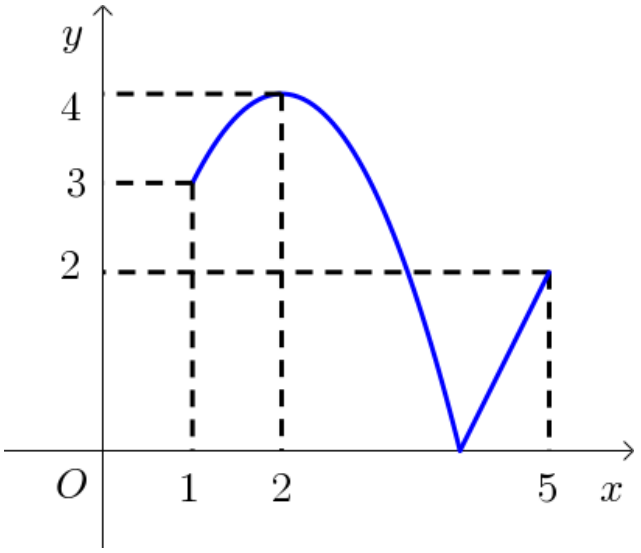
Hàm số bậc ba có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$

* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty \Rightarrow a<0$ nên loại phương án C và D.

* Đồ thị đi qua điểm $A(-1;-2)$ nên loại phương án A, chọn phương án B.

Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^3+3x$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ sau




Trên đoạn $[1;5]$, hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại điểm

**A.** $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

Trên đoạn $[1;5]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $4$ tại $x=2$.

**Câu 4.** Cho cấp số nhân $(u_n)$ và công bội $q=3$. Giá trị của $u_4$ bằng

**A.** $54$. **B.** $162$. **C.** $24$. **D.** $48$.

**Lời giải**

Ta có công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n=u_1.q^{n-1}$.

Do đó: $u_4=u_1.q^3=2.3^3=54$.

**Câu 5.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-7$ | | $-4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-6$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

**A.** $x=-7$. **B.** $x=-6$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-3$.

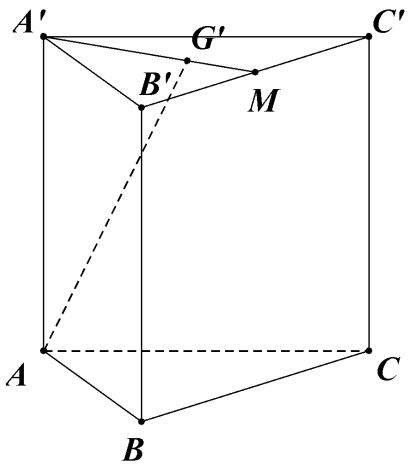
**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực đại của hàm số là $x=-4$.

**Câu 6.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{AC}$. Gọi $G'$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng

**A.** $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c}\right)$. **B.** $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}\right)$. **C.** $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. **D.** $\frac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

**Lời giải**




Ta có $\overrightarrow{AG'}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'G'}=\overrightarrow{AA'}+\frac{2}{3}\overrightarrow{A'M}=\overrightarrow{AA'}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'C'}\right)=\frac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

**Câu 7.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{-x^2+x+3}{1-x}$ đi qua điểm nào dưới đây?

**A.** $N\left(2;1\right)$. **B.** $Q\left(1;1\right)$. **C.** $P\left(2;-2\right)$. **D.** $M\left(1;2\right)$.

**Lời giải**

Ta có $y=\frac{-x^2+x+3}{1-x}=x+\frac{3}{1-x}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x$.

Như vậy đường tiệm cận xiên đi qua điểm $Q\left(1;1\right)$.

**Câu 8.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2-1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

**A.** $7$. **B.** $-2$. **C.** $1$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

Ta có: $y'=4x^3-4x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Xét trên đoạn $[0;2]$ có $f(0)=-1$; $f(1)=-2$; $f(2)=7$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng $-2$.

**Câu 9.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

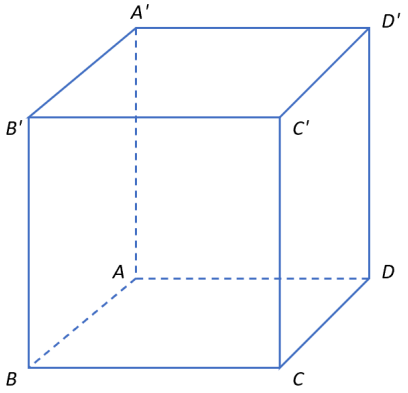
**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

Từ BBT suy ra hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

**Câu 10.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa hình vẽ)




Khẳng định nào sau đây là đúng

**A.** $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

**B.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

**C.** $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

**D.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

**Lời giải**

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

**Câu 11.** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x-1}{x-2}$ là

**A.** $y = -2$.

**B.** $x = 2$.

**C.** $x = -2$.

**D.** $y = 2$.

**Lời giải**

$$\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-2x-1}{x-2} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-2-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{2}{x}} = -2 \Rightarrow y = -2$$

là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 12.** Hàm số $y = x^4 - 8x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

**A.** $(-2;0)$.

**B.** $(-\infty;-2)$.

**C.** $(-\infty;+\infty)$.

**D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

$$y = x^4 - 8x^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 16x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên .

| $x$ | $-\infty$ | | -2 | | 0 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | -16 | ↗ | 0 | ↘ | 16 | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Một công ty robotics thử nghiệm một xe tự hành giao hàng chuyển động thẳng trên đoạn đường thí nghiệm. Quãng đường $S(t)$ (mét) mà xe đã đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động tới thời điểm $t$ (giây) được mô tả bởi công thức $S(t)=-\frac{1}{3}t^3+4t^2+9t$.

**a)** Trong khoảng thời gian $8$ giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của xe là $26\ (m/s)$.

**b)** Vận tốc của xe tại thời điểm $t=3(s)$ là $21(m/s)$.

**c)** Quãng đường mà xe đi được trong $8$ giây đầu (làm tròn đến hàng đơn vị) là 157 mét.

**d)** Trong khoảng thời gian từ $0\le t\le 10$ giây, có thời điểm xe dừng lại.

**Lời giải**

**a) Sai | b) Sai| c) Đúng | d) Đúng**

**a)** Ta có:

$v(t)=s'(t)=-t^2+8t+9$

$a(t)=v'(t)=-2t+8$

$a(t)=0\Leftrightarrow t=4$

Xét bảng biến thiên:

| $t$ | 0 | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $a'(t)$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $v(t)$ | | ↗ | 25 | ↘ | |

Vậy vận tốc của xe đạt giá trị lớn nhất là $25\ (m/s)$ khi $t=4(s)$

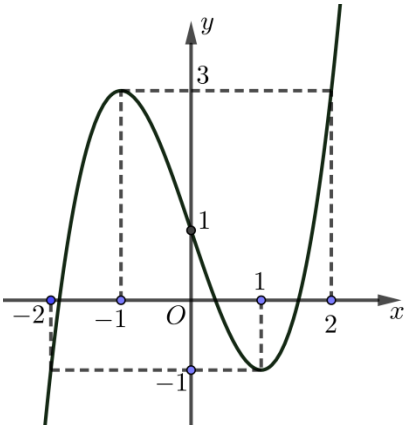
**b)** Khi $t=3(s)$ thì $v(3)=-3^2+8.3+9=24(m/s)$.

**c)** Ta có: $S(8)=-\frac{1}{3}8^3+4.8^2+9.8=\frac{472}{3}(m)\approx 157(m)$.

**d)** Xét $v(t)=0 \Leftrightarrow -t^2+8t+9=0 \Leftrightarrow t=9$.

Vậy xe dừng lại vào thời điểm $9$ (giây).

**Câu 2.** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




**a)** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**b)** Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $2$.

**c)** Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

**d)** $f(x)=x^3-3x+1$.

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai| c) Đúng | d) Đúng**

**a)** Trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**b)** Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 3.

**c)** Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=-1$ và $x=1$.

**d)** Gọi hàm số bậc ba có đồ thị như hình trên có dạng: $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

Dựa vào đồ thị ta thấy: Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên $d = 1$.

Toạ độ các điểm cực trị là $(-1;3)$ và $(1;-1)$ nên ta có hệ.

$$\begin{cases} -a+b-c+1=3 \\ a+b+c+1=-1 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $f(x)=x^3-3x+1$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

**a)** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y=-3x-11$ đi qua điểm $B(1;-6)$.

**b)** Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $-4$.

**c)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;2)$.

**d)** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai| c) Sai | d) Đúng**

**a)** Ta có: $y'=\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$

Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y=-3x-11$ nên ta có:

$$\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}=-3 \Rightarrow x^2+4x+3=-3x^2-12x-12.$$

$$\Rightarrow 4x^2+16x+15=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{3}{2} \\ x=-\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$$

+ Với $x=-\dfrac{5}{2} \Rightarrow y\left(-\dfrac{5}{2}\right)=-\dfrac{7}{2}$.

Phương trình tiếp tuyến: $y=-3\left(x+\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=-3x-11$.

+ Với $x=-\frac{3}{2}\Rightarrow y\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}$.

Phương trình tiếp tuyến: $y=-3\left(x+\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}=-3x-3$.

Ta thấy điểm $B(1;-6)$ thuộc đường thẳng $y=-3x-3$.

**b)** Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có: $y'=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$; $y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ $+\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | | ↗ | $-3$ | ↘ | $\|\|$ | ↘ | $1$ | ↗ |

Hàm số có $y_{CT}=-3$; $y_{CT}=1$.

Ta có: $y_{CD}+y_{CT}=-3+1=-2$.

**c)** Ta có: $y=\frac{x^2+3x+3}{x+2}=x+1+\frac{1}{x+2}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[x+1+\frac{1}{x+2}-(x+1)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{1}{x+2}\right)=0$.

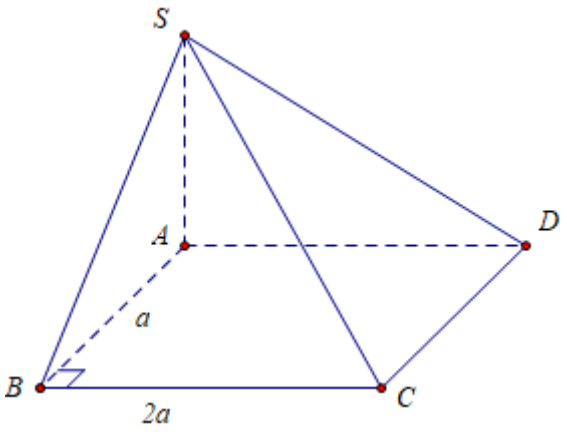
$\Rightarrow y=x+1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Thay tọa độ điểm $A(0;2)$ vào phương trình đường tiệm cận xiên ta được: $0+1=2$ (Vô lí).

Do đó: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho không đi qua điểm $A(0;2)$.

**d)** Từ bảng biến thiên ta có: Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$.

**Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a, BC=2a$, $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$.




**a)** Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AC$ và $SB$ bằng $\dfrac{2a}{3}$.

**b)** Thể tích khối chóp $S.ABD$ bằng $2a^3$.

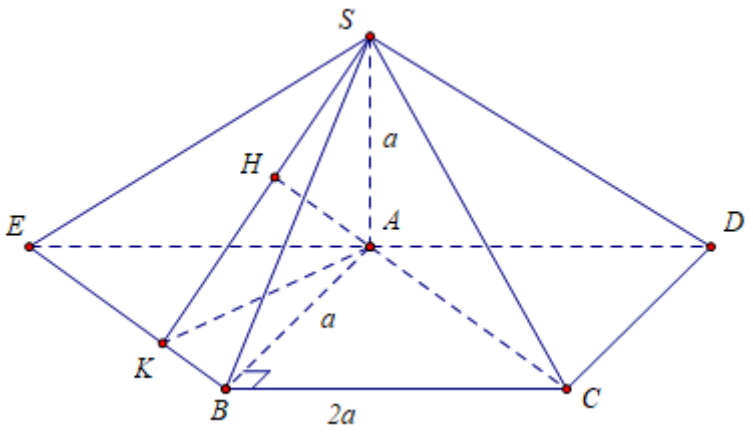
**c)** $BC\perp(SAB)$.

**d)** sin góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

**Lời giải**

**a) Sai | b) Sai| c) Đúng | d) Sai**

**a)**




Vẽ hình bình hành $ACBE$, ta có: $AC\,//\,BE$.

Mà $\begin{cases} BE \subset (SBE) \\ AC \not\subset (SBE) \end{cases}$

Suy ra $AC // (SBE) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE))$.

Gọi $K$ là hình chiếu của $A$ trên $BE$, ta có: $\begin{cases} BE \perp SA \\ BE \perp AK \end{cases} \Rightarrow BE \perp (SAK)$.

Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ trên $SK$, ta có: $\begin{cases} AH \perp SK \\ AH \perp BE \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBE)$.

Do đó $d(A, (SBE)) = AH$.

Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{AS^2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{4a^2} \Leftrightarrow AH = \frac{2a}{3}$.

**b)** Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3} AB.BC.SA = \frac{1}{3} a.2a.a = \frac{2a^3}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ABD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}.\frac{2a^3}{3} = \frac{a^3}{3}$.

**c)** Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

**d)** Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA}$.

Xét trong tam giác vuông $SAC$ có:

$SA = a,\ AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + \left(a\sqrt{5}\right)^2} = a\sqrt{6}$.

Khi đó $\sin(SC, (ABCD)) = \sin \widehat{SCA} = \frac{SA}{SC} = \frac{a}{a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Giả sử lợi nhuận (tính bằng nghìn đồng) của một quán cà phê nhỏ trong ngày thứ $x$ của một tháng được cho bởi công thức $h(x)=-2x^2+40x+700$. Trong đó $x$ là số ngày tính từ ngày đầu tiên của tháng. Do vào đầu tháng, quán bắt đầu có chương trình ưu đãi nên lượng khách tăng nhanh, sau đó lợi nhuận đạt đỉnh rồi giảm dần về cuối tháng. Giả sử tháng đó có $30$ ngày. Hỏi trong bao nhiêu ngày của tháng, lợi nhuận của quán cà phê tăng và với ngày liền trước?

**Lời giải**

**Đáp số : 10**

Hàm lợi nhuận là một hàm bậc hai $h(x)=-2x^2+40x+700$.

Lợi nhuận sẽ đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh của Parabol.

Giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x=10$.

Vì hệ số $a=-2<0$, nên hàm số đồng biến (lợi nhuận tăng) trên khoảng $(-\infty,10)$ và nghịch biến (lợi nhuận giảm) trên khoảng $(10,+\infty)$.

Do $x$ là số ngày của tháng ( $1\le x\le 30$ ), lợi nhuận tăng trong khoảng $x\in[1,10]$.

Vậy lợi nhuận của quán cà phê tăng trong 10 ngày đầu tiên của tháng và đạt giá trị lớn nhất tại ngày thứ 10.

**Câu 2.** Cho hàm số $y=\dfrac{6x-4}{3x+1}$ có đồ thị $(C)$ và $I$ là giao điểm của hai đường tiệm cận. Gọi $M$ là giao điểm của đồ thị $(C)$ và trục tung. Tiếp tuyến của $(C)$ tại $M$ cắt các đường tiệm cận tại hai điểm $A$ và $B$. Tính diện tích tam giác $IAB$.

**Lời giải**

**Đáp số : 4**

Tọa độ giao điểm $M$ với trục tung là $M(0,-4)$.

Ta có $y=\dfrac{6x-4}{3x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{18}{(3x+1)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M(0,-4)$ là $k=y'(0)=\dfrac{18}{(3(0)+1)^2}=18$

Phương trình tiếp tuyến $\Delta$ của $(C)$ tại $M$ có dạng: $y-y_M=k(x-x_M)\Rightarrow \Delta: y=18x-4$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=-\frac{1}{3}$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=2$.

Giao điểm $I$ của hai tiệm cận là $I\left(-\frac{1}{3},2\right)$

Giao điểm $A$ của tiếp tuyến $\Delta$ và TCĐ là $A\left(-\frac{1}{3},-10\right)$

Giao điểm $B$ của tiếp tuyến $\Delta$ và TCN là $B\left(\frac{1}{3},2\right)$

Tam giác $IAB$ là tam giác vuông tại $I$ nên $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}\cdot IA\cdot IB$

Ta có: $IA=|y_A-y_I|=|-10-2|=|-12|=12$; $IB=|x_B-x_I|=\left|\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)\right|=\left|\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right|=\left|\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$

Suy ra diện tích tam giác $IAB$ là $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot\frac{2}{3}=4$.

**Câu 3.** Một xưởng sản xuất thiết bị gia dụng dự định sản xuất không quá $400$ sản phẩm trong một đợt. Tổng doanh thu khi bán hết $x$ sản phẩm được mô tả bằng hàm số $F(x)=-x^2+8000x+100.000$ (đồng). Chi phí (điện, khấu hao máy, lương công nhân, ...) để sản xuất một sản phẩm là $G(x)=\frac{100.000}{2x+5}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu khi chưa triết khấu là $H(x)=50x^2+2000x+50000$ (đồng). Công ty cung cấp nguyên liệu đang chạy chương trình khuyến mại nhân dịp kỷ niệm thành lập công ty nên giảm $5\%$ tổng tiền mua nguyên liệu này. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm trong dịp này để lợi nhuận cao thu được là lớn nhất.

**Lời giải**

**Đáp số : 62**

Chi phí để sản xuất $x$ sản phẩm là $x.G(x)=\frac{100.000x}{2x+5}$

Chi phí nguyên liệu được giảm $5\%$ nên chi phí nguyên vật liệu là

$95\%.H(x)=0,95(50x^2+2000x+50000)=47,5x^2+1900x+47.500$ (đồng)

Khi đó lợi nhuận được tính bởi:

$$P(x)=F(x)-x.G(x)-0,95.H(x)$$

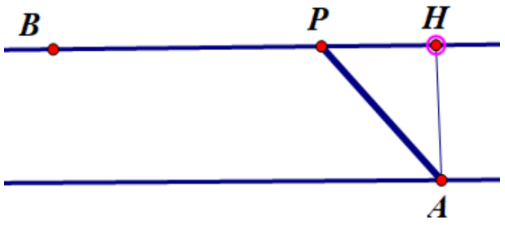
$$=-x^2+8000x+100.000-\frac{100.000x}{2x+5}-47,5x^2+1900x+47.500$$

$$=48,5x^2+6100x+52.500-\frac{100.000x}{2x+5}.$$

Xét hàm $P(x)$ trên đoạn $[0;400]$ ta có $P_{\text{Max}}=196.211.000$ đồng khi $x=63$

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất $62$ sản phẩm.

**Câu 4.** Một đường cáp điện được kéo từ một trạm điện $A$ ở một bên sông rộng $900$ mét đến một nhà máy $B$ ở bờ bên kia của sông, nhà máy cách trạm điện $3000$ mét tính xuôi theo bờ sông. Đường cáp này được mô hình hoá thành đường gấp khúc $APB$ như hình vẽ, trong đó $PB$ là đoạn đặt trên bờ sông . Giả định rằng tỉ lệ giữa chi phí để kéo 1 mét cáp dưới nước và chi phí kéo 1 mét trên bờ là $1,25$ . Hỏi để tiết kiệm chi phí thì vị trí $P$ cách nhà máy $B$ bao nhiêu mét?




**Lời giải**

**Đáp số : 1080**

Gọi $PB=x$ ( $0\le x\le 3000$ ) khi đó $PH=BH-BP=3000-x$ .

Đoạn cáp dưới nước là $AP=\sqrt{AH^2+PH^2}=\sqrt{900^2+(3000-x)^2}=\sqrt{x^2-6000x+9810000}$

Do chi phí cáp đi dưới nước bằng $1,25$ lần chi phí cáp đi trên bờ nên ta có hàm số

$f(x)=1,25.\sqrt{x^2-6000x+9810000}+x$ trên đoạn $[0;3000]$ (Có thể dùng máy tính)

Ta có $f'(x)=\dfrac{1,25(2x-6000)}{2\sqrt{x^2-6000x+9810000}}+1=\dfrac{1,25(x-3000)+\sqrt{x^2-6000x+9810000}}{2\sqrt{x^2-6000x+9810000}}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{1,25(2x-6000)}{2\sqrt{x^2-6000x+9810000}}+1=0$

$\Leftrightarrow\dfrac{1,25(x-3000)+\sqrt{x^2-6000x+9810000}}{2\sqrt{x^2-6000x+9810000}}=0$

$\Leftrightarrow 1,25(x-3000)+\sqrt{x^2-6000x+9810000}$

$\Leftrightarrow\sqrt{x^2-6000x+9810000}=1,25(3000-x)$

$\Leftrightarrow x=1800$.

Ta có $f(0)=375\sqrt{109};f(1800)=3675;f(3000)=4125$.

Vậy $f(x)$ min khi $x=1800$ hay $P$ cánh $B$ một khoảng $1800$ mét.

**Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$.

**Lời giải**

**Đáp số : 1**

Xét phương trình:

$f'(x)=0$

$\Leftrightarrow(x-1)(x^2-3)(x^4-1)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x^2-3=0\\x^4-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $-1$ | | $1$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Vì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm 1 lần tại $x=-1$ nên hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực đại.

**Câu 6.** Công ty VinaElectro sản xuất một loại thiết bị điển tử tiêu dùng và đánh số seri cho từng sản phẩm bằng một mã 6 chữ số được tạo ngẫu nhiên từ các số $0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9$ và chữ số đầu tiên không được là $0$. Trong một chương trình khuyến mãi nhân dịp ra mắt sản phẩm mới, công ty muốn tặng quà cho khách hàng nếu sản phẩm của họ mua có mã seri "**đặc biệt"** – là mã số có tích các chữ số bằng $1400$. Biết xác suất để khách hàng được tặng quà (tức có mã "**đặc biệt**") là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in \mathbb{N}^*$. Tính $b-a$.

**Lời giải**

**Đáp số : 1499**

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=9.10^5=900000$.

Gọi $A$ là biến cố: "Khách hàng được tặng quà"

Vì mã seri "**đặc biệt"** là mã số có tích các chữ số bằng $1400$, mà dãy số có 6 chữ số nên ta ta chỉ có 3 cách phân tích như sau:

$$1400=7.5^2.2^3=7.5.5.2.2.2=7.5.5.4.2.1=7.5.5.8.1.1$$

Do đó, số phần tử của biến cố $A$ chính là tổng số hoán vị của 3 bộ $\{7;5;5;2;2;2\}$, $\{7;5;5;4;2;1\}$, $\{7;5;5;8;1;1\}$. Suy ra số phần tử của biến cố $A$ là:

$$n(A)=\frac{6!}{2!.3!}+\frac{6!}{2!}+\frac{6!}{2!.2!}=600.$$

$\Rightarrow$ Xác suất khách hàng được tặng quà là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{600}{900000}=\frac{1}{1500}$.

$$\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=1500\end{cases}\Rightarrow b-a=1499.$$