

23.03.2022

Тема: Разложение на множители суммы и разности кубов.

Цели урока:

- научиться раскладывать на множители сумму и разность кубов.
- закрепить и проверить уровень знаний, умений и навыков применения формул сокращенного умножения;
- усовершенствовать навыки решения текстовых задач, использующих операции над числами, навыки решения простейших уравнений;
- развивать быструю работу мысли и внимательность.

Ход урока:

1. Организационный момент.
2. Актуализация опорных знаний

1. Найдите значение выражения:

$$\frac{(2^5)^3}{2^6 \cdot 2^2} = \frac{2^{15}}{2^8} = 2^7 = 128$$

2. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

$$(y+3)^2 - (y-2)(y+2) = y^2 + 6y + 9 - y^2 + 4 = 6y + 13$$

3. Повторение пройденного материала:

Для разложения на множители суммы кубов используется тождество

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2), (1)$$

Которое называют *формулой суммы кубов*.

Чтобы доказать тождество (1), умножим двучлен $a+b$ на трехчлен $a^2 - ab + b^2$:

$$\begin{aligned} (a+b)(a^2 - ab + b^2) &= \\ a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 &= a^3 + b^3 \end{aligned}$$

Множитель $a^2 - ab + b^2$ в правой части формулы (1) напоминает трехчлен $a^2 - 2ab + b^2$, который равен квадрату разности a и b . Однако вместо удвоенного произведения a и b в нем стоит просто их произведение.

Трехчлен $a^2 - ab + b^2$ называют *неполным квадратом разности* a и b . Итак, *сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и неполного квадрата их разности.*

Пример 1. Разложим на множители многочлен $27x^3 + y^3$.

Данный многочлен можно представить в виде суммы кубов двух выражений:

$$27x^3 + y^3 = (3x)^3 + y^3.$$

Применив формулу (1), получим

$$(3x)^3 + y^3 = (3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$$

Итак,

$$27x^3 + y^3 = (3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$$

Для разложения на множители разности кубов используется тождество

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2), (2)$$

Которое называют *формулой разности кубов*.

Чтобы доказать тождество (2), преобразуем произведение двучлена $a-b$ и трехчлена $a^2 + ab + b^2$, который называют *неполным квадратом суммы* a и b :

$$\begin{aligned} (a-b)(a^2 + ab + b^2) &= \\ a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 &= a^3 - b^3 \end{aligned}$$

Разность кубов двух выражений равна произведению разности этих выражений и неполного квадрата их суммы.

Пример 2. Разложим на множители $m^6 - n^3$.

Представим данный многочлен в виде разности кубов двух выражений и применим формулу (2). Получим

$$m^6 - n^3 = (m^2)^3 - n^3 = (m^2 - n)(m^4 + m^2n + n^2)$$

4.Закрепление нового материала: № 905, № 907, № 912.

№ 905. Разложите на множители многочлен:

а) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

б) $m^3 - n^3 = (m - n)(m^2 + mn + n^2)$

в) $8 + a^3 = 2^3 - a^3 = (2 - a)(4 + 2a + a^2)$

г) $27 - y^3 = 3^3 - y^3 = (3 - y)(9 + 3y + y^2)$

д) $t^3 + 1 = (t + 1)(t^2 - t + 1)$

е) $1 - c^3 = (1 - c)(1 + c + c^2)$

№907. Представьте выражение в виде суммы или разности кубов и разложите его на множители:

а) $8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

б) $1 + 27y^3 = 1^3 + (3y)^3 = (1 + 3y)(1 - 3y + 9y^2)$

в) $8 - \frac{1}{8}a^3 = 2^3 - (\frac{1}{2}a)^3 = (2 - \frac{1}{2}a)(4 + a + \frac{1}{4}a^2)$

г) $\frac{1}{64}m^3 + 1000 = (\frac{1}{4}m)^3 + 10^3 = (\frac{1}{4}m + 10)(\frac{1}{16}m^2 - 2,5m + 100)$

д) $125a^3 - 64b^3 = (5a)^3 - (4b)^3 = (5a - 4b)(25a^2 + 20ab + 16b^2)$

е) $\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{125}y^3 = (\frac{1}{3}x)^3 + (\frac{1}{5}y)^3 = (\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y)(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{15}xy + \frac{1}{25}y^2)$

№ 912. Представьте в виде произведения:

а) $a^3b^3 - 1 = (ab)^3 - 1^3 = (ab - 1)(a^2b^2 + ab + 1)$

б) $1 + x^3y^3 = 1^3 + (xy)^3 = (1 + xy)(1 - xy + x^2y^2)$

в) $8 - a^3c^3 = 2^3 - (ac)^3 = (2 - ac)(4 + 2ac + a^2c^2)$

г) $m^3n^3 + 27 = (mn)^3 + 3^3 = (mn + 3)(m^2n^2 - 3mn + 9)$

д) $x^6y^3 - c^3 = (x^2y)^3 - c^3 = (x^2y - c)(x^4 + x^2yc + c^2)$

е) $a^3 - m^3n^9 = a^3 - (mn^3)^3 = (a - mn^3)(a^2 + amn^3 + m^2n^6)$

5. Домашнее задание: п.36 с 180-181 выполнить №906, №908 с 181(классную работу не переписывать.)

Выполненную работу присылайте учителю на электронную почту

ekaterinaefremova160283@gmail.com