الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مـــديرية التربية بولاية قالمة — متقن شعلال مسعود-قالمة-

امتـحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — المـوسم الدراسي : 2018/2019

الشعبة:آداب وفلسفة ولغات

اختبار في مادة الرياضيات — المـــــــــدة : 2 سا

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول:(06ن)

ليكن العدد الطبيعي $a = 2010$

1. أ. تحقق أن : $a \equiv 1[7]$

ب. استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد $3a+10$ على 7 .

ج. بين أن $a^{1431} - 9 \equiv 6[7]$

2. أ. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 4^n على 7 .

ب. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $4^n + 3a^4 \equiv 0[7]$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

I- (u_n) متتالية حسابية معرفة على IN بالحدين : $u_{10} = 31$ و $u_{15} = 46$

1. عيّن أساس (u_n) و حدها الأول u_0 .

2. اكتب u_n بدلالة n .

3. أثبت أن 6028 حد من حدود المتتالية (u_n) .

4. احسب المجموع S حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$

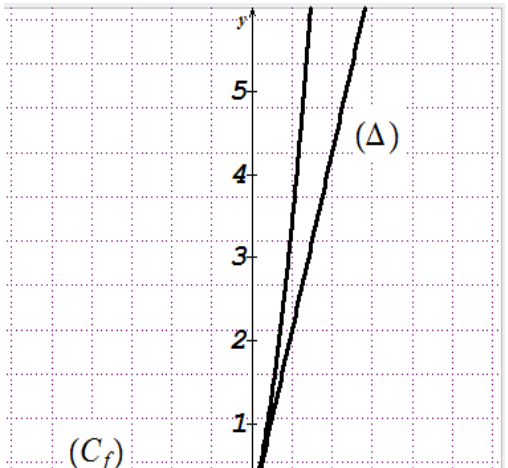
II- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على IN بـ: $v_n = 2 \times 8^n$

1. أثبت أن (v_n) متتالية هندسية .

2. احسب المجموع S' بدلالة n حبث: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.

التمرين الثالث (08نقاط)

في الشكل المقابل , المنحنى (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على R كما يلي :



$$f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$$

والمستقيم (Δ) هو مماس المنحني (C_f) عند مبدأ المعلم O, حيث :

$y = g(x)$ معادلة له.

I. بقراءة بيانية , عين :

1) عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

2) اشارة $f(x)$ على R

3) عدد حلول المعادلة $f(x) = g(x)$

II. باستعمال عبارة الدالة f :

1) ا) أحسب نهايتي الدالة f بجوار $-\infty$ و بجوار $+\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها

2) ا) أثبت أنه , من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = x(x + 2)^2$$

ب) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

3) بين أن : $g(x) = 4x$

4) بين أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $\frac{-4}{3}$

5) حل بيانيا المتراجحة $f(x) \leq 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(06 نقاط)

1) عين باقي القسمة الإقليدية على 12 للعدد 5^n من أجل: $n=0$, $n=1$ و $n=2$.

2) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k فإن:

$$5^{2k} \equiv 1[12]$$

- استنتج باقي قسمة 5^{2k+1} على 12 .

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k فإن :

$$17^{2020k} \equiv 1[12]$$

4) ما هو باقي قسمة 17^{2011} على 12 ؟

5) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد A يقبل القسمة على 12 حيث:

$$A = 17^{4n+5} + 85^{2n} + 10$$

التمرين الثاني:(06نقاط)

I يحوي كيس 6 كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس 2 حمراء، 2 خضراء، 2 بيضاء
نسحب كرتين من الكيس في آن واحد .ما إحتمال الحصول على
نفس اللون ،الألوان الثلاثة ،كرة بيضاء على الأقل .

IIنعتبر أن X هو عدد الكرات البيضاء الظاهرة في كل سحب
-عرف قانون احتمال X ، ثم أحسب الأمل الرياضي و التباين .

التمرين الثالث:(06نقاط)

f دالة معرفة على ب $f(x)=\dfrac{ax+b}{2x-1}$ حيث a و b عددان حقيقيان ،وليكن (C) تمثيلها في المستوي المزود بمعلم
.

1-عين a,b علما أن $y=\dfrac{-1}{2}$ مستقيم مقارب ل (C) و $A(0,-1)$ نقطة من (C) .

II نضع $f(x)=\dfrac{-x+1}{2x+1}$

1- أوجد مجموعة تعريف الدالة f ثم أحسب نهاياتها عند أطراف مجال مجموعة تعريفها ، و اعط تفسيرا بيانيا لكل نهاية .

2- أدرس إتجاه تغير الدالة f وأنجز جدول تغيراتها .

3- بين أن ل (C) مماسين عند نقطتين معامل توجيههما هو (-1) ، ثم أوجد معادلتيهما .

4- k عدد حقيقي ، ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=k$.

5 -عين نقط تقاطع (C) مع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-2x+2$.

6 –أرسم (C) و (Δ) في نفس المعلم .

المستوى : الثالثة ثانوي الشعبة : اداب و فلسفة +لغات اجنبية.	المادة : رياضيات الفصل: الثالث	السنة الدراسية : 2018 / 2019 الأستاذة : وارث الطاوس

عناصر الاجابة

الموضوع الاول :

التمرين الاول (06 نقاط)

1) أ - التحقق أن : $a\equiv 1[7]$ ..... (1)

لدينا $a = 7\times 9 + 1$ ومنه باقي القسمة الاقليدية للعدد a على 7 هو 1 أي : $a\equiv 1[7]$.

ب - استنتاج باقي القسمة الاقليدية للعدد $3a + 7$ على 7 :.....

لدينا : $3a + 10\equiv 3(1) + 10[7]$

و منه : $3a + 10\equiv 13[7]$

و منه : $3a + 10\equiv 6[7]$

و منه باقي قسمة $3a + 10$ على 7 هو 6 .

ج - تبيين أن $a^{1431} - 9\equiv 6[7]$: .....

لدينا $a^{1431} - 9\equiv 1^{1431} - 9[7]$

و منه $a^{1431} - 9\equiv 1 - 9[7]$

و منه $a^{1431} - 9\equiv -8[7]$

و منه $a^{1431} - 9\equiv -1[7]$

و منه $a^{1431} - 9\equiv 6[7]$

1.5

2) كتابة u_n بدلالة n : .....

لدينا : $u_n = u_p + nr = 1 + 3n$

0.5

3) اثبات أن 6058 حد من حدود (u_n) : .....

لدينا : $6058 = 1 + 3n$ و منه : $n = \dfrac{6057}{3} = 2019$

ومنه 6058 حد من حدود (u_n)

1

4) حساب المجموع S : .....

$S = u_0 + u_1 + \cdots \cdots + u_n = \dfrac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$

$= \dfrac{n+1}{2}(1 + 1 + 3n)$

$= \dfrac{n+1}{2}(2 + 3n)$

0.5

1.5

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ : $v_n = 2\times 8^2$.

1) اثبات أن (v_n) متتالية هندسية :.....

لدينا : $v_{n+1} = 2\times 8^{n+1} = 2\times 8^n\times 8 = 8v_n$

1

01

2) أ ـ دراسة بواقي قسمة 4^n على 7 :

لدينا $4^0 \equiv 1[7]$ و $4^1 \equiv 4[7]$ و $4^2 \equiv 2[7]$ و $4^3 \equiv 1[7]$

و منه بواقي قسمة 4^n على 7 هي دورية و دورها 3 .

التعميم

4^n	4^{3k}	4^{3k+1}	4^{3k+2}
r	1	4	2

ب ـ تعيين العدد الطبيعي n بحيث : $4^n + 3a^4 \equiv 0[7]$

لدينا : $4^n + 3a^4 \equiv 0[7]$

و منه : $4^n + 3a^4 \equiv 0[7]$

و منه : $4^n + 3(1) \equiv 0[7]$

و منه : $4^n + 3 \equiv 0[7]$

و منه : $4^n + 3 + 4 \equiv 4[7]$

و منه : $4^n \equiv 4[7]$

و منه $n = 3k + 1$.

التمرين الثاني : (06 نقاط)

1) تعيين الاساس و الحد الاول u_0 .

لدينا : $u_n = u_p + (n - p)r$

و منه : $u_{15} = u_{10} + (15 - 10)r$

و منه : $46 = 31 + 5r$

و منه : $46 - 31 = 5r$

و منه : $15 = 5r$

و منه : $r = \frac{15}{5} = 3$

تعيين الحد الاول u_0 :

لدينا : $u_n = u_p + (n - p)r$

و منه : $u_{10} = u_0 + (10 - 0)r$

و منه : $31 = u_0 + 10 \times 3$

و منه : $u_0 = 31 - 30 = 1$

حساب Δ

$\Delta = b^2 - 4ac = 64 - 48 = 16 > 0$

و منه المعادلة تقبل حلان متمايزان :

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8-4}{6} = \frac{-8}{6} = -2$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8+4}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$

و منه الدالة متناقصة تماما على المجال :

$\left[-2; -\frac{2}{3}\right]$ و

متزايدة تماما على كل من المجالين : $]-\infty; -2]$

و

$[-\frac{2}{3}; +\infty[$

جدول التغيرات :

1.5

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 8$ و حدها الاول

$v_0 = 2 \times 8^0 = 2$

2) حساب المجموع S'

لدينا :

$S' = v_0 + v_1 + \cdots\cdots + v_n$

$= v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) = 2\left(\frac{1-8^{n+1}}{1-8}\right)$

$= \frac{2}{7}\left(8^{n+1} - 1\right)$

التمرين الثالث (08 نقاط)

I. بقراءة بيانية تعيين :

1) نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

$(C_f) \cap (xx') = \{(-2; 0); (0; 0)\}$

2) اشارة $f(x)$ على R

$x \in]-\infty; -2[\cup]-2; 0[$ لما : $f(x) < 0$

$x \in]0; +\infty[$ لما : $f(x) > 0$

$x = 0$ أو $x = -2$ لما : $f(x) = 0$

3) عدد حلول المعادلة $f(x) = g(x)$:

هي فواصل نقاط تقاطع المستقيم (Δ) و المنحني (C_f)

ومنه $S = \{0\}$

1.5

II. $f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$

باستعمال عبارة الدالة f :

1) أ ـ حساب نهايتي الدالة f بجوار $-\infty$ و بجوار $+\infty$

$f(x) = x^3 = -\infty$

$f(x) = x^3 = +\infty$

ب ـ دراسة اتجاه تغير الدالة f

من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$f'(x) = 3x^2 + 8x + 4$

$f'(x) = 0$ معناه : $3x^2 + 8x + 4 = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الاول (06 نقاط)

1) تعيين باقي القسمة الاقليدية على 12 للعدد 5^n :

لدينا $5^0 \equiv 1[12]$ و $5^1 \equiv 5[12]$ و $5^2 \equiv 1[12]$

2) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي k :

لدينا : $5^2 \equiv 1[12]$ و منه $(5^2)^k \equiv 1^k[12]$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-\frac{32}{3}$	↗	$+\infty$

0.5 2) أ ـ اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x .....

لدينا : $f(x)=x(x+2)^2=x\left(x^2+4x+4\right)$

$=x^3+4x^2+4x$

ب ـ تعيين نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل : .....

$f(x)=0$ معناه : $x^3+4x^2+4x=0$

و منه : $x(+4x+4)=0$ أي : $x(x+2)^2=0$

اما $x=0$ أو $x=-2$

$(C_f)\cap(xx')=\{(-2;0);(0;0)\}$

0.5 3) تبيين أن : $g(x)=4x$ .....

لتكن $A(0.0)$ و $B(-2;-0.5)$ نقطتان من (Δ)

$a=\frac{-2-0}{-0.5-0}=4$ و منه $g(x)=4x+b$

0.5 $A\in(\Delta)$ معناه $b=0$

و منه : $g(x)=4x$

0.75 4) تبيين أن المنحني يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{4}{3}$: ...

من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$f'(x)=3x^2+8x+4$

$f''(x)=6x+8$

$f''(x)=0$ معناه : $6x+8=0$ أي $x=-\frac{4}{3}$

01 بما أن f'' تنعدم عند $-\frac{4}{3}$ مغيرة اشارتها من السالب الى الموجب فان المنحني يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{4}{3}$

5) حل بيانيا المتراجحة $f(0)\leq 0$: .....

هي فواصل من (C_f) الواقعة تحت محور الفواصل

$S=]-\infty;0]$

0.5 **التمرين الثالث (06 نقاط) :**

$D=R$, $f(x)=\frac{ax+b}{2x-1}$

1) تعيين a و b :

.....

$f(x)=\frac{a}{2}=\frac{-1}{2}$ و منه $a=-1$

و منه $5^{2k}\equiv 1[12]$

استنتاج باقي قسمة 5^{2k+1} على 12 : .....

1 لدينا $5^{2k}\equiv 1[12]$ و منه $5\times5^{2k}\equiv 5\times1[12]$

و منه $5^{2k+1}\equiv 5[12]$.

1 3) تبيين أنه من أجت كل عدد طبيعي k $17^{2020k}\equiv 1[12]$

لدينا $17\equiv5[12]$ و منه $17^{2020k}\equiv 5^{2020k}[12]$

1 و منه $17^{2(1010k)}\equiv 5^{2(1010)}[12]$

و منه $17^{2020k}\equiv 1[12]$

1 4) تعيين باقي قسمة 17^{2011} على 12 .....

لدينا $17\equiv5[12]$ و منه $17^{2011}\equiv 5^{2011}[12]$

و منه $17^{2\times1005+1}\equiv 5^{2\times1005+1}[12]$

1 و منه $17^{2011}\equiv 5[12]$

5) البرهان أن العدد A يقبل القسمة على 12

.....

1 $17^{4n+4}+85^{2n}+10\equiv17^{2(2n+2)}+1+10[12]$

$\equiv 1+1+10[12]$

$\equiv 12[12]$

$\equiv 0[12]$

و منه العدد A يقبل القسمة على 12 .

التمرين الثاني (06 نقاط)

1) نسحب كرتين على التوالي و بالارجاع .

أ ـ احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون : .....

0.5 $p(A)=\frac{12}{36}$

ب ـ احتمال الحصول على الالوان الثلاثة : .....

0.5 $p(B)=0$

ج ـ احتمال الحصول على كرة بيضاء على الاقل : .....

01 $p(C)=\frac{20}{36}$

2) قانون الاحتمال

.....

0.5 $\Omega=\{0;1;2\}$....

$x=x_i$	0	1	2
$p(x=x_i)$	$\frac{16}{36}$	$\frac{16}{36}$	$\frac{4}{36}$

1.5

حساب الامل الرياضي : .....

01 $E(x)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=0\times\frac{16}{36}+1\times\frac{16}{36}+2\times\frac{4}{36}$

و منه $E(x)=\frac{2}{3}$

01 حساب التباين : .....

$V=\sum_{i=1}^{3}p_ix_i^2-E^2=\frac{4}{9}$

$f(0) = -1$ معناه $\frac{-0+b}{2(0)-1} = -1$ و منه $b = 1$

$f(x) = \frac{-x+1}{2x-1}$ .1

0.5 حساب النهايات :.....

$f(x) = \frac{-x}{2x} = \frac{-1}{2}$

$f(x) = \frac{-x}{2x} = \frac{-1}{2}$

ومنه $y = -\frac{1}{2}$ مستقيم مقارب أفقي

$f(x) = -\infty$ و $f(x) = +\infty$

و منه $x = \frac{1}{2}$ مستقيم مقارب عمودي

1.5 1) دراسة اتجاه تغير الدالة f

.....

من أجل كل عدد حقيقي x من D

$f'(x) = \frac{-(2x-1)-2(-x+1)}{(2x-1)^2} = \frac{-2x+1+2x-2}{(2x-1)^2}$

$= \frac{-1}{(2x-1)^2} < 0$

و منه الدالة متناقصة تماما على مجموعة تعريفها

جدول التغيرات .....

01

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	$-$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$

0.5 2) تبيين أن لـ (C) مماسين معامل توجيههما هو -1

$f'(x) = -1$ معناه $\frac{-1}{(2x-1)^2} = -1$

و منه $(2x-1)^2 = 1$ اي $4x^2 - 4x + 1 = 1$

و منه $4x^2 - 4x = 0$

و منه $4x(x-1) = 0$

اما $x = 0$ أو $x = 1$

معادلتي المماسين :.....

معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$

$(T): y = f'(0)(x-0) + f(0) = -x - 1$

معادلة المماس (T') عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$

$(T): y = f'(1)(x-1) + f(1) = -x + 1$

0.5 4) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $f(x) = k$:

.....

هي فواصل نقاط تقاطع المنحني (C) و المستقيم الافقي ذو المعادلة $y = k$.

لما $k \in]-\infty ; -\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2} ; +\infty[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

لما $k = -\frac{1}{2}$ المعادلة لا تقبل حلا .

0.5 5) تعيين نقاط تقاطع (Δ) مع $(\quad)$:

.....

نحل المعادلة $f(x) = y$

لدينا : $\frac{-x+1}{2x-1} = -2x + 2$ و منه

$\frac{-x+1}{2x-1} + 2x - 2 = 0$

و منه $\frac{-x+1+(2x-2)(2x-1)}{2x-1} = 0$ أي $\frac{4x^2-7x+3}{2x-1} = 0$

و منه $\{4x^2 - 7x + 3 = 0 \; 2x - 1 \neq 0$

حساب Δ :

$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 48 = 1 > 0$

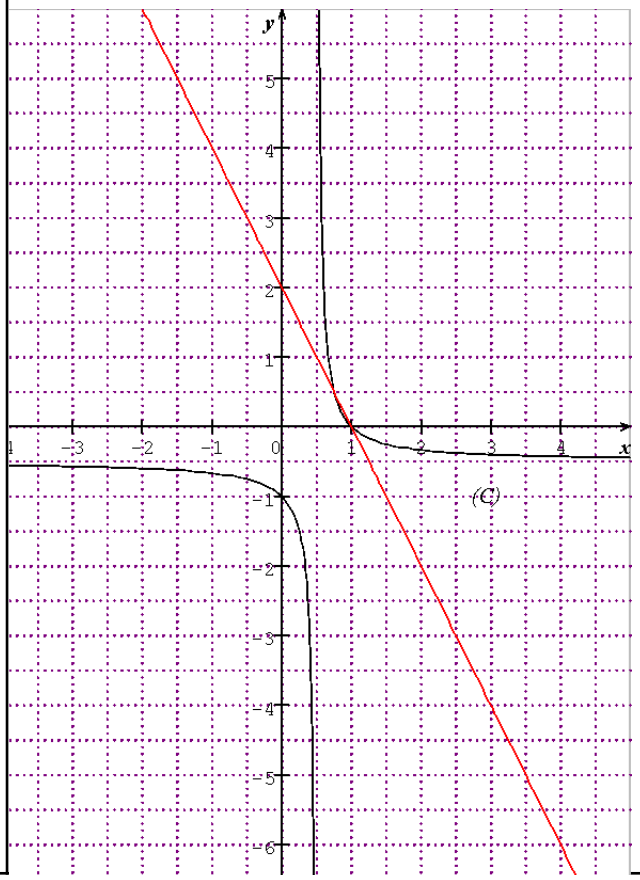
و منه المعادلة تقبل حلان متمايزان

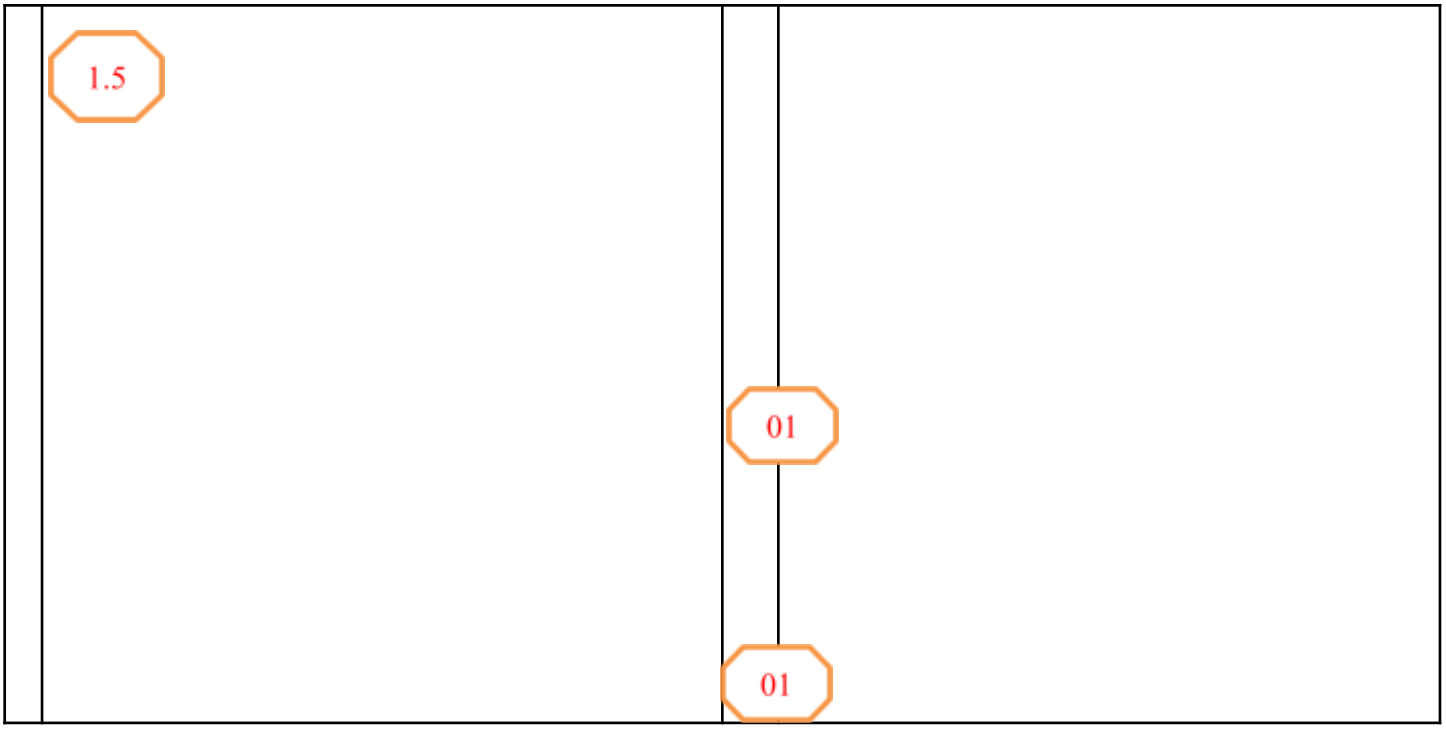
$x_0 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7-1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{2}{3}$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7+1}{8} = \frac{8}{8} = 1$

و منه $S = \left\{\frac{2}{3} ; 1\right\}$

0.5 6) رسم (C) و (Δ)




1.5
01
01