

ĐỀ CƯƠNG ÔN THI TUYỂN SINH TRÌNH ĐỘ THẠC SĨ

MÔN CƠ BẢN: GIẢI TÍCH VÀ ĐẠI SỐ

CHUYÊN NGÀNH: TOÁN GIẢI TÍCH, ĐẠI SỐ VÀ LÝ THUYẾT SỐ, HÌNH HỌC VÀ TÔ PÔ, LL&PPDH BM TOÁN

PHẦN 1: MÔN GIẢI TÍCH

CHƯƠNG 1. PHÉP TÍNH VI PHÂN HÀM BIẾN:

1. Giới hạn:

- 1.1. Giới hạn của dãy số. Các giới hạn cơ bản.
- 1.2. Giới hạn của hàm số. Các giới hạn cơ bản. Giới hạn một bên.
- 1.3. Lượng vô cùng bé – vô cùng lớn.

2. Liên tục:

- 2.1. Liên tục tại một điểm. Liên tục một bên.
- 2.2. Hàm liên tục trên đoạn $[a, b]$.

3. Đạo hàm:

- 3.1. Liên tục tại một điểm: Đạo hàm một bên. Công thức Cauchy. Quy tắc l'Hospital.
- 3.2. Đạo hàm bậc cao. Công thức Leibnitz về đạo hàm bậc cao về hàm tích. Công thức Taylor.

CHƯƠNG 2. LÝ THUYẾT CHUỖI

1. Chuỗi số:

- 1.1. Chuỗi không âm. Tiêu chuẩn tích phân – Định lý so sánh. Tiêu chuẩn tỷ số – Tiêu chuẩn căn số.
- 1.2. Chuỗi đan dấu: Tiêu chuẩn Leibnitz.
- 1.3. Chuỗi bất kỳ: Hội tụ tuyệt đối. Bán hội tụ.

2. Chuỗi lũy thừa:

- 2.1. Bán kính hội tụ, miền hội tụ.
- 2.2. Định lý về đạo hàm và tích phân cho hàm tổng của chuỗi lũy thừa.
- 2.3. Chuỗi Taylor. Chuỗi Maclaurin. Tính tổng của một chuỗi lũy thừa.

CHƯƠNG 3. VI TÍCH PHÂN CỦA HÀM NHIỀU BIẾN

(Chủ yếu là hàm 2 hoặc 3 biến số thực)

1. **Không gian $\mathbb{R}^n$:** Biến của tập hợp. Tập đóng. Tập mở. Tập bị chặn. Tập liên thông.

2. Giới hạn – liên tục.

- 2.1. Giới hạn của hàm nhiều biến tại một điểm.
- 2.2. Sự liên tục tại một điểm. Hàm liên tục trên tập đóng, bị chặn. Hàm liên tục trên tập liên thông.

3. Sự khả vi:

- 3.1. Đạo hàm riêng: Đạo hàm riêng tại một điểm. Hàm đạo hàm riêng.
- 3.2. Sự khả vi: Định nghĩa sự khả vi một điểm. Điều kiện đủ: Nếu tất cả các đạo hàm riêng $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ liên tục tại một điểm x_0 thì f khả vi tại x_0 .
Thí dụ về hàm 2 biến $f(x,y)$ có các đạo hàm riêng $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ không liên tục tại (x_0, y_0) , nhưng f khả vi tại (x_0, y_0) .
- 3.3. Đạo hàm riêng bậc hai. Định lý Schwartz.
- 3.4. Đạo hàm riêng bậc cao – Công thức Taylor với số dư Lagrange và dư số Peano. Khai triển Taylor của một số hàm hai biến.
- 3.5. Hàm ẩn: Hàm ẩn suy từ một hệ gồm 1 hoặc 2 phương trình. Đạo hàm riêng của hàm ẩn.

4. Cực trị của hàm nhiều biến.

- 4.1. Cực trị địa phương của hàm nhiều biến: Điều kiện cần. Điều kiện đủ.
- 4.2. Cực trị có điều kiện: Cực trị của hàm theo 2-3 biến với một điều kiện. Điều kiện cần: Nhân tử Lagrange – Điều kiện đủ.
- 4.3. Giá trị lớn nhất – Giá trị bé nhất của hàm theo 2 – 3 biến trên tập đóng, bị chặn.

5. Sự khả tích.

- 5.1. Định nghĩa tích phân của hàm bị chặn trên hình hộp trong R^2 : Tổng trên – Tổng dưới. Tích phân trên – Tích phân dưới. Điều kiện cần và đủ cho sự khả tích.
- 5.2. Công thức tích phân lập – Định lý Fubini.

CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN METRIC

1. Không gian Metric:

- 1.1. Định nghĩa hàm khoảng cách. Khoảng cách tương đương. Biên của tập hợp. Tập đóng. Tập mở. Phần trong, bao đóng của tập hợp.
- 1.2. Dãy trong không gian Metric: Sự hội tụ. Liên kết giữa tập hợp đóng và giới hạn: D là tập đóng nếu và chỉ nếu với mọi dãy $(x_n)_n$ trong D mà $x_n \rightarrow x$ thì $x \in D$.
- 1.3. Không gian Metric con – không gian metric tích – sự hội tụ trong không gian Metric tích.

2. Không gian metric đầy đủ.

- 2.1. Dãy cơ bản: Cần biết.
 - i) Mọi dãy hội tụ là dãy cơ bản.
 - ii) Nếu dãy cơ bản $(x_n)_n$ có một dãy hội tụ (x_{n_k}) , $x_{n_k} \rightarrow x$ thì $(x_n)_n$ hội tụ và $x_n \rightarrow x$.
- 2.2. Không gian Metric đầy đủ: Thí dụ về không gian Metric đầy đủ và không gian Metric không đầy đủ. Định lý về phần giao của một dãy giảm các tập đóng.
- 2.3. Tính đầy đủ của không gian Metric con, không gian metric tích.

3. **Không gian Metric Compắc:** Tập Compắc. Không gian Metric Compắc là không gian Metric đầy đủ. Định lý phần giao hữu hạn. Tính Compắc của không gian Metric con, không gian metric tích.
4. **Ảnh xạ liên tục:**
 - 4.1. Định nghĩa sự liên tục. Các mệnh đề tương đương giữa tính liên tục với ảnh ngược, ảnh của tập đóng, tập mở qua ánh xạ.
 - 4.2. Ánh xạ co. Định lý về điểm bất động.
 - 4.3. Ánh xạ liên tục trên tập Compắc. Định lý Dini.
 - 4.4. Đồng phôi.
 - 4.5. Định lý đồ thị đóng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Nguyễn Minh Trí – Tạ Văn Đĩnh – Nguyễn Hồ Quỳnh:** Toán học cao cấp: Tập 2 – Tập 3 (Lý thuyết + bài tập) Nhà xuất bản Giáo dục 1999.
2. **Đặng Đình Áng:** Nhập môn giải tích Nhà xuất bản Giáo dục 1998.

PHẦN 2: MÔN ĐẠI SỐ

I. Không gian Vector:

- Định nghĩa không gian vector, hạng của hệ vector, cơ sở, số chiều của không gian vector, các định lý, các tính chất cơ bản.
- Không gian vector con, không gian con sinh bởi một tập, tổng và giao của các không gian con. Tìm cơ sở và tính số chiều của không gian con.

II. Ánh xạ tuyến tính:

- Định nghĩa, các tính chất, định lý cơ bản về sự tồn tại ánh xạ tuyến tính.
- Ảnh và hạt nhân của một ánh xạ tuyến tính, đơn cấu và toàn cấu, đẳng cấu. Không gian thương và định lý về đồng cấu.

III. Ma trận:

- Ma trận của một ánh xạ tuyến tính, hạng của ma trận của một ánh xạ tuyến tính và số chiều của ảnh.
- Ma trận của một phép biến đổi tuyến tính, vành các ma trận vuông cấp n người, nhóm tuyến tính tổng quát và một số nhóm con của nó.
- Định thức của một ma trận vuông và ánh xạ đa tuyến tính thay phiên. Hạng của một ma trận và hạng của một hệ vector dòng hoặc hệ vector cột. Định lý về hạng của một ma trận biểu thị qua định thức. Ma trận nghịch đảo, ma trận không suy biến.
- Ma trận của một phép biến đổi tuyến tính đối với các cơ sở khác nhau, ma trận đồng dạng.
- Phương pháp thực hành để tìm cơ sở và số chiều của một không gian vector con nhờ công cụ tính hạng qua định thức.

IV. Hệ phương trình tuyến tính:

- Hệ phương trình tuyến tính tổng quát, định lý Kroneckercapeli và mở rộng của nó.
- Các phương pháp giải và biện luận một hệ phương trình tuyến tính tổng quát.
- Hệ phương trình tuyến tính đẳng cấp, hệ nghiệm cơ bản.

V. Véc tơ riêng và giá trị riêng của một phép biến đổi tuyến tính (Một tự đẳng cấu):

- Véc tơ riêng, giá trị riêng, đa thức đặc trưng của một phép biến đổi tuyến tính. Tính không phụ thuộc vào trường cơ sở của đa thức đặc trưng. Các không gian con bất biến của một phép biến đổi tuyến tính.
- Vấn đề và sự tồn tại của một cơ sở gồm toàn các véc tơ riêng và khả năng chéo hóa các ma trận.

VI. Dạng toàn phương:

- Dạng song tuyến tính ma trận của dạng song tuyến tính, các tính chất của dạng song tuyến tính. Dạng tuyến tính và không gian đối ngẫu, cơ sở đối ngẫu.

- Dạng toàn phương liên kết với một song tuyến tính đối xứng. Đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc, tìm ma trận chuyển cơ sở để đưa một dạng toàn phương về dạng chính tắc.
- Định lý và chỉ số quán tính của một dạng toàn phương.

VII. Không gian Euclide:

- Dạng song tuyến tính đối xứng, xác định dương, tích vô hướng và định nghĩa không gian Euclide.
- Cơ sở trực chuẩn và sự đẳng cấu của các không gian Euclide cùng số chiều.
- Đường trực giao, khoảng cách từ một vectơ đến một không gian con, góc của một vectơ và một không gian con.
- Phép biến đổi trực giao, nhóm ma trận trực giao.
- Phép biến đổi tuyến tính đối xứng và sự tồn tại cơ sở gồm toàn vectơ riêng của các phép biến đổi đối xứng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Trần Văn Hạo**, Đại số tuyến tính, NXBGD.
2. **J.V. Proskuryakov**, Bài tập đại số tuyến tính (Tiếng Nga) NXB Nayka, Moskva.
3. **Ngô Thúc Lanh**, Đại số và số học (Tập 1,2,3) NXBGD.
4. **Bùi Tường Trí**, Đại số tuyến tính nâng cao, NXBĐH Tp.HCM.