

สาระสำคัญ

1. วงจรลอจิกสามารถแยกออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ วงจรคอมบิเนชันและวงจรซีเควนเชียล
2. วงจรที่มีเอาต์พุตขึ้นเฉพาะกับอินพุตอย่างเดียวก็นับว่าคือ วงจรคอมบิเนชัน ซึ่งสร้างจากลอจิกเกต ส่วนวงจรลอจิกที่มีเอาต์พุตขึ้นกับอินพุตและอดีตก่อนหน้าก็คือ วงจรซีเควนเชียล นอกจากนี้จะสร้างจากลอจิกเกตแล้วยังต้องมีหน่วยความจำด้วย
3. แผนผังคาร์โนห์ เป็นวิธีการที่ใช้ลดรูปสมการในเชิงกราฟ ซึ่งทำได้สะดวก รวดเร็วกว่าการลดรูปสมการด้วยพีชคณิตแบบบูล
4. เรานิยมใช้แผนผังคาร์โนห์ในการลดรูปสมการที่มีตัวแปรไม่มาก คือ ไม่เกิน 4 ตัวแปร

เนื้อหา

- 3.1 ความแตกต่างระหว่างวงจรคอมบิเนชันกับวงจรซีเควนเชียล
- 3.2 การลดรูปสมการโดยใช้แผนผังคาร์โนห์

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อศึกษาจบบทนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. อธิบายความแตกต่างระหว่างวงจรคอมบิเนชันกับวงจรซีเควนเชียลได้
2. เขียนแผนผังคาร์โนห์จากตารางค่าความจริงที่ให้มาได้
3. ใช้แผนผังคาร์โนห์ในการตัดทอนนิพจน์ลอจิกที่มีตัวแปร 2 ,3 และ 4 ตัวแปรได้

3.1 ความแตกต่างระหว่างวงจรคอมบิเนชันกับวงจรซีเควนเชียล

ลอจิกเกตชนิดต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาแล้วนั้นมีความน่าสนใจมากขึ้น เมื่อนำมันมาต่อรวมกันให้เป็นวงจรลอจิกเพื่อทำหน้าที่อย่างใดอย่างหนึ่ง วงจรลอจิกนั้นสามารถแยกออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. วงจรคอมบิเนชัน(Combination Circuit)
2. วงจรซีเควนเชียล(Sequential Circuit)

เราอาจมองวงจรลอจิกในระบบดิจิทัลให้เป็นเกมง่าย ๆ อันหนึ่ง ซึ่งมีกติกาอยู่ว่า ทำอย่างไรจึงจะสามารถสร้างดิจิทัลเอาต์พุตจากดิจิทัลอินพุตมาได้ ตัวอย่างเช่น เราอาจต้องการสร้าง(กับตัวทด) ออกมา หรืออาจต้องการสร้างวงจรคูณหรือวงจรเปรียบเทียบจำนวน 2 จำนวน หรือแม้

กระทั่งสร้างวงจรที่มีหน้าที่เดิม บิตพาริตี(Parity) เพื่อไว้ใช้ในการตรวจสอบความผิดพลาดของการรับส่งข้อมูล บางครั้งก็อาจต้องการสร้างวงจรที่มีอินพุตเข้าเป็นเลขฐานสองแต่เอาต์พุตที่แสดงผลออกมาเป็นเลขฐานสิบ เป็นต้น งานเหล่านี้ก็คือ การสร้างดิจิตอลเอาต์พุตจากดิจิตอลอินพุตและเราอาจเรียกววงจรประเภทนี้ว่า “วงจรคอมบิเนชัน” เราสามารถสร้างวงจรคอมบิเนชันขึ้นได้จากลอจิกเกตชนิดต่าง ๆ ซึ่งลอจิกเกตเหล่านี้จะทำหน้าที่ตามพีชคณิตแบบบูลดังที่ได้ศึกษาในบทที่ 2

นอกจากนี้ยังมีความต้องการในระบบดิจิตอลอีกประการหนึ่งที่วงจรคอมบิเนชันไม่สามารถทำได้ เพราะนอกจากงานประเภทนี้จะต้องการใช้อินพุตขณะนั้น(ปัจจุบัน) แล้ว มันยังต้องการใช้อินพุตในอดีตด้วย เราจะเรียกววงจรชนิดนี้ว่า “วงจรซีเควนเชียล” งานของวงจรชนิดนี้อาจเป็น การแปลงสาย(String) ของบิตข้อมูลในรูปแบบอนุกรม (Serial) ให้เป็นรูปขนาน(Parallel) หรืออาจเป็นวงจรที่ใช้นับจำนวนบิต 1 ว่ามีอยู่เท่าใดในลำดับของข้อมูลที่ได้มา และอาจเป็นวงจรที่สร้างพัลส์ออกมา 1 พัลส์ เมื่อได้รับอินพุตพัลส์เข้ามา 4 พัลส์ เป็นต้น งานเหล่านี้จะต้องใช้หน่วยความจำเชิงดิจิตอลเข้ามาช่วยซึ่งก็มี ฟลิปฟล็อป (Flip-Flop) เป็นอุปกรณ์พื้นฐาน

วงจรคอมบิเนชัน

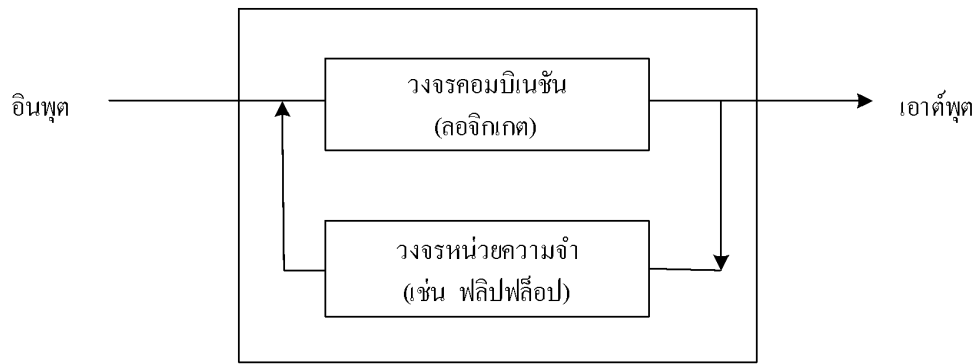
กล่าวโดยสรุปวงจรคอมบิเนชันก็คือ วงจรดิจิตอลที่มีสถานะของเอาต์พุต ณ เวลาหนึ่ง ขึ้นเฉพาะกับสถานะของอินพุต ณ เวลานั้น โดยจะไม่ขึ้นกับสถานะอินพุตก่อนหน้านั้น (อดีต) วงจรคอมบิเนชันสามารถสร้างขึ้นจากลอจิกเกตเพียงอย่างเดียว เราอาจมองวงจรคอมบิเนชันให้เป็นกล่องๆ หนึ่งที่มีอินพุต n ค่าและเอาต์พุต m ดังรูปที่ 3.1 โดยอินพุตและเอาต์พุตแต่ละเส้นมีสถานะเป็น 1 กับ 0 เราในฐานะนักออกแบบวงจรก็มีหน้าที่คือ เดิมกล่องๆ นี้ด้วยลอจิกเกตและอินเวอร์เตอร์เข้าไปแล้วต่อมันให้เหมาะสม เพื่อให้ได้เอาต์พุตตามที่เราต้องการ



รูปที่ 3.1 วงจรคอมบิเนชัน

วงจรซีเควนเชียล

กล่าวโดยสรุป วงจรซีเควนเชียลก็คือ วงจรดิจิตอลที่มีสถานะของเอาต์พุต ณ เวลาหนึ่งขึ้นกับทั้งสถานะของอินพุต ณ เวลานั้น และสถานะอินพุตก่อนหน้านั้น (อดีต) วงจรซีเควนเชียลสามารถสร้างขึ้นจากลอจิกเกตและหน่วยความจำ เช่น ฟลิปฟล็อป เราอาจมองวงจรซีเควนเชียลให้เป็นกล่องๆ หนึ่งที่ประกอบด้วย 2 ส่วนย่อย ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 วงจรซีเควนเซียล

จะเห็นได้ว่าส่วนแรกคือส่วนที่สร้างขึ้นจากลอจิกเกตซึ่งก็คือ วงจรคอมปีเนชั่นนั่นเอง อีกส่วนก็คือ วงจรหน่วยความจำซึ่งเป็นส่วนลูปป้อนกลับ (Feedback Loop) โดยลูปป้อนกลับคือลูปที่มีวิถีสัญญาณของวงจรที่ยอมให้เอาต์พุตของวงจรคอมปีเนชั่นเดินทางกลับเข้าสู่อินพุตของวงจรคอมปีเนชั่นเดิม การมีลูปป้อนกลับนี้เองทำให้เกิดวงซีเควนเซียลขึ้นมา

ตัวอย่างที่ 3.1 จงพิจารณาการเลือกช่องสัญญาณโทรทัศน์แบบเก่าที่ใช้การหมุนปรับปุ่มช่องสัญญาณกับโทรทัศน์แบบใหม่ที่ใช้การกดปุ่ม เพิ่ม/ลด ที่รีโมตคอนโทรล ว่าแบบใดเข้าหลักของวงจรคอมปีเนชั่น และแบบใดเข้าหลักของวงจรซีเควนเซียล

- ในโทรทัศน์แบบเก่าการเลือกช่องสัญญาณคือ เราต้องหมุนปรับปุ่มช่องสัญญาณไปหมายเลขที่เราต้องการ สิ่งนี้แสดงให้เห็นว่าช่องสัญญาณที่ได้ (เอาต์พุต) ขึ้นเฉพาะกับตำแหน่งของปุ่มในขณะนั้น (อินพุต ณ เวลานั้น) ดังนั้นมันจึงเข้าหลักของวงจรคอมปีเนชั่น
- ในขณะที่โทรทัศน์แบบใหม่การเลือกช่องสัญญาณคือ เราจะกดปุ่ม เพิ่ม/ลด ที่รีโมตคอนโทรลให้ไปยังช่องสัญญาณที่ต้องการ ซึ่งช่องสัญญาณที่ได้ (เอาต์พุต) ขึ้นกับการกดปุ่ม เพิ่ม/ลด ในเวลาที่ผ่านมาหรือตั้งแต่เมื่อเราเปิดโทรทัศน์ (อินพุตในอดีต) ด้วย ดังนั้นมันจึงเข้าหลักวงจรซีเควนเซียล

3.2 การลดรูปสมการโดยแผนผังคาร์โนห์

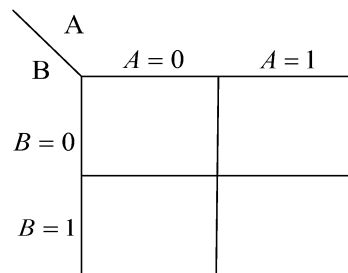
จากที่เราได้ศึกษากันมาแล้วในบทที่ 2 คือ ลอจิกเกตชนิดต่าง ๆ ที่ต่อกันเป็นวงจรคอมปีเนชั่นนั้น สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกับเอาต์พุตของมันได้ในรูปตารางความจริง และข้อมูลในตารางค่าความจริงทั้งหมดก็สามารถแทนได้ด้วยนิพจน์ลอจิก ส่วนพีชคณิตแบบบูลที่ได้ศึกษามาแล้วนั้นสามารถนำไปตัดทอนนิพจน์ลอจิกให้ง่ายขึ้น ในทางปฏิบัตินั้นลอจิกเกตแต่ละตัวที่เราใช้ก็หมายถึงพื้นที่ส่วนหนึ่งของในซิลิคอนชิป (Silicon Chip) ดังนั้นการ

ใช้ลอจิกเกตที่มากเกินไปเหตุจะมีผลต่อขนาด ราคา และความเร็วของไอซี การลดรูปสมการหรือการตัดทอนนิพจน์ลอจิกให้ง่ายขึ้นนั้นต้องใช้ทักษะและประสบการณ์ เพราะรูปแบบที่เป็นไปได้นั้นมีหลายแบบสำหรับวงจรลอจิกที่ซับซ้อนมาก ๆ เรามักใช้ซอฟต์แวร์การออกแบบใช้คอมพิวเตอร์ช่วย (Computer-Aided Design หรือ CAD) ซึ่งไม่กล่าวถึงในที่นี้

นอกจากที่เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกับเอาต์พุตของวงจรคอมบิเนชันในรูปตารางค่าความจริงและนิพจน์ลอจิกแล้ว เรายังสามารถแสดงในรูปเชิงกราฟได้ด้วยซึ่งก็คือ “แผนผังคาร์โนห์” สำหรับวงจรที่มีตัวแปรไม่มากแล้ว แผนผังคาร์โนห์เป็นวิธีการตัดทอนนิพจน์ลอจิกที่ซับซ้อนลงได้อย่างรวดเร็ว สะดวกและดีที่สุด เพราะเป็นวิธีที่อาศัยการสังเกตกลุ่มของเลขเท่านั้น

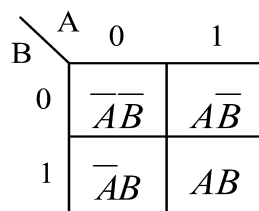
ลักษณะของแผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh Maps)

แผนผังคาร์โนห์สามารถนำมาใช้ตัดทอนนิพจน์ลอจิกที่ตัวแปรก็ได้ แต่เราจะพิจารณากรณีที่ไม่เกิน 4 ตัว แผนผังคาร์โนห์คือ แถวลำดับของเซลล์ (Array of Cells) (เซลล์คือหน่วยย่อยแต่ในที่นี้ขอเรียกว่าเซลล์) เซลล์ต่าง ๆ นี้เป็นที่ใส่ข้อมูลทั้งหมดของตารางค่าความจริง เซลล์เหล่านี้จะถูกเรียงในลักษณะที่ทำให้เราสามารถตัดทอนนิพจน์ลอจิกลงด้วยกฎง่าย ๆ (ซึ่งจะกล่าวต่อไปในภายหลัง) แผนผังคาร์โนห์ที่ง่ายที่สุดคือ แบบ 2 ตัวแปร ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนผังคาร์โนห์ แบบ 2 ตัวแปร

แผนผังคาร์โนห์ดังรูปที่ 3.3 ประกอบด้วยเซลล์ 4 เซลล์ แต่ละเซลล์มาจากการผสม (Combination) ของตัวแปร A และ B ที่เป็นไปได้ นั่นคือ สำหรับแต่ละแถว (แนวนอน) ของตารางค่าความจริงจะมีค่า 1 ค่าที่จะนำไปใส่เซลล์ต่าง ๆ นี้ ซึ่งสามารถแสดงดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ค่าต่าง ๆ ในแผนผังคาร์โนห์

อินพุต A	อินพุต B	เทอมในนิพจน์ ลอจิกที่มีค่า 1
0	0	$\overline{A}\overline{B}$
0	1	$\overline{A}B$
1	0	$A\overline{B}$
1	1	AB

ตารางค่าความจริงสำหรับแผนผังคาร์โนห์ในรูปที่ 3.4

จากรูปที่ 3.4 เซลล์แต่ละเซลล์ในแผนผังคาร์โนห์แสดงให้เห็นถึงการผสมของตัวแปร A กับ B ที่เป็นไปได้ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับเทอมในนิพจน์ลอจิกที่มีค่าเป็น 1 ในแต่ละแถวของตารางค่าความจริง

ข้อสังเกต

1. แผนผังคาร์โนห์มีความสัมพันธ์โดยตรงกับตารางค่าความจริง หรือพูดง่าย ๆ ก็คือมันถูกหามาจากตารางค่าความจริงนั่นเอง
2. จะต้องสร้างแผนผังคาร์โนห์ 1 ผัง สำหรับตัวแปรเอาต์พุต 1

ตัวแปร

3. ค่าที่จะไปใส่ในเซลล์ของแผนผังคาร์โนห์คือ ค่าเอาต์พุตที่มาจากแต่ละแถวของตารางค่าความจริงนั่นคือ 1 แถวต่อ 1 เซลล์
4. ในทางปฏิบัติเราใส่ 1 ลงในแต่ละเซลล์สำหรับแถวในตารางค่าความจริงที่เป็น 1 และใส่ 0 ลงในแต่ละเซลล์สำหรับแถวในตารางค่าความจริงที่เป็น 0 แต่โดยทั่วไปมักไม่นิยมเขียน 0 ลงในเซลล์ ถ้าเซลล์เป็นเซลล์ว่างก็ให้เข้าใจว่าเซลล์นั้นมีค่าเป็น 0 ด้วยข้อกำหนดต่าง ๆ นี้ แผนผังคาร์โนห์ดังรูปที่ 3.5 เราสามารถเขียนนิพจน์ลอจิกและตารางค่าความจริงออกมาได้

		A	
		0	1
B	0		1
	1	1	1

รูปที่ 3.5 แผนผังคาร์โนห์สำหรับ $X = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + AB$

อินพุต A	อินพุต B	เอาต์พุต x
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ตารางค่าความจริงสำหรับแผนผังคาร์โนห์ในรูปที่ 3.5

จากรูปที่ 3.5 แสดงให้เห็นว่าถ้าเซลล์มีค่า 1 อยู่ เทอมในนิพจน์ลอจิกก็จะมีค่าเท่ากับตัวแปรทั้งหมด (A กับ B) “แอนด์” เข้าด้วยกัน ถ้าแถว (แนวนอน) หรือคอลัมน์ (แนวตั้ง) ใดของแผนผังคาร์โนห์มีค่า 1 บรรจบอยู่ แต่มีหัวด้านบนของแผนผังคาร์โนห์เป็น 0 ตัวแปรตัวนั้นก็จะถูกคอมพลีเมนต์ ถ้าหัวด้านบนเป็น 1 ตัวแปรตัวนั้นก็มีค่าคงเดิม จากรูปที่ 3.5 พบว่ามี 1 ปรากฏในเซลล์ที่เกิดจากการตัดของคอลัมน์ $A = 0$ “แอนด์” กับแถว $B = 1$ ดังนั้นเซลล์นี้จะถูกแทนด้วยเทอม $\overline{A}B$ และนิพจน์ลอจิกที่มีค่าเท่ากับแต่ละเทอม (1 เทอมสำหรับแต่ละเซลล์ที่มีค่าเป็น 1) มา “ออร์” กัน ดังนั้นจะได้ว่า $X = \overline{A}B + AB + AB$

การใช้แผนผังคาร์โนห์ในการตัดทอนนิพจน์ลอจิก

ประโยชน์ของแผนผังคาร์โนห์อยู่ที่เราสามารถมองเซลล์ที่อยู่ติดกัน แล้วนำมาเข้ากลุ่มกัน เพื่อกำจัดตัวแปรที่เกินไปทิ้งซึ่งก็จะได้นิพจน์ลอจิกที่อยู่ในรูปง่ายขึ้นโดยให้ดูจากตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3.2 จากแผนผังคาร์โนห์ดังรูปที่ 3.6 จงหานิพจน์ลอจิกที่ถูกตัดทอนแล้วโดยใช้พีชคณิตแบบบูลกับวิธีการดูจากแผนผังคาร์โนห์ และลองเปรียบเทียบว่าวิธีไหนสะดวกกว่า

A \ B	0	1
0		1
1		1

รูปที่ 3.6 แผนผังคาร์โนห์สำหรับนิพจน์ลอจิก x_1

นิพจน์ลอจิก x_1 มีค่าเท่ากับแต่ละเทอม (เซลล์ที่มีค่าเป็น 1) มาออร์กัน ดังนั้นได้

$$X_1 = \overline{A}B + AB$$

จากพีชคณิตแบบบูล

$$X_1 = A(\overline{B} + B) = A$$

ใช้วิธีดูจากแผนผังคาร์โนห์

นำเซลล์ 2 เซลล์ที่มีค่า 1 และอยู่ติดกันเข้ากลุ่มกันดังรูปที่ 3.6 ทำให้เราได้ตัวแปร 1 ตัว ซึ่งก็คือ A เพราะ A มีค่าเป็น 1 ในทั้ง 2 เซลล์ เราสามารถมองเห็นได้ทันทีว่า $X_1 = A$ ซึ่งเป็นการตัดทอนนิพจน์ลอจิกที่สะดวกและเร็วกว่า

ตัวอย่างที่ 3.3 จากแผนผังคาร์โนห์ดังรูปที่ 3.7 จงหานิพจน์ลอจิกที่ถูกตัดทอนแล้ว

		A	
		0	1
B	0	1	1
	1		

รูปที่ 3.7 แผนผังคาร์โนห์สำหรับนิพจน์ลอจิก X_2

นำเซลล์ 2 เซลล์ที่มีค่า 1 และอยู่ติดกันเข้ากลุ่มกันทำให้เราได้ตัวแปร 1 ตัว ซึ่งก็คือ

$\bar{B}$ เพราะ $\bar{B}$ มีค่าเป็น 1 ในทั้ง 2 เซลล์

$$X_2 = \bar{B}$$

ถ้าต้องการพิสูจน์นิพจน์ลอจิกที่ได้จากการดูแผนผังคาร์โนห์มานั้นถูกหรือไม่ เราอาจเขียนเทอมทุกเทอม (เซลล์ที่มีค่าเป็น 1) ในนิพจน์ลอจิกซึ่งได้เป็น

$$\begin{aligned}
 X_2 &= \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} && \text{(เพราะมี 1 อยู่ใน 2 เซลล์)} \\
 &= \bar{B}(\bar{A} + A) && \text{(เพราะ } \bar{A} + A = 1 \text{)} \\
 &= \bar{B}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.4 จงสร้างแผนผังคาร์โนห์ขึ้นมาเพื่อตัดทอนนิพจน์ลอจิก $X_3 = \bar{B} + BA$ เราสามารถเขียนแผนผังคาร์โนห์ได้ดังรูปที่ 3.8

		A	
		0	1
B	0	1	1
	1		1

รูปที่ 3.8 แผนผังคาร์โนห์สำหรับ $X_3 = \overline{B} + A$

ข้อสังเกต

มีกฎในการตัดทอนนิพจน์ลอจิกโดยใช้แผนผังคาร์โนห์ 2 ตัวแปร คือ

1. กลุ่มของเซลล์ 2 เซลล์ที่อยู่ติดกัน จะทำให้เราได้ตัวแปร 1 ตัว
2. เซลล์เดี่ยว ๆ ที่ไม่สามารถเข้ากลุ่มได้จะทำให้เราได้ตัวแปร 2 ตัวแปร

แผนผังคาร์โนห์แบบ 3 ตัวแปร

เมื่อแผนผังคาร์โนห์มี 3 ตัวแปร แต่ละเซลล์ก็จะแทนผลคูณเชิงลอจิกของตัวแปรทั้งสาม ดังรูปที่ 3.9

		AB			
		00	01	11	10
C	0	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}B\overline{C}$	$A\overline{B}\overline{C}$	$AB\overline{C}$
	1	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}BC$	ABC	$AB\overline{C}$

รูปที่ 3.9 แผนผังคาร์โนห์แบบ 3 ตัวแปร

สิ่งที่เพิ่มขึ้นมาคือ แถบที่มีชื่อ AB และถ้าสังเกตดูให้ดีพบว่าเซลล์ที่อยู่ติดกันจะมีตัวแปรตัวเดียวที่มีค่าเปลี่ยนไป(หรืออีกนัยหนึ่งคือมีลักษณะเป็นรหัสเกรย์) ซึ่งสิ่งนี้เองทำให้เราสามารถตัดทอนนิพจน์ลอจิกโดยการนำเซลล์เดี่ยว ๆ มาเข้ากลุ่มกัน โดยมีกฎดังนี้

1. กลุ่มของเซลล์ 4 เซลล์ที่ติดกัน(อยู่ในบรรทัดเดียวกันหรือเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสก็ได้)จะทำให้เราได้ตัวแปร 1 ตัว
2. กลุ่มของเซลล์ 2 เซลล์ที่ติดกัน(แนวนอนหรือแนวตั้งก็ได้) จะทำให้เราได้เทอมที่มีตัวแปร 2 ตัวแปร
3. เซลล์เดี่ยว 1 เซลล์ที่ไม่สามารถเข้ากลุ่มได้ จะทำให้เราได้เทอมที่มีตัวแปร 3 ตัว

ตัวอย่างที่ 3.5 จงสร้างแผนผังคาร์โนห์ขึ้นมาเพื่อตัดทอนนิพจน์

$$X_4 = \overline{A}BC + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + \overline{A}BC + ABC + \overline{A}BC$$

นำเทอมต่าง ๆ ที่มีค่าลงไปในแผนผังคาร์โนห์ ดังรูปที่ 3.10

		AB			
		00	01	11	10
C	0			1	1
	1	1	1	1	1

รูปที่ 3.10 แผนผังคาร์โนห์แบบ 3 ตัวแปร

พบว่ามียกกลุ่มเซลล์ 4 เซลล์ที่ติดกันอยู่ 2 กลุ่ม คือ กลุ่มสี่เหลี่ยมจัตุรัส (A) กับกลุ่มแนวนอนแถวล่าง(C) ดังนั้นได้ $X_4 = A + C$

ตัวอย่างที่ 3.6 จงหาฟังก์ชันลอจิก x_5 ที่ถูกตัดทอนแล้ว จากแผนผังคาร์โนห์ที่ให้หาดังรูปที่ 3.11

AB \ C	00	01	11	10
0	1			1
1	1			1

รูปที่ 3.11 แผนผังคาร์โนห์ของ x_5

ในตัวอย่างนี้หลายคนอาจเข้าใจผิดโดยพิจารณาไปว่ามีกลุ่มของเซลล์ 2 เซลล์ติดกันอยู่ 2 กลุ่ม แต่เนื่องจากแผนผังคาร์โนห์มีความต่อเนื่องอยู่ในตัวมัน ดังนั้นถ้าพิจารณาให้ดีจะพบว่ากลุ่มเซลล์ด้านซ้ายกับด้านขวานามาต่อกันได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น $\bar{B}$ ดังนั้น $x_5 = \bar{B}$

ตัวอย่างที่ 3.7 จงหาฟังก์ชันลอจิก x_6 ที่ถูกตัดทอนแล้ว จากแผนผังคาร์โนห์ที่ให้หาดังรูปที่ 3.12

AB \ C	00	01	11	10
0		1		
1	1		1	1

รูปที่ 3.12 แผนผังคาร์โนห์ของ x_6

เช่นกันกับตัวอย่างที่แล้วเนื่องจากแผนผังคาร์โนห์แบบ 3 ตัวแปร มีความต่อเนื่องอยู่ในตัวมัน (จากซ้ายไปขวา) ถ้าพิจารณาให้ดีจะพบกลุ่มเซลล์ 2 กลุ่มในแถวล่างคือ $\bar{B}C$ กับ AC และเซลล์เดี่ยวอีกหนึ่งเซลล์คือ $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$

$$\text{ดังนั้น } x_6 = \bar{A} \bar{B} \bar{C} + AC + \bar{B} C$$

แผนผังคาร์โนห์แบบ 4 ตัวแปร

เมื่อแผนผังคาร์โนห์มี 4 ตัวแปร แต่ละเซลล์ก็จะแทนผลคูณเชิง
ลอจิกของตัวแปรทั้งสี่ ดังรูปที่ 3.13

กฎในการเข้ากลุ่มมีดังนี้

1. กลุ่มของเซลล์ 8 เซลล์ที่ติดกัน จะทำให้ได้ตัวแปรเดี่ยวหนึ่งตัว
2. กลุ่มของเซลล์ 4 เซลล์ที่ติดกัน จะทำให้ได้เทอมที่มีตัวแปร 2 ตัว
3. กลุ่มของเซลล์ 2 เซลล์ที่ติดกัน จะทำให้ได้เทอมที่มีตัวแปร 3 ตัว
4. เซลล์เดี่ยวที่ไม่สามารถเข้ากลุ่มได้ จะทำให้ได้เทอมที่มีตัวแปร 4 ตัว

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$			
	01		$\overline{A}\overline{B}CD$		$A\overline{B}CD$
	11	$\overline{A}BCD$			
	10			$ABCD$	

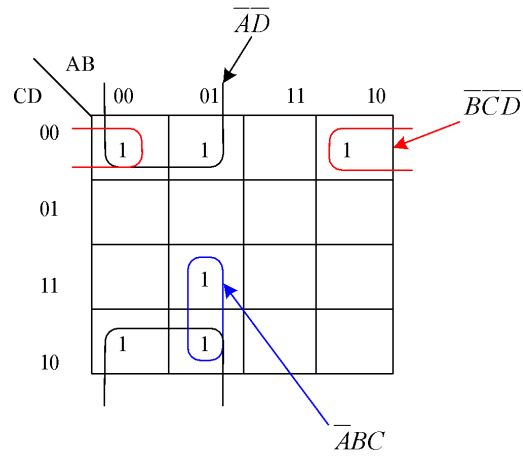
รูปที่ 3.13 แผนผังคาร์โนห์แบบ 4

ตัวแปร

ตัวอย่างที่ 3.8 จงสร้างแผนผังคาร์โนห์ขึ้นมาเพื่อตัดทอนนิพจน์

$$X_7 = \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + A\overline{B}CD + A\overline{B}C\overline{D}$$

นำเทอมต่าง ที่มีค่าลงไปได้ไว้ในแผนผังคาร์โนห์ดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 แผนผังคาร์โนห์ของ X^7

เนื่องจากแผนผังคาร์โนห์แบบ 4 ตัวแปร มีความต่อเนื่องอยู่ในตัว มันทั้งจากซ้ายไปขวาและบนลงล่าง ดังนั้นถ้าพิจารณาให้ดีจะพบว่ามีกลุ่ม เซลล์ 3 กลุ่ม คือ

กลุ่มเซลล์ 4 เซลล์ คือ เทอม $\overline{A}\overline{D}$

กลุ่มเซลล์ 2 เซลล์ คือ เทอม $\overline{B}\overline{C}\overline{D}$ กับเทอม $\overline{A}BC$

ดังนั้น $X^7 = \overline{A}\overline{D} + \overline{A}BC + \overline{B}\overline{C}\overline{D}$