Тема: Показникова функція, її властивості і графік

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf

1. Показникова функція, її графік і властивості

Теорія:

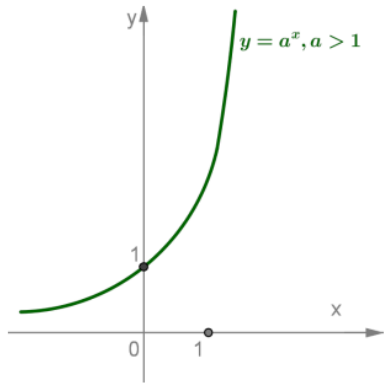
У практиці часто використовуються функції $y = 2^x, y = 10^x, y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = (0{,}1)^x$ і т. д., тобто функція вигляду $y = a^x$, де a - задане число, x - змінна. Такі функції називають показниковими. Ця назва пояснюється тим, що аргументом показникової функції є показник степеня, а основою степеня - задане число.

Функція, задана формулою $y = a^x$ (де $a > 0, a \neq 1$), називається показниковою функцією з основою a.

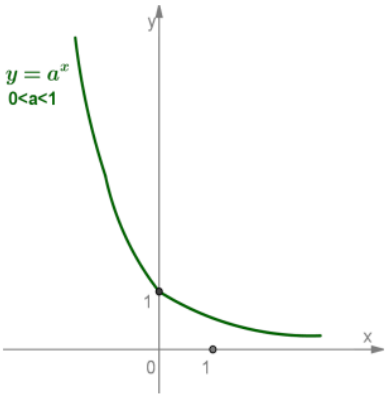
Сформулюємо основні властивості показникової функції.

1. Область визначення — множина $\mathbb{R}$ дійсних чисел.
2. Область значень — множина $\mathbb{R}_+$ всіх додатних дійсних чисел.
3. При $a > 1$ функція зростає на всій числовій прямій; при $0 < a < 1$ функція спадає на множині $\mathbb{R}$.
$a^{x_1} < a^{x_2}$, якщо $x_1 < x_2$, $(a > 1)$,
$a^{x_1} > a^{x_2}$, якщо $x_1 < x_2$, $(0 < a < 1)$
4. При будь-яких дійсних значеннях x і y справедливі рівності
$a^x a^y = a^{x+y}$
$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
$(ab)^x = a^x b^x$
$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$
$(a^x)^y = a^{xy}$

Графіки показникових функцій зображені на малюнках:
1) для випадку $a > 1$



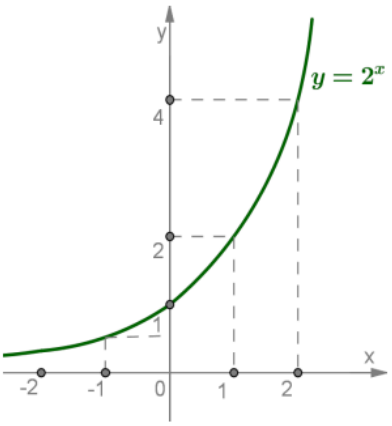
2) для випадку $0 < a < 1$



Побудуємо графіки функцій $y = 2^x$ і $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, використавши розглянуті властивості і знайшовши кілька точок, що належать графіку.

Приклад:

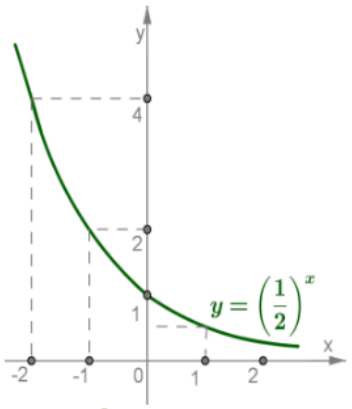
Відзначимо, що графік функції $y = 2^x$ проходить через точку $(0; 1)$ і розташований вище осі Ox



Якщо $x < 0$ і спадає, тоді графік швидко наближається до осі Ox (але не перетинає її);
якщо $x > 0$ і зростає, тоді графік швидко піднімається вгору.
Такий вигляд має графік будь-якої функції $y = a^x$, якщо $a > 1$

Приклад:

Графік функції $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ *також проходить через точку* $(0;\ 1)$ *і розташований вище осі* Ox



Якщо $x > 0$ *і зростає, тоді графік швидко наближається до осі* Ox *(не перетинаючи її);*
якщо $x < 0$ *і спадає, тоді графік швидко піднімається вгору.*
Такий же вигляд має графік будь-якої функції $y = a^x$, *якщо* $0 < a < 1$.
Показникові функції займають певну роль у житті людини. Наприклад, вони є математичними моделями таких процесів: зміна популяції протягом певного часу; зміна радіоактивності з плином часу.
Наприклад, тиск p_2при незмінній температурі, обчислюється за барометричною формулою :
$p_2 \simeq p_1 \cdot (0{,}8886)^{h_2 - h_1}$, де h_1 і h_2 — висоти в кілометрах.

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §1, п.1.
2. Законспектувати означення, основні показникові тотожності.
3. Розглянути усно вправи: 1.1-1.3; письмово: 1.4, 1.6, 1.8, 1.10.

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .