

AÑO 2010

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

## Problemas

I) Dada la matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , busca una matriz  $X$  tal que  $BXB = C$ , siendo  $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

II) Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{si } x < 1 \\ 1, & \text{si } x = 1 \\ x + 2, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

III) Se tiene una bolsa con 10 bolas rojas y 6 negras, de la que se extraen dos bolas.

Hallar la probabilidad de que ambas sean negras

a) Con devolución a la bolsa de la bola extraída

b) Sin devolución

## Cuestiones

1) El espacio muestral del experimento que consiste en lanzar cinco monedas y anotar sus resultados tiene a) 25 elementos b) 32 elementos c) 10 elementos

2) La derivada de la función  $f(x) = \ln(\cos x)$  es a)  $-\frac{1}{\cos x}$  b)  $\cotg x$  c)  $\tg x$

3) El  $\frac{x^4 - 1}{x - 1}$  es a) 4 b) 2 c) 1

4) El determinante de la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 & 4 & 0 & 2 \\ -1 & -3 & & & & & \end{pmatrix}$  vale a) 15 b) 19 c) -19

## MATEMÁTICAS

## Problemas

I) En una determinada población se representan tres espectáculos que llamaremos A, B y C respectivamente, cada uno de ellos con un precio diferente. Calcular el precio de cada espectáculo, si se cumplen las siguientes condiciones

- Si asistimos dos veces a A, una vez a B y otra a C, nos cuesta 34 €.

- Si fuésemos tres veces a A y una a B, nos costaría 46,5 €.

- En el caso de asistir una sola vez a cada espectáculo, nos costaría 21,5 €.

II) Calcular el ángulo formado por los planos  $\pi_1: x + y - 1 = 0$ ,  $\pi_2: 2y - 2z + 3 = 0$

III) Estudiar los puntos de discontinuidad de la función  $f(x) = \frac{x}{x^3 - x}$

## Cuestiones

1) ¿Para qué valores de  $a$  la siguiente matriz no es inversible?  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 & 7 & 1 & 4 & a \end{pmatrix}$  a) 2 b) 3 c) 0

2) El triángulo de vértices  $A(4, 3, 5)$ ,  $B(1, 1, 1)$ ,  $C(-1, 10, -2)$

a) Es rectángulo b) Es equilátero c) Es escaleno

3)  $\int \tg^2 x \, dx$  es a)  $\tg x - x + C$  b)  $\frac{1}{3} \tg^3 x + C$  c)  $1 - \cos x + C$

4) La función  $f(x) = x^3 + 1$  tiene un punto de inflexión en a)  $x = 0$  b)  $x = 1$  c)  $x = -1$

AÑO 2011

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

## Problemas

1. Determinar si existe una matriz  $X$  tal que  $AX = B$  donde  $A = (1 \ 3 \ 0 \ 2 \ 0 \ 1 \ 5 \ 1 \ 3)$ ,  $B = (2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 3)$

2. Hallar las asíntotas oblicuas de la función  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

3. Una bolsa contiene bolas numeradas del 1 al 8. Se realiza un experimento que consiste en extraer una bola de la bolsa y anotar el número. Consideremos los siguientes sucesos: A: "salir par", B: "salir impar", C: "salir múltiplo de 4". Calcular las probabilidades de  $A \cup B$ ,  $A \cap C$  y  $B \cup C$ .

## Cuestiones

1) El número de resultados posibles de un experimento que consiste en la extracción de una carta de una baraja española y el lanzamiento de un dado es

- a) 240 resultados
- b) 46 resultados
- c) 120 resultados

2) La derivada de  $f(x) = \ln(3x^2)$  es a)  $1/3x$    b)  $6x + 1/x$    c)  $6/3x$

3) Dada la matriz  $A = (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6)$  la traspuesta de A es a)  $(4 \ 5 \ 6 \ 1 \ 2 \ 3)$    b)  $(1 \ 4 \ 2 \ 5 \ 3 \ 6)$    c)  $(4 \ 1 \ 5 \ 2 \ 6 \ 3)$

4) La función  $f(x) = \cos x$  es

- a) simétrica respecto al origen de coordenadas
- b) simétrica respecto al eje de coordenadas
- c) no es simétrica

## MATEMÁTICAS

## Problemas

1. Dado el sistema. de ecuaciones que depende del parámetro a:

$$\begin{cases} x + 2y + z = a \\ x + y - az = a \\ 2x + 3y + z = a \end{cases}$$

Resolverlo en los casos que sea posible.

2. Hallar un punto que, perteneciendo al eje OZ, sea equidistante del punto  $P(1, -2, 0)$  y del plano  $\pi: 3x - 2y + 6z - 9 = 0$ .

4. Hallar las asíntotas oblicuas de la función:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

## Cuestiones

1. El rango de la. matriz  $A = (1 \ 3 \ -1 \ 2 \ 4 \ 1 \ 3 \ 1 \ 3 \ -2 \ 4 \ -1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$  es a)2   b)3   c)4

2. Dados dos vectores  $a, b \in \mathbb{R}^3$ , los productos vectoriales:  $a \times b$  y  $b \times a$  son

- a) Opuestos y ortogonales a  $a$  y  $b$
- b) Iguales y ortogonales a  $a$  y  $b$
- c) Opuestos y paralelos a  $a$  y  $b$

3.  $\int \sin^2 x \cos \cos x \, dx$  es a)  $\sin 3x + C$    b)  $\frac{1}{2} \sin^3 x + C$    c)  $\frac{1}{2} \sin x \cos \cos x + C$

4. La función  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}, & \text{si } x \neq 3 \\ \lambda, & \text{si } x = 3 \end{cases}$  es continua en  $x = 3$  si a)  $\lambda = 1$  b)  $\lambda = 3$  c)  $\lambda = 0$

**AÑO 2012**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

**Problemas**

1. Encontrar la matriz C que verifica:  $2A + 3B - C = 0$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

2. Determinar los puntos de inflexión de la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ .

3. Sea el experimento que consiste en la extracción de una carta de una baraja española (40 cartas). Consideremos los siguientes sucesos A = salir OROS; B = salir AS; C = salir REY de COPAS o AS de ESPADAS. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ ,  $B \cup C$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$

**Cuestiones**

1. La probabilidad de que al lanzar tres monedas idénticas al aire se obtenga al menos una cara es: a)  $7/8$  b)  $1/4$  c)  $3/4$

2. La función  $f(x) = \frac{2+x}{x}$

a) Tiene un máximo en  $x = 0$  b) Tiene un mínimo en  $x = 0$  c) No tiene máximos ni mínimos

3. La derivada de la función  $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x^2 - 1}$  es a)  $\frac{x^3 - \sqrt{x^2 - 1}}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}$  b)  $\frac{1 - \sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 1}$  c)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2 - 1}$

4. Dada una matriz A, ¿existe otra A' tal que  $AA' = A'A = I$ ?

a) Nunca b) Siempre c) Si  $\det A \neq 0$

**MATEMÁTICAS**

**Problemas**

1. Calcula el valor de m para que el rango de la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ & & & & & & -1 & 2 & m \end{pmatrix}$  sea 2.

2. Calcula el valor de a para que al efectuar el producto vectorial de  $u = (1, 2, a)$  y  $v = (a, 3, 1)$  obtengamos el vector  $w = (-4, 3, -1)$ .

3. Calcula las asíntotas de  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

**Cuestiones**

1. ¿Para qué valores de x la matriz  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ & x & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  tiene determinante no nulo?

a)  $x \neq 0$  b)  $x \neq 2$  c)  $x \neq 4$

2. La recta tangente a  $y = x^2$  en el punto  $(0, 0)$  es a)  $y = x$  b)  $y = -x$  c)  $y = 0$

3. La integral  $\int_{-1}^1 x dx$  vale a) 0 b) 1 c) 2

4. ¿Cuál es la posición relativa del plano  $x - 2y + 2z - 4 = 0$  y la recta  $x = 1 - 2t, y = 2 - 2t, z = 1 - t$ ?

a) Paralelos b) Perpendiculares

**AÑO 2013**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

Problemas

1. Resuelve la ecuación matricial  $AX + B = C$  siendo  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

2.  
a) Calcula la recta tangente a la función  $f(x) = x^2$  en el punto  $(1, 1)$ .

b) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

3. Suponga que se tiene una caja con 20 fusibles, de los cuales 5 son defectuosos. Si se eligen al azar 2 fusibles y se retiran de la caja en forma sucesiva sin reemplazar el primero, ¿cuál es la probabilidad de que ambos fusibles sean defectuosos?

Cuestiones

1. La derivada de  $f(x) = xe^{-x}$  es a)  $-xe^{-x}$  b)  $e^{-x}(1-x)$  c)  $e^x(1+x)$

2. Si  $p(A) = 0,3$ ,  $p(B) = 0,4$  y  $p(A \cup B) = 0,5$  entonces la probabilidad de  $P(A \cup B)$  es a) 0,2 b) 0,4 c) 0,1

3. Dada la función  $f(x) = e^x(x^2 - 3x + 3)$ , su gráfica corta al eje x en a) Un punto b) Ninguno c) Más de uno

4. La matriz X que verifica  $2XA = A + B$  es a)  $X = A - B$  b)  $X = \frac{1}{2}(I + BA^{-1})$  c)  $X = \frac{1}{2}(I + BA)$ , siendo  $\det A \neq 0$

**MATEMÁTICAS**

Problemas

1. ¿Para qué valores del parámetro  $\lambda$ , el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + 2\lambda y - z = 9 \\ 2x + 3y - z = 4 \end{cases}$  es compatible determinado?

2. Calcula la ecuación del plano que pasa por el punto  $P(2, -1, 3)$  y contiene a la recta determinada por los planos  $\pi_1: x - y + z - 2 = 0$ ,  $\pi_2: 2x + y - z + 1 = 0$

3. Calcula  $x \ln \ln \frac{2+x}{x}$

Cuestiones

1. El número de vectores linealmente independientes que hay en el conjunto de vectores  $S = \{(2, 1, 1), (3, 0, 2), (1, 2, 0), (1, 1, 1)\}$  es a) 2 b) 3 c) 4

2. El producto mixto de  $a = (1, 2, 3)$ ,  $b = (0, 2, 4)$ ,  $c = (1, 1, 0)$  es a) 0 b) -2 c) 2

3.  $\int e^x \cos \cos x \, dx$  es a)  $\frac{1}{2}e^x(\sin x + \cos \cos x) + C$  b)  $\frac{1}{2}e^x \cos \cos x + C$  c)  $\frac{1}{2}e^x x + C$

4. La función tiene a) Un máximo en  $x = 0$ . b) Un máximo en  $x = 3/4$ . c) Un mínimo en  $x = 0$ .

Problemas

- Determinar la matriz A tal que  $A \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 & 2 \end{pmatrix}$
- Dada la función  $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ 
  - Estudiar crecimiento y decrecimiento.
  - Determinar la recta tangente en el punto  $x = 0$
- Se lanza una moneda que tiene una probabilidad de  $\frac{2}{3}$  de dar como resultado cara. Si aparece una cara, se extrae una pelota de una urna que contiene dos pelotas rojas y tres verdes. Si sale cruz se se extrae una pelota de otra urna que contiene dos rojas y una verde. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?

Cuestiones

- Si  $p(A/B) = 0,3$  y  $P(B) = 0,2$  entonces  $P(A \cap B)$  es a) 0,06   b) 0,6   c) 0,3

- La función  $f(x) = -x^2 + 1$

- Tiene un máximo en  $x = 0$
- Tiene un mínimo en  $x = 0$
- No tiene máximos ni mínimos

- La derivada de la función  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  es

- $\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$
- $\frac{1 - \sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 1}$
- $\frac{1}{x^2 - 1}$

- La matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & a \end{pmatrix}$  no tiene inversa para a)  $a = 0$    b)  $a = 1$    c)  $a = 2$

**MATEMÁTICAS**

Problemas

- Resolver el sistema  $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + 3z = 5 \\ x + 3y + 4z = 7 \end{cases}$
- Calcular la distancia entre las rectas r y s,  $r: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{2}$ ,  $s: \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-4}{4}$
- Representar gráficamente la función  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  estudiando: corte con los ejes, asíntotas, crecimiento y decrecimiento, y concavidad y convexidad.

Cuestiones

- La solución X de la ecuación matricial  $AX = AB - C$ , donde A es una matriz inversible, es

- $X = B - A^{-1}C$
- $X = B - C$
- $X = A^{-1}B + C$

- La integral  $\int \frac{1}{x(x-1)} dx$  es

- $x^2(x-1) + C$
- $\ln \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$
- $\ln \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$

3. El área encerrada por la función  $y = x^2$ , la recta  $x = 1$  y el eje  $x$  es a)  $1/3$  b)  $2/3$  c)  $1$
4. El volumen del paralelepípedo determinado por los vectores  $(1,3,3)$ ,  $(-2, 3, 1)$  y  $(-1, 2, 1)$  es  
a)  $2$  b)  $1$  c)  $1/2$

**AÑO 2015**

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

## Problemas

1. Sean  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

- (a) Calcula la matriz producto  $AB$ . Justifica si es posible o no calcular la matriz producto  $BA$ .  
(b) Calcula la matriz inversa de  $A$ .

2. Los beneficios (o pérdidas) de un artesano dependen del número de artículos que produce y vende.

Esta función viene dada por  $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 50x - 800$ ,  $x \geq 0$ , donde  $B(x)$  son los beneficios (o pérdidas)

mensuales en euros y  $x$  es el número de artículos que produce y vende.

- (a) Calcula el beneficio o la pérdida que obtiene si no produce artículos. ¿Y si produce y vende 20 artículos?  
(b) ¿En qué intervalo debe situarse su producción para no perder dinero?  
(c) Calcula el número de artículos que debe producir y vender para obtener el máximo beneficio. Calcula dicho beneficio máximo.

3. Un trabajador tiene que coger un determinado autobús para ir a su trabajo. Lo coge en el 90% de los casos. Si coge el autobús la probabilidad de llegar puntual al trabajo es 0,9, si no lo coge llega tarde el 30% de las veces. Calcula:

- (a) la probabilidad de que llegue puntual al trabajo  
(b) si llega tarde, ¿cuál es la probabilidad de que haya perdido el autobús?

## Cuestiones

1. La matriz  $X$  verifica  $AX + B = 2A$ , ( $I$  es la matriz identidad y  $A^{-1}$  la matriz inversa de  $A$ ),

entonces (a)  $X = 2A - B$  (b)  $X = \frac{1}{2}(I + BA^{-1})$  (c)  $X = 2I - A^{-1}B$

2. La función  $f(x) = x^3 - 3x$

- (a) es creciente en  $(-1, 1)$   
(b) es decreciente en  $(-1, 1)$   
(c) es siempre creciente

3. Si  $P(B) = 1/3$ ,  $P(A \cup B) = 3/4$  y  $P(A \cap B) = 1/4$ , entonces

- (a)  $P(A) = 2/3$  (b)  $P(A) = 1/3$  (c)  $P(A) = 1/2$

4. La función  $f(x) = xe^x$  presenta en el punto  $x = -1$

- (a) Un máximo (b) Un mínimo (c) Un punto de inflexión

## MATEMÁTICAS

## Problemas

1.

- (a) Estudia, según los valores de  $m$ , el rango de la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & m & 2 & m & 2 & 2 & m \end{pmatrix}$   
(b) Para  $m = 0$  calcula la inversa de la matriz  $A$ .

2. Calcula la ecuación del plano  $\alpha$  que pasa por el punto  $P(1, 2, -3)$  y es perpendicular a la recta

$$r: \{2x + y = -2 \quad 3x - z = -1\}$$

3. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$  en su punto de inflexión.

**Cuestiones**

1. ¿Para qué valores de  $x$  la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -x & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  tiene determinante no nulo?

- (a)  $x \neq 0$    (b)  $x \neq 1/2$    (c)  $x \neq 2$

2. El valor de  $a$  para que al efectuar el producto vectorial de  $u = (2, 1, a)$  y  $v = (3, a, 1)$  obtengamos el vector  $w = (-3, 4, 1)$  es (a)  $a = 2$    (b)  $a = -2$    (c)  $a = 0$

3. La derivada de la función  $f(x) = \ln(1 + x^2)$  es (a)  $\frac{1}{1+x^2}$    (b)  $2x \ln(1 + x^2)$    (c)  $\frac{2x}{1+x^2}$

4. El área del recinto limitado por el eje OX y la parábola  $y = \frac{x^2}{4} - x$  es (a)  $8/3$    (b)  $2/3$    (c)  $7/3$

**AÑO 2016**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

**Problemas**

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Calcular los valores de  $x, y, z$  que satisfacen  $xA + yB + zC = B^t A + C$  ( $B^t$  matriz traspuesta de  $B$ ).

2. El coste medio por unidad de fabricación de un determinado producto,  $Q(x)$  en euros, depende del número  $x$  de unidades fabricadas de ese producto, según la función  $Q(x) = \frac{x^2}{100} + \frac{20}{x} + 8$ ,  $x > 0$ .

¿Cuántas unidades  $x$  es necesario fabricar para que sea mínimo el coste medio por unidad  $Q(x)$ ?

¿A cuánto asciende dicho coste medio por unidad mínimo?

3. En cierto estudio dirigido a establecer la prevalencia de la demencia senil en personas mayores de 65 años, se han recogido los siguientes datos sobre 5000 personas:

Sexo	Demencia senil	
	Si	No
Hombres	500	1500
Mujeres	750	2250

(a) Si se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre y padezca demencia senil? Justifica si son independientes o no los sucesos ser hombre y padecer demencia senil.

(b) Se elige una persona al azar y resulta que padece demencia senil, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

**Cuestiones**

1. La matriz inversa de  $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$  es

- (a)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 1 & -2 \end{pmatrix}$    (b)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 & -2 \end{pmatrix}$    (c)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

2. La función  $f(x) = x^3 + 3x^2$  tiene un máximo relativo en el punto (a)  $(-2, 4)$    (b)  $(0, 0)$    (c)  $(-1, 2)$

3. Sean  $A$  y  $B$  sucesos tales que  $P(A) = 1/3$ ,  $P(B) = 1/2$  y  $P(A \cap B) = 1/5$ . Entonces  $P(B/A)$  es igual a (a)  $2/3$    (b)  $3/5$    (c)  $1/3$

4. La derivada de la función  $f(x) = (x^3 - 3)e^x$  es (a)  $(x^3 + 3x^2 - 3)e^x$    (b)  $3x^2 - e^x$    (c)  $x^2 e^x$

## MATEMÁTICAS

## Problemas

1. Discute, según los valores del parámetro  $m$ , el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ 3x + 4y - z = -3 \end{cases}$$

2. ¿Son coplanarios los puntos  $A(1, 0, 2)$ ,  $B(0, -1, 1)$ ,  $C(-1, -2, 0)$  y  $D(0, 2, 2)$ ? Justifica la respuesta.

En caso afirmativo, calcula el plano que los contiene.

3. Calcula los puntos máximo y mínimo relativos y el punto de inflexión de la

$$\text{función } f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2$$

## Cuestiones

1. La solución de la matriz  $X$  en la ecuación matricial  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. El valor de  $a$  para que la recta  $r: \begin{cases} 5x - y + z = 0 \\ x - y - z + 4 = 0 \end{cases}$  y el plano  $\alpha: ax - 6y + 4z - 5 = 0$  sean paralelos es

$$(a) 10 \quad (b) 26 \quad (c) 5$$

3. El área de la región del plano limitada por la parábola  $y = x^2$  y la recta  $y = x + 2$  es

$$(a) 9/2 \quad (b) 2/9 \quad (c) 2$$

4. El valor del  $\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$  es (a)  $5/6$  (b)  $1/2$  (c)  $1/6$

**AÑO 2017**

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

## Problemas

1. Calcula la matriz  $X$  en la siguiente ecuación matricial:

$$3\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 15 & 12 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

2. Calcula los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  tenga un máximo relativo en el punto  $(0, 0)$  y un mínimo relativo en el punto  $(1, -1/6)$ .

3. En cierta población laboral, un 20% de sus integrantes están en paro y el resto están empleados. Tienen estudios superiores un 10% de los que están en paro y un 25% de los que están empleados. Elegido un individuo al azar de esa población, calcula la probabilidad de:

(a) que esté en paro y no tenga estudios superiores

(b) que tenga estudios superiores

## Cuestiones

1. La solución del sistema de ecuaciones dado por  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} (x \ y \ z) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$  es

$$(a) x = 1/3, y = -10/3, z = -4/3 \quad (b) x = 1/3, y = -2/3, z = -1/3 \quad (c) x = 2/3, y = 10/3, z = 4/3$$

2. La función  $f(x) = \frac{1}{x+1}$

(a) es creciente en todo su dominio

(b) es decreciente en todo su dominio

(c) es creciente en  $(-\infty, -1)$  y decreciente en  $(-1, +\infty)$

3. Sean  $A$  y  $B$  sucesos aleatorios y  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,4$  y  $P(A \cup B) = 0,7$ . Entonces la probabilidad de que ocurran simultáneamente los sucesos  $A$  y  $B$  es (a)  $0,3$  (b)  $0,4$  (c)  $0,2$

4. La función  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1, & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 + 5x - 4, & \text{si } x > 1 \end{cases}$  es continua en el punto  $x = 1$ , si

(a)  $a = 2$    (b)  $a = 0$    (c)  $a = -1$

**MATEMÁTICAS**

**Problemas**

1. Discute, según los valores del parámetro  $m$ , el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

2. Calcula la distancia del punto  $P(1, 2, -1)$  a la recta  $r: \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - z = -1 \end{cases}$

3. Calcula los valores de los parámetros  $p$  y  $q$  en la función  $f(x) = x^3 + px^2 + q$ , sabiendo que tiene un mínimo relativo en el punto  $(2, 3)$ .

**Cuestiones**

1. La matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & \lambda & 3 & 4 & 1 & -\lambda \end{pmatrix}$  posee inversa si (a)  $\lambda = 1$    (b)  $\lambda = 3$    (c)  $\lambda \neq 1$  y  $\lambda \neq 3$

2. El valor de  $m$  para que el vector  $u = (2, -3, 5)$  sea ortogonal al vector  $v = (m, 2, 3)$  es

(a)  $m = 2/9$    (b)  $m = -9/2$    (c)  $m = 2/3$

3. La integral  $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} dx$  es igual a (a)  $\frac{3}{4}x^{4/3} + C$    (b)  $-\frac{1}{3}\text{sen}^3 x + C$    (c)  $\frac{4}{3}x^{3/4} + C$

4. La función  $f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + b, & \text{si } x > 0 \end{cases}$  es continua en  $x = 0$ , si (a)  $b = 0$    (b)  $b = 2$    (c)  $b = 1$

**AÑO 2018**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

**Problemas**

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz inversa de  $A + I$

b) Calcula la matriz  $X$  que verifica  $AX + X = 2A$

2. Un individuo ha invertido en acciones de cierta compañía durante los últimos 12 meses. El valor de su inversión,  $V(x)$  en euros, se ha estimado por la función  $V(x) = -2x^3 + 9x^2 + 240x + 1200$ ,  $0 \leq x \leq 12$  siendo  $x$  el tiempo transcurrido en meses.

a) ¿Cuánto ha invertido inicialmente? Estudia entre qué meses el valor de su inversión ha crecido y en los que ha decrecido.

b) Determina el mes en el que el valor de su inversión ha sido máxima y calcula esa inversión máxima.

3. Un fabricante de automóviles tiene tres plantas A, B y C. De la producción total diaria, el 35% corresponde a la planta A, el 50% a la B y el resto a la C. Los porcentajes de automóviles con algún defecto que se producen en dichas plantas se estiman en 2%, 3% y 4% respectivamente. Se selecciona aleatoriamente un automóvil del total de la producción

a) Si el automóvil resultó tener algún defecto, calcula la probabilidad de que se hubiera producido en la planta A.

b) Calcula la probabilidad de que el automóvil sea de la planta B o no tenga defectos.

**Cuestiones**

1. Si  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$  y se verifica  $AB - 2X = C$ , entonces  $X$  es

a)  $X = \begin{pmatrix} -2 & 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix}$    b)  $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$    c)  $X = \begin{pmatrix} 2 & 1/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Para que la función  $f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + k, & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea continua en  $x = 1$ , el valor de  $k$  debe ser

- a)  $k = 1$    b)  $k = 2$    c)  $k = -1$

3. Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos con  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,4$  y  $P(B/A) = 0,2$ . Entonces

- a)  $P(A \cap B) = 0,35$    b)  $P(A \cap B) = 0,18$    c)  $P(A \cap B) = 0,24$

4. En una empresa, el 10% de los trabajadores tiene estudios universitarios, el 8% desempeña algún puesto directivo y el 4% tiene estudios universitarios y desempeña algún puesto directivo. Entonces, el porcentaje de trabajadores que ni tiene estudios universitarios ni desempeña un puesto directivo es

- a) 80%   b) 86%   c) 50%

## MATEMÁTICAS

### Problemas

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & & \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & & & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcula los rangos de las matrices  $AB$  y  $BA$   
 b) Calcula la matriz  $X$  que verifica  $(AB)X = I$ , siendo  $I$  la matriz unidad de orden 2.

2. Dado el plano  $\alpha: 2x - y + 2z - 5 = 0$

- a) Determine la ecuación implícita o general del plano  $\beta$  que pasa por el punto  $(1, 1, 1)$  y es paralelo a  $\alpha$ . Calcule la distancia de  $\alpha$  a  $\beta$ .  
 b) Determine las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que es perpendicular a  $\alpha$  y pasa por el origen de coordenadas. Calcule el punto de intersección de la recta  $r$  con el plano  $\alpha$ .

3. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5x - 1, & \text{si } x < 1 \\ -x^2 + bx, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Calcule  $a$  y  $b$  de modo que  $f(x)$  sea continua y diferenciable en todos  $\mathbb{R}$ .  
 b) ¿Existe algún punto en el que la derivada de  $f(x)$  se anule?

### Cuestiones

1. El sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 2x + y - 3z = 0 \end{cases}$

- a) No tiene solución  
 b) Tiene muchas soluciones  
 c) Solo tiene la solución  $x = y = z = 0$

2. La recta  $\begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 3 - 2\lambda \\ z = 7 \end{cases}$

- a) Pasa por los puntos  $A(6, -1, 7)$  y  $B(-3, 5, 7)$   
 b) Pasa por los puntos  $A(0, 3, 7)$  y  $B(3, -2, 7)$   
 c) Pasa por el origen de coordenadas

3. La función  $f(x) = x^3 + 3x^2$ .

- a) Es creciente en todo  $\mathbb{R}$   
 b) Tiene un máximo relativo en  $x = -2$  y un mínimo relativo en  $x = 0$   
 c) Tiene una asíntota vertical

4. Una primitiva de  $f(x) = xe^{2x}$  es a)  $F(x) = \frac{x^2 e^{2x}}{4}$    b)  $F(x) = \frac{x^2 + e^{2x}}{2}$    c)  $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} \left( x - \frac{1}{2} \right)$

**AÑO 2019**

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

## Problemas

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz inversa de A

b) Despeja la matriz X en la ecuación matricial  $AXB = C$  y calcúlala.

2. En una empresa, la función  $G(t) = 10(6t - t^2)$  indica como evolucionaron sus ganancias (en miles de euros) en función del tiempo t (en años) transcurrido desde su apertura, ¿En qué año se obtuvieron las máximas ganancias? ¿A cuánto ascendieron las ganancias máximas?

3. En una ciudad, el 70% de la población recibe publicidad comercial de un establecimiento, de los cuales un 90% realizan alguna compra en dicho establecimiento. También se sabe que de los que no reciben publicidad comercial, un 60% realiza alguna compra en dicho establecimiento.

a) ¿Qué porcentaje de la población de la ciudad realiza alguna compra en ese establecimiento?

b) Si elegimos una persona al azar que haya realizado alguna compra en ese establecimiento, ¿cuál es la probabilidad de que haya recibido publicidad comercial del mismo?

## Cuestiones

1. La función  $f(x) = \begin{cases} 16 - ax^2, & \text{si } x < 2 \\ x^2, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$  es continua en  $x = 2$  si a)  $a = 3$  b)  $a = -3$  c)  $a = 1$

2. Dados dos sucesos A y B tales que  $p(A \cup B) = 0,7$ ,  $p(A \cap B) = 0,1$  y  $p(B) = 0,3$ . Entonces

a)  $p(A) = 0,4$  b)  $p(A) = 0,5$  c)  $p(A) = 0,3$

3. El  $\frac{2x^2 + x}{x^3 + 1}$  vale a) 2 b) 0 c) 1

4. La función  $f(x) = xe^{-x}$  en el punto  $x = 1$  presenta 1. Un máximo 2. Un mínimo 3. Un punto de inflexión

## MATEMÁTICAS

## Problemas

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula  $A^2$ .

b) Calcula la matriz X en la siguiente ecuación matricial  $A^2X + AB = B$

2. Calcula el valor de a para que al realizar el producto vectorial de  $u = (-1, 1, a)$  y  $v = (a, 3, 0)$  obtengamos el vector  $w = (-6, 4, -5)$

3. Dada la función  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ :

a) Realiza su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremos relativos

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función y los ejes de coordenadas

## Cuestiones

1. La solución X de la ecuación matricial  $2X - B = AX$  es

a)  $X = (2I - A)^{-1}B$  (siendo I la matriz identidad)

b)  $X = \frac{1}{2}(I - A)B$

c)  $X = (I - A)B^{-1}$ .

2. La derivada de la función  $f(x) = e^{-1} + \ln(x + 2)$  en el punto  $x = 1$  vale a)  $1/3$  b)  $-2/3$  c)  $\ln 3$

3. los valores de a y b para que la recta tangente a  $f(x) = ax^2 - b$  en el punto  $P(1, 5)$  sea  $y = 3x + 2$  son

a)  $a = 3/2$   $b = 7/2$       b)  $a = -3/2$   $b = -7/2$       c)  $a = -3/2$   $b = 7/2$

4. El volumen del paralelepípedo determinado por los vectores  $(1, 3, 3)$ ,  $(-1, 2, 1)$  y  $(-2, 3, 1)$  es  
a) 2      b) 1      c)  $1/2$

**AÑO 2020**

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

## Problemas

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ . Calcula la matriz C que verifica  $A - C = 2B$

2. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 3}$  en  $x = 0$

3. Se sabe que el 30% de los jóvenes de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 90% tiene empleo. Además, de los que no tienen estudios superiores el 70% tiene empleo.

- a) Calcula la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga empleo  
b) Si el joven elegido no tiene empleo, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga estudios?

## Cuestiones

1. Si la función  $f(x) = ax^2 + bx + c$  pasa por el punto  $(0, 9)$  y tiene un mínimo relativo en el punto  $(3, 0)$  entonces a)  $a = 1, b = -6, c = 9$     b)  $a = -1, b = 6, c = 9$     c)  $a = 1, b = 1, c = 3$

2. Si  $P(A) = 0,30$ ,  $P(B) = 0,40$  y  $P(A \cap B) = 0,2$  entonces  
a)  $P(A \cup B) = 0,7$     b)  $P(A/B) = 0,5$     c)  $P(B/A) = 0,25$

3. La función  $f(x) = 1 - 3x^2$   
a) Tiene un mínimo en  $x = 1/3$     b) Tiene un máximo en  $x = 0$     c) Tiene un mínimo en  $x = 0$

4. La matriz X que verifica  $AX - 2B = 3A$ , (I matriz identidad) es  
a)  $X = 3A + 2B$     b)  $X = 2A^{-1}B + 3I$     c)  $X = 3A - 2B^{-1}$ .

## MATEMÁTICAS

## Problemas

1. Discute, según los valores del parámetro m, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} mx - 2y + 2z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$$

2. Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A  $(2, 0, 1)$  y contiene a la recta de

ecuación:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$

3. Representa la gráfica de la función  $f(x) = -x^2 + 9x - 8$ , y calcula el área de la región limitada por  $f(x)$  y la recta  $y = 2x - 2$ .

## Cuestiones

1. La derivada de  $f(x) = 7x - x^2 + \frac{9}{x}$  en  $x = 3$  vale a) 1    b) 0    c) 3

2. El producto mixto de  $u = (2, -1, 3)$ ,  $v = (0, 2, -5)$ ,  $w = (1, -1, -2)$  vale a) -19    b) 19    c) 25

3. La  $\int e^{-x} \operatorname{sen} x \, dx$  es a)  $-\frac{1}{2}e^{-x}(\operatorname{sen} x + \cos x) + C$     b)  $e^{-x} \cos x + C$     c)

$-e^{-x} \operatorname{sen} x + C$

4. La recta tangente a  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  en  $x = 3$  es: a)  $y = 2x + 4$  b)  $y = x - 5$  c)  $y = 2x - 4$

### AÑO 2021

#### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

##### Problemas

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & m^2 + m \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcule los valores de  $m$  para los que se verifica la ecuación matricial  $AB = C$   
 b) Para  $m = 2$ , calcule la matriz inversa de  $B$ .

2. En una línea de producción, “ $x$ ” empleados producen “ $y$ ” unidades por mes, siendo  $y$  la función de  $x$  definida por  $f(x) = 80x^2 - 0,1x^4$ , con  $x > 0$

Calcule cuántos empleados,  $x$ , deben asignarse a la línea de producción para obtener una producción mensual,  $y$ , máxima. ¿Cuál es dicha producción mensual máxima?

3. Para la construcción de un panel luminoso se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 150 bombillas azules y 250 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es 0,01 si la bombilla es blanca, 0,02 si la bombilla es azul y 0,03 si la bombilla es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor

- a) Calcule la probabilidad de que la bombilla no funcione.  
 b) Sabiendo que la bombilla elegida funciona, calcule la probabilidad de que dicha bombilla sea roja

##### Cuestiones

1. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & k & 4 & 4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ , su rango es a) 1, si  $k = 2$  b) 2, si  $k = 2$  c) 3, si  $k \neq 2$

2. La derivada de la función  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 3}$  es a)  $-1/9$  b)  $1/9$  c)  $-1/3$

3. La función  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - \frac{x}{2}, & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^3}{2} + 2, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Es continua y derivable en  $x = 1$   
 b) Es continua en  $x = 1$  y no es derivable en  $x = 1$   
 c) No es continua en  $x = 1$

4. Sean  $A$  y  $B$  sucesos aleatorios con  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,4$  y  $P(A \cap B) = 0,3$ . Entonces

- a)  $A$  y  $B$  son sucesos independientes  
 b)  $A$  y  $B$  son sucesos dependientes  
 c)  $A$  y  $B$  son sucesos incompatibles

#### MATEMÁTICAS

##### Problemas

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcule los rangos de las matrices  $AB$  y  $BA$   
 b) Calcule la matriz  $X$  que verifica  $(AB)X = I$ , siendo  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  la matriz unidad de orden 2.

2. Dado el plano  $\alpha: 2x - y + 2z - 5 = 0$

- a) Determine la ecuación implícita o general del plano  $\beta$  que pasa por el punto  $(1, 1, 1)$  y es paralelo a  $\alpha$ .  
 b) Determine las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que es perpendicular a  $\alpha$  y pasa por el origen de coordenadas.

3. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5x - 1, & \text{si } x < 1 \\ -x^2 + bx, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
- a) Calcule los valores de a y b para que  $f(x)$  sea continua y derivable en todo R.  
 b) ¿Existe algún punto en el que se anule la derivada de  $f(x)$ ?

**Cuestiones**

1. El sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 2x + y - 3z = 0 \end{cases}$
- a) No tiene solución    b) Tiene infinitas soluciones    c) sólo tiene la solución  $x = y = z = 0$

2. La recta  $\begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 3 - 2\lambda \\ z = 7 \end{cases}$
- a) Pasa por los puntos  $A(6, -1, 7)$  y  $B(-3, 5, 7)$   
 b) Pasa por los puntos  $A(0, 3, 7)$  y  $B(3, -2, 7)$   
 c) Pasa por el origen de coordenadas

3. La función  $f(x) = x^3 + 3x^2$ .
- a) Es creciente en todo R  
 b) Tiene un máximo relativo en  $x = -2$  y un mínimo relativo en  $x = 0$   
 c) Tiene una asíntota vertical

4. Una primitiva de  $f(x) = xe^{2x}$  es a)  $F(x) = \frac{x^2 e^{2x}}{4}$     b)  $F(x) = \frac{x^2 + e^{2x}}{2}$     c)  $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} \left( x - \frac{1}{2} \right)$

**AÑO 2022**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

**Problemas**

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$      $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
- a) Calcule la matriz  $AB^t$  (siendo  $B^t$  la matriz transpuesta de B)  
 b) Calcule la inversa de la matriz A
2. Dada la función  $f(x) = ax^2 + bx + 1$ , donde a y b son números reales,
- a) Determine los valores de a y b para que  $f(x)$  tenga un extremo relativo en (2, 5)  
 b) El punto (2, 5) ¿es un máximo o un mínimo?
3. El 20% de los jóvenes de una ciudad practica baloncesto. De entre los jóvenes que practican baloncesto, el 30% practica además tenis. De entre los que no practican baloncesto, un cuarto practica tenis. Elegido al azar un joven de esa ciudad:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que practique ambos deportes?  
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que practique tenis?

**Cuestiones**

1. Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + k, & \text{si } x > 1 \end{cases}$ ;  $f(x)$  es continua si
- a)  $k = 6$     b)  $k = 1$     c) para cualquier valor de k
2. El  $\frac{3x^2 + 2}{x^2 + 1}$  vale a) 5    b) 3    c) 1
3. Si A y B son sucesos tales que  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,5$  y  $P(A \cap B) = 0,15$
- a) A y B son incompatibles  
 b) A y B son independientes  
 c)  $P(A \cup B) = 0,8$
4. La derivada de la función  $f(x) = \ln(\cos x)$  es a)  $\text{tg } x$     b)  $\text{cotg } x$     c)  $-\text{tg } x$

**MATEMÁTICAS**

**Problemas**

1. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz inversa de  $A$

b) Resuelva el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x - 2z = 1 \\ y - z = 0 \\ x + 3y + z = -1 \end{cases}$

2. Dado el plano  $\alpha: 2x + 3y - z - 26 = 0$

a) Determine las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que pasa por el punto  $P(2, 1, 3)$  y es perpendicular al plano  $\alpha$ .

b) Calcule el punto de corte de la recta  $r$  con el plano  $\alpha$ .

3. Dada la función  $f(x) = x^3 - 3x$

a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Calcular, si existen los máximos y mínimos relativos.

b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Cuestiones**

1. Dadas las matrices  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  se tiene que

a)  $(A - I)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$       b)  $(A - I)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$       c)  $(A - I)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. Sean los vectores  $\vec{u} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{v} = (2, 2, a)$  y  $\vec{w} = (2, 0, 0)$ . Los vectores  $\vec{u} + \vec{v}$  y  $\vec{u} - \vec{w}$  son

ortogonales si a)  $a = 1$     b)  $a = 2$     c)  $a = -1$

3. La función  $f(x) = xe^{-x}$  tiene un punto de inflexión en a)  $x = 0$       b)  $x = 2$       c)  $x = 1$

4. El valor de la integral definida  $\int_0^1 (x^3 + 5x - 1) dx$  es a)  $4/7$       b)  $7/4$       c)  $5$

**AÑO 2023**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

**Problemas**

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$      $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$      $X = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}$      $C = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule las matrices  $M = AB$  y  $N = BA$

b) Calcule la inversa de la matriz  $P$  siendo  $P = N - I$ , donde  $I$  representa a matriz identidad

c) Resuelva el sistema  $PX = C$

2. Dada la función  $f(x) = x^3 + rx^2 - sx + t$ , donde  $r, s, t$  son números reales,

Determine los valores de  $r, s, t$  para que  $f(x)$  tenga un máximo en  $x = -2$ , un mínimo en  $x = 0$  y pase por el punto  $(1, -1)$

3. El 35% de los estudiantes de un centro practica baloncesto. De los que practican baloncesto, el 70% practica además tenis. De los que no practican baloncesto, un cuarto practica tenis.

Elegido al azar un estudiante de ese centro:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que practique ambos deportes?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que practique tenis?

c) ¿Son independientes los sucesos “practicar baloncesto” y “practicar tenis”?

## Cuestiones

- Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & m & 1 & m & 2 \end{pmatrix}$ , los valores de  $m$  para los que  $A$  tiene inversa son  
a)  $m = -2$    b)  $m \neq -2$  y  $m \neq 1$    c) cualquier valor de  $m$
- El  $\frac{4x^3 - 2}{x^3 + x^2 + 1}$  vale a) 4   b) -2   c) 2
- Si  $A$  e  $B$  son sucesos tales que  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,5$  y  $P(A \cap B) = 0,15$   
a)  $A$  y  $B$  son incompatibles   b)  $A$  y  $B$  son independientes   c)  $P(A \cup B) = 0,75$
- La derivada de la función  $f(x) = (\ln x)/x$  es igual a  
a)  $(1 - \ln x)/x^2$    b)  $1/x^2$    c) Ninguna de las anteriores

## MATEMÁTICAS

## Problemas

- Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$     $C = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$   
a) Calcule el rango de la matriz  $AB$   
b) Calcule la matriz  $X$  que verifica  $(AB)X - X = C$
- Dada la recta  $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{3}$  y el plano  $\alpha: 2x - 2y + 3z - 9 = 0$   
a) Determine el ángulo que forman la recta  $r$  y el plano  $\alpha$   
b) Determine el punto de corte de la recta y el plano.
- Si  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{si } x < -2 \\ ax^2 + b, & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{x}, & \text{si } 2 < x \end{cases}$  es una función continua y pasa por el punto  $(1, -2)$   
a) Determine los valores de  $a$  y  $b$ .  
b) Calcule el área limitada por la gráfica de  $f(x) = ax^2 + b$ , las rectas  $x = 2$ ,  $x = -2$  y el eje de abscisas, para los valores de  $a$  y  $b$  calculados en el apartado anterior.

## Cuestiones

- En un sistema lineal de ecuaciones homogéneo (términos independientes = 0) de tres ecuaciones con tres incógnitas, si el determinante de la matriz de coeficientes es 0, entonces el sistema  
a) No tiene solución.   b) Tiene infinitas soluciones.   c) Sólo tiene la solución  $x=y=z=0$
- Los puntos  $P(4, -1, 3)$ ,  $Q(3, 5, 1)$  y  $R(0, 23, -5)$   
a) Están alineados   b) Determinan un plano   c) Son puntos del plano  $YZ$
- Dada la función  $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$ , el valor de su derivada en  $x = 1$  es  
a)  $f'(1) = 0$    b)  $f'(1) = -2/3$    c)  $f'(1) = -1$
- La función  $f(x) = e^x(x - 1)$   
a) Es decreciente en el intervalo  $(-\infty, 1)$  y creciente en el intervalo  $(1, \infty)$   
b) No tiene puntos de inflexión  
c) Tiene un mínimo en  $x = 0$

**AÑO 2024**

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

Problemas

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} m & 4 & 4 & 0 & 2 & 4 & 1 & m & 2 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 1 & - & 1 & 0 & 0 & 1 & m \end{pmatrix}$   $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & - & 1 \end{pmatrix}$

- a) Determine para qué valores de m existe la matriz inversa de A.  
 b) Despeje la matriz X tal que  $XA + B = C$  y calcúlela para  $m = 1$ .

2. Un canal de televisión sabe que el porcentaje de personas que ven dicho canal entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche viene dado por la función  $S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$ , donde t son las horas transcurridas desde las 12 de la mañana

- a) ¿A qué hora este canal tiene su máximo y mínimo de audiencia entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche?  
 b) ¿Qué porcentaje de personas ve el canal en esas horas de máxima y mínima audiencia?  
 c) Dibuja la gráfica de la función S(t) para t entre las 6 pm y las 12 pm.

3. Una compañía telefónica ofrece tres tipos de tarifas: A, B y C, estando abonados el 45%, 30% y 25% de los clientes a cada una de ellas, respectivamente. Se detecta que el 3%, el 5% y el 1% de los abonados a la tarifa A, B y C, respectivamente, cancelan su contrato una vez finalizado el período de permanencia.

Se elige un cliente al azar:

- a) Si cancela su contrato, ¿cuál es la probabilidad de que estuviera en la tarifa C?  
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que el contrato no se cancele después del período de permanencia?  
 c) Calcule la probabilidad de que sea abonado de la tarifa A y decida cancelar el contrato, transcurrido el periodo de permanencia

#### Cuestiones

1. La matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 & k & 1 & k & 0 & k & 1 \end{pmatrix}$  tiene inversa si a)  $k \neq -1$  b)  $k \neq 1$  c)  $k \neq 1$  y  $k \neq -1$

2. La derivada de la función  $f(x) = \frac{2}{x}$  vale a) -8 b) 1/2 c) -2

3. La función  $f(x) = \frac{18}{(x+3)^2}$  representa el número de individuos, en millones, de una población (x es el tiempo, en años, desde  $x = 0$ ). El tamaño de la población a largo plazo (cuando x tiende a infinito) será a) 1 b) 18 c)  $+\infty$

4. Sean A y B sucesos aleatorios con  $P(B) = P(\overline{A}) = 0,6$  y  $P(A \cap B) = 0,3$ . Entonces a)  $P(A \cup B) = 0,4$  b)  $P(A \cup B) = 0,9$  c)  $P(A \cup B) = 0,7$

#### MATEMÁTICAS

##### Problemas

1.

a) Despeje la matriz X para que se verifique  $BX = A$ . Calcúlela para  $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $A = \begin{pmatrix} 1 & - & 2 & 4 \end{pmatrix}$

b) Resuelva matricialmente el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} y + 2z = -3 \\ 2x + y = 3 \\ x + 3y - 4z = 3 \end{cases}$

2.

a) Halle los valores de m y n para que los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$  sean paralelos:

$$\pi_1: 2x - y + z - 5 = 0, \quad \pi_2: mx + ny + 2z + 3 = 0$$

b) Obtenga la ecuación de un plano paralelo a  $\pi_1$  que pase por el punto A (3, -2, 1).

3. Considere la función dada por  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b, & \text{si } x \leq 1 \\ \ln x - 1, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Determine los valores de los parámetros a y b sabiendo que f(x) es continua en todo R y tiene un extremo relativo en el punto de abscisa  $x = 0$ .  
 b) Calcule el valor mínimo de la función para los parámetros a y b encontrados.

#### Cuestiones

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  se verifica que  $XA = B$  si  
 a)  $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$     b)  $X = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$     c)  $X = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
2. Los vectores  $\vec{u} = (2, -3, 1)$ ,  $\vec{v} = (1, m, 3)$  y  $\vec{w} = (-4, 5, -1)$  son coplanarios si  
 a)  $m = \pm 4$     b)  $m = -4$     c) para ningún valor de  $m$
3. La función  $f(x) = 3 + xe^{-x}$ , en  $x = 1$ , tiene a) Un máximo    b) Un mínimo    c) Un punto de inflexión
4. El valor de la integral definida  $\int_1^{2e} \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$  es a)  $2e + 1$     b)  $2e + \ln 2$     c)  $e - 1$

### AÑO 2025

#### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

#### PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

##### CONTEXTO

Los responsables municipales de la población en la que reside llevaron a cabo el año pasado un plan de renovación de los contenedores de basura, instalando nuevos contenedores de recogida selectiva. Su capacidad variará entre los 1.800 litros para los envases de materia orgánica y los 2900 litros para los envases destinados a la recogida de envases ligeros, papel y cartón, vidrio y fracción restante. Los contenedores, además de contar con sensores inteligentes que medirán su volumen para optimizar el tráfico de camiones, se integrarán en el mobiliario urbano para reducir el impacto estético. Cuando se puso en marcha el citado plan, se tuvo en cuenta que en ocasiones son necesarias reparaciones o sustituciones por diferentes motivos: desgaste por el uso, rotura por fenómenos meteorológicos adversos, actos vandálicos, etc.

Se ha establecido que en un mes determinado la probabilidad de reparar o reemplazar al menos dos contenedores de papel y cartón es 0,1; además, que la probabilidad de reparar o sustituir al menos dos envases de envases ligeros, siendo reparados o sustituidos al menos dos envases de papel y cartón, es de 0,4. Se conoce que la probabilidad de que en un mes determinado sea necesario reparar como máximo un contenedor de papel y cartón y como máximo uno de envases ligero es de 0,72.

- 1.1. Calcule la probabilidad de que en un mes determinado sea necesario reparar o sustituir más de un contenedor de los dos tipos considerados en el párrafo anterior.
- 1.2. Si es necesario reparar o reemplazar menos de dos contenedores de papel y cartón en un mes determinado, ¿cuál es la probabilidad de que sea necesario reparar o reemplazar dos o más contenedores de envases ligeros?
- 1.3. Sin realizar operaciones adicionales, indique si los sucesos “reparar o sustituir al menos dos contenedores de papel y cartón” y “reparar o sustituir al menos dos contenedores de envases ligeros” son o no independientes. ¿Le parece razonable? Justifique la respuesta.

#### PREGUNTA 2. ÁLGEBRA.

2.1. Para dos matrices  $A$  y  $B$  se verifica que  $A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$  y  $2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

2.1.1. Calcule las matrices  $A$  y  $B$ .

2.1.2. Despeje la matriz  $X$  en la ecuación matricial  $AX - B = X$  y calcule su valor

2.2. Responda los dos subapartados siguientes:

2.2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones dado por:  $x + 2y \leq 40$      $x + y \geq 5$      $3x + y \leq 45$      $x \geq 0$  y calcule sus vértices.

2.2.2. Calcule el punto o puntos de la región definida en el subapartado anterior donde la función  $f(x, y) = 2x - 3y$  alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

## PREGUNTA 3. ANÁLISIS.

3.1. El número de ejemplares vendidos de una revista (en miles de unidades), en los primeros cinco meses del año, viene dado por la función  $N(t) = \begin{cases} 8 - t(t - 2), & \text{si } 0 \leq t \leq 3 \\ 2t - 1, & \text{si } 3 < t \leq 5 \end{cases}$  donde  $t$  es el tiempo

transcurrido en meses. Responda los tres subapartados siguientes:

3.1.1. Estudie el crecimiento y decrecimiento del número de ejemplares vendidos.

3.1.2. Calcule en qué momentos se produce el máximo y el mínimo número de ventas y a cuánto ascienden.

3.1.3. Represente la gráfica de la función  $N(t)$

3.2. Considérese la función  $f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$  donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales:

3.2.1. Calcule  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que la función  $f(x)$  pasa por  $(2, 8)$  y que tiene un extremo relativo en  $(0, 16)$

3.2.2. Para  $a = b = 0$  y  $c = 16$ , calcule el área de la región limitada por la función  $f(x)$  y la recta  $y = 8$ .

## PREGUNTA 4. TRES BLOQUES DE LA MATERIA.

4.1. Se estima que, en una población, el 20% padece obesidad y que el 11% padece obesidad y son hipertensos. Además, el 27,5% de los hipertensos padecen obesidad.

4.1.1. ¿Qué porcentaje de la población padece obesidad o es hipertenso?

4.1.2. ¿Son incompatibles los sucesos "padecer obesidad" y "ser hipertenso"? Justifique su respuesta.

4.2. El tiempo de formación, en horas, que precisa un empleado de una empresa para poder trabajar en una nueva planta sigue una distribución normal con desviación típica igual a 15 horas.

4.2.1. Si, en una muestra de 25 empleados, el tiempo medio precisado fue de 97 horas, calcule un intervalo de confianza con un 95% de confianza para la media del tiempo de formación precisado.

4.2.2. Si la media del tiempo de formación precisado es de 97 horas, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio precisado de muestras de 36 trabajadores se encuentre entre 90 y 104 horas?

## MATEMÁTICAS

## PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

## CONTEXTO

Algunas pruebas médicas resultan ser «positivas» o «negativas». Si la prueba fuese infalible, «positiva» indicaría que la persona examinada tiene la enfermedad en cuestión; «negativa» indicaría que no la tiene. Una guionista está escribiendo, para una conocida plataforma de streaming, una historia que tiene lugar en un país imaginario. Explica en su guion que, para detectar una rara enfermedad que afecta a 1 de cada 10000 personas, una empresa farmacéutica logra desarrollar una prueba que resulta ser muy fiable, pues solamente 1 de cada 100 personas libres de la enfermedad obtiene un resultado positivo, y solamente 2 de cada 100 personas que padecen la enfermedad obtienen resultados negativos.

Dice también que los detalles que revelan el diseño de la prueba están protegidos por varios sistemas de seguridad, y que, el 9 de agosto de 2024, la clave que permite abrir el último de esos sistemas es el número 219, el cual se ha calculado, específicamente para ese día, de la siguiente manera: clave =  $n^\circ$  de ríos cuya longitud en metros comienza con el dígito 9, de entre los 2000 más largos del país = 219.

Poco antes de entregar su guion, le surgen dudas acerca de la verosimilitud de sus cifras, conque decide compartirlas con una amiga matemática. Esta le dice que le responderá una vez que calcule las siguientes probabilidades:

$P_1$  = la probabilidad de que una persona con una prueba positiva tenga la enfermedad.

$P_2$  = la probabilidad de que una persona con una prueba negativa tenga la enfermedad.

$P_3$  = la probabilidad de que 219 ríos o más tengan una longitud en metros cuyo primer dígito sea el 9.

Con relación a este punto, la amiga matemática observa que, en muchos conjuntos de datos reales, los primeros dígitos no se distribuyen de manera uniforme, sino que siguen la llamada ley de Benford, la cual afirma que la probabilidad de que un número comience con el dígito  $d$  es  $p = \log_{10}(1 + 1/d)$ .

Por ello, supondrá que la probabilidad de que un río tenga una longitud en  $m$  cuyo primer dígito sea

el 9 es  $p = 0,0458$ .

- 1.1. Calcule  $P_1$  y  $P_2$ . Entienda que los únicos resultados posibles de la prueba son «positivo» o negativo».
- 1.2. Calcule  $P_3$ .
- 1.3. En función de los valores de  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ , dé al menos un motivo por el cual la guionista debería modificar alguna de sus cifras. No es necesario que diga cuáles deberían ser esas modificaciones ni cómo deberían ser efectuadas.

PREGUNTA 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA.

2.1. Responda los dos subapartados siguientes, considerando este sistema lineal:

$$\begin{cases} (m + 1)x + z = 1 \\ (m + 1)x + y + z = m + 1 \\ (m + 1)x + my + (m - 1)z = m \end{cases}$$

- 2.1.1. Discuta el sistema en función del valor del parámetro real  $m$ .
- 2.1.2. Si es posible, resuélvalo en el caso  $m = 0$ .

2.2. Responda los dos subapartados siguientes:

2.2.1. Calcule  $A$  si  $(AB)^T = (1 \ 0 \ 2 \ 1)$  y  $B = (1 \ 1 \ - \ 1 \ 1)$

2.2.2. Si  $A = (3 \ x \ y \ z)$  es invertible, obtenga los valores de  $x$ ,  $y$  y  $z$  sabiendo que  $\det(A - 3I) = 0$ , que  $y \neq 0$  y que  $3z \cdot A^{-1} + I = (2 \ 0 \ - \ 1 \ 4)$ . Entiéndase que  $I$  es la matriz identidad.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS.

3.1. Responda los dos subapartados siguientes:

3.1.1. Enuncie los teoremas de Rolle y del valor medio del cálculo diferencial.

3.1.2. Explique si  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ , está o no en las hipótesis del teorema del valor medio del cálculo diferencial. En caso de que lo esté, calcule un valor  $c$  para el cual se cumpla la tesis de ese teorema.

3.2. Responda los dos subapartados siguientes:

3.2.1. Calcule mediante cambio de variable las siguientes integrales:

3.2.1.1.  $\int (\sin x)^5 \cos x \, dx$ .

3.2.1.2.  $\int (\ln x)/x \, dx$ .

3.2.2. Calcule  $\int (\ln x)/x \, dx$  empleando el método de integración por partes.

Luego, obtenga algún valor de  $B$  tal que  $\int_e^B (\ln \ln x)/x \, dx = 3/2$

PREGUNTA 4. GEOMETRÍA.

4.1. Responda los dos subapartados siguientes:

4.1.1. Se consideran  $\pi: ax + y + z = 1$ , donde  $a$  es un parámetro real, y  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$

4.1.1.1. Estudie la posición relativa del plano  $\pi$  y la recta  $r$  en función de  $a$ .

4.1.1.2. Obtenga el valor de  $a$  que hace que  $\pi$  y  $r$  sean perpendiculares.

4.1.1.3. Razone si  $r$  puede estar contenida en  $\pi$  o no.

4.1.2. Si  $\pi$  es el plano de ecuación  $-3x + y + z = 1$ , diga qué valor debe tomar el parámetro real  $b$  para que la recta  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$  esté contenida en  $\pi$

4.2. Responda los dos subapartados siguientes, donde  $\pi$  es el plano de ecuación  $2x - y + z = 1$ :

4.2.1. Calcule la distancia de  $\pi$  al punto de corte de las rectas  $r_1: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 0 \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$   
 $r_2: \begin{cases} x = \mu \\ y = -1 + \mu \\ z = 0 \end{cases} \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$ .

4.2.2. Obtenga el punto simétrico de  $P(1, 0, 0)$  con respecto a  $\pi$ .