



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ciencias

Plan de Estudios 2026 de la Licenciatura en Matemáticas



CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL IV

Clave	Semestre 4		Créditos 18	Área de conocimiento	Matemáticas			
				Campo	Análisis Matemático			
				Etapa				
Modalidad		Curso (X) Taller () Lab () Sem ()			Tipo	T (X) P () T/P ()		
Carácter		Obligatorio (x) Optativo ()			Horas			
		Obligatorio E () Optativo E ()						
					Semana		Semestre	
					Teóricas	9	Teóricas	144
					Prácticas	0	Prácticas	0
					Total	9	Total	144

Seriación	
Ninguna ()	
Obligatoria ()	
Asignatura antecedente	
Asignatura subsecuente	
Indicativa (X)	
Asignatura antecedente	Álgebra Lineal I, Cálculo Diferencial e Integral III.
Asignatura subsecuente	Análisis Matemático I, Variable Compleja I, Geometría Diferencial I, Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Parciales, Introducción al Análisis de Fourier, Introducción al Cálculo de Variaciones, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias II.

Objetivos generales:

- Generalizar la noción de integral al contexto de varias variables.
- Evocar la intuición geométrica que hay detrás de los conceptos centrales de la integral multidimensional.
- Relacionar los conceptos fundamentales del cálculo integral con aplicaciones provenientes de la física o de otras ciencias.

Objetivos específicos:

- Definir la integral en el espacio euclidiano y reconocer los métodos de integración en varias variables.
- Definir el concepto de integral de línea e identificar su utilización en la definición y caracterización de campos vectoriales.
- Reconocer el concepto de integral sobre una superficie y algunas propiedades y resultados básicos.
- Identificar los métodos de integración sobre curvas y superficies.
- Reconocer los teoremas integrales de Green, Gauss y Stokes.
- Generalizar el concepto de convergencia a la noción de convergencia uniforme y series de potencias.

Índice temático			
	Tema	Horas semestre	
		Teóricas	Prácticas
1	Integral de funciones de varias variables	27	0
2	Teorema de Fubini	15	0
3	Teorema de cambio de variable	12	0
4	Integrales de línea	27	0
5	Integrales de superficie	9	0
6	Teoremas integrales	27	0
7	Aplicaciones de los teoremas integrales	9	0
8	Convergencia uniforme y series de potencias	9	0
	Temas optativos	9	0
9	Optativo: Formas diferenciales	-	-
10	Optativo: Integral de Fourier	-	-
11	Optativo: Métodos numéricos en integrales múltiples	-	-
Total		144	

Contenido Temático	
	Tema y subtemas

1	Integral de funciones de varias variables. 1.1 Motivación: área y volumen. 1.2 Integral de una función de varias variables en rectángulos de $\mathbb{R}^n$. 1.2.1 Sumas superiores e inferiores. 1.2.2 Funciones integrables y criterio de Cauchy. 1.2.3 Sumas de Riemann. 1.2.4 Propiedades de las integrales. 1.3 Conjuntos de contenido cero, medida cero y conjuntos Jordan medibles. 1.4 Integral sobre conjuntos Jordan medibles. 1.5 Teorema del valor promedio para integrales. 1.6 Integrabilidad y su caracterización en términos de las discontinuidades.
2	Teorema de Fubini. 2.1 Integrales iteradas y el teorema de Fubini. 2.2 Principio de Cavalieri. 2.3 Integrales sobre regiones delimitadas por gráficas de funciones utilizando integrales iteradas. 2.4 Derivación bajo la integral; ejemplos y contraejemplos.
3	Teorema de cambio de variable. 3.1 Enunciado e idea geométrica de la demostración. 3.2 Coordenadas polares, cilíndricas, esféricas e integración respecto a estas coordenadas. 3.3 Cálculo de áreas y volúmenes. 3.4 Centro de masa y momentos de inercia. 3.5 Integrales impropias (opcional).
4	Integrales de línea. 4.1 Integrales de trayectoria. 4.1.1 Longitud de una curva. 4.1.2 Integración de funciones escalares sobre curvas parametrizadas. 4.1.3 Independencia de la parametrización de la curva. 4.2 Integrales de línea de campos vectoriales. 4.2.1 Campos vectoriales y su visualización. 4.2.2 Cálculo del trabajo debido a un campo de fuerzas. 4.2.3 Integración de campos vectoriales sobre curvas parametrizadas. 4.2.4 Integrales de línea de campos gradiente y de campos conservativos.

	4.3 Teorema de Green. 4.4 Aplicaciones y ejemplos del teorema de Green. 4.5 Índice de un campo (opcional).
5	Integrales de superficie. 5.1 Superficies parametrizadas, vector normal y plano tangente. 5.2 Área de una superficie parametrizada. 5.3 Integración de funciones escalares sobre superficies parametrizadas e independencia de la parametrización. 5.4 Integración de funciones escalares y vectoriales sobre superficies orientables.
6	Teoremas integrales. 6.1 Operadores divergencia, laplaciano y rotacional. 6.2 Teorema de la divergencia en el plano, interpretación geométrica. 6.3 Teorema de Stokes; rotacional; vorticidad. 6.4 Teorema de Gauss en el espacio. 6.5 Teorema de descomposición de Helmholtz (teorema fundamental del cálculo vectorial) (demostración opcional).
7	Aplicaciones de los teoremas integrales. 7.1 Flujos a través de una superficie (presión). 7.2 Ley de Gauss. 7.3 Identidades de Green. 7.4 Unicidad de soluciones de la ecuación de Laplace. 7.5 Principio del máximo para la ecuación del calor. 7.6 Función de Green (opcional).
8	Convergencia uniforme y series de potencias. 8.1 Definición y ejemplos de convergencia puntual y uniforme de funciones de una variable. 8.2 Convergencia uniforme de funciones continuas en intervalos cerrado. 8.3 Derivación e integración bajo el límite uniforme de sucesiones de funciones. 8.4 Series de funciones y criterio M de Weierstrass. 8.5 Derivación e integración de series de funciones. 8.6 Series de potencias y series de Taylor. 8.7 Series de Fourier y ejemplos.

	8.8 Ejemplos de funciones continuas que en ningún punto son diferenciables (opcional).
9	Optativo: Formas diferenciales. 9.1 Derivada exterior, formas cerradas, formas exactas. 9.2 Cambios de variables para formas diferenciales. 9.3 Orientación de superficies. 9.4 Integrales de formas diferenciales. 9.5 Cálculo y formas diferenciales en variedades, teorema de Stokes en variedades, elemento de volumen.
10	Optativo: Integral de Fourier. 10.1 Propiedades, teorema de inversión, Lema de Riemann - Lebesgue, Parseval, Convolución. 10.2 Integral de Fresnel. 10.3 Ecuación de onda con transformada de Fourier. 10.4 Transformada de Laplace. 10.5 Desigualdad de Bessel, teoremas de convergencia uniforme. 10.6 La ecuación de calor y de onda.
11	Optativo: Métodos numéricos en integrales múltiples. 11.1 Métodos del trapecio y de Simpson. 11.2 Cuadraturas gaussianas. 11.3 Integración en límites arbitrarios. 11.4 Cálculo de errores. 11.5 Método de Montecarlo.

Estrategias didácticas		Evaluación del aprendizaje	
Exposición	(X)	Exámenes parciales	(X)
Trabajo en equipo	()	Examen final	(X)
Lecturas	()	Trabajos y tareas	(X)
Trabajo de investigación	()	Presentación de tema	()
Prácticas (taller o laboratorio)	()	Participación en clase	()
Prácticas de campo	()	Asistencia	()
Aprendizaje por proyectos	()	Rúbricas	()

Aprendizaje basado en problemas	(X)	Portafolios	()
Casos de enseñanza	()	Listas de cotejo	()
Otras (especificar)		Otras (especificar)	

Perfil profesiográfico	
Título o grado	Licenciatura en Matemáticas, Matemáticas Aplicadas, Física, Actuaría, Ciencias de la Computación o equivalente.
Experiencia docente	Con experiencia docente en el área o en áreas circundantes.
Otra característica	Especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.

Bibliografía básica:

1. Apostol, T. M., *Calculus, Volumen II*, México: Ed. Reverté, 2000.
2. Buck, R. C., *Advanced Calculus*, New York: McGraw-Hill, 1978.
3. Crowell, R., y Trotter, H., y Williamson, R., *Calculus of Vector Functions*, Prentice Hall, 1968.
4. Fulks, W., *Cálculo Avanzado*. México: Limusa-Wiley, 1970.
5. Lang, S., *Calculus of Several Variables*, New York: Springer, 1987.
<https://link-springer-com.pbidi.unam.mx:2443/book/10.1007/978-1-4612-1068-9>
6. Marsden, J. E., *Elementary Classical Analysis*, W.H. Freeman and Company, 1974.
7. Marsden, J. E., y Tromba, A. J., *Cálculo Vectorial*, México: Addison-Wesley, Pearson Educación, 1998.
8. Paez, J., *Cálculo Diferencial de Varias Variables*, Las prensas de Ciencias, UNAM, 2017.
http://lya.fciencias.unam.mx/paez/princ_calc_3_linux_web.pdf

Bibliografía complementaria:

1. Arfken, G., "Helmholtz's Theorem." §1.15 in *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd ed. Orlando, FL: Academic Press, pp. 78-84, 1985.
2. Blank, E. B., y Krantz, S. G., *Calculus Multivariable*, Wiley, 2008.

3. Courant, R., y John, F., *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático*, Volumen II, México: Limusa, 1974.
https://www.cimat.mx/~gil/docencia/2006/calculo3/Courant_John_2.pdf
4. Duistermaat, J., Kolk, J., *Multidimensional Real Analysis I: Differentiation*, Cambridge University Press, 2004.
<https://www-cambridge-org.pbidi.unam.mx:2443/core/books/multidimensional-real-analysis-i/3571CF78491A53C281FB72A07A55970F>
5. Hubbard, J. H., y Burke Hubbard, B. *Vector Calculus, Linear Algebra and Differential Forms: A unified approach* (5th edition), Matrix Editions, 2015.
6. Krantz, S. G., y Parks, H. R., *The Implicit Function Theorem*, Birkhauser, 2002.
<https://link-springer-com.pbidi.unam.mx:2443/book/10.1007/978-1-4612-0059-8>
7. Lax, D.P., y Terrell, M. S., *Multivariable Calculus with Applications*, Springer, 2017.
<https://link-springer-com.pbidi.unam.mx:2443/book/10.1007/978-3-319-74073-7>
8. Spivak, M., *Cálculo en Variedades*, México: Ed. Reverté, 1987.
9. Thomas, G. B., y Finney, R.L., *Cálculo: Varias Variables* (13a edición), Pearson, 2016.

Recursos digitales y software:

- Geogebra
- Wolfram Mathematica
- Matlab
- Python