

Auteurs : Jean-Baptiste Paire
Jean-Marc Vince

Thermométrie Optique ; Principe d'un Pyromètre Bichromatique

I. Thermométrie par résistance.

1. B doit être homogène à une température, l'exponentielle est appliquée à une variable sans

$$\text{dimension. On trace } \ln R = \ln R_0 + \frac{B}{T} - \frac{B}{T_0}$$

Sur le graphique on lit : pour $\frac{1}{T} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ $R = 300 \Omega$

$\frac{1}{T} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ $R = 50 \text{ k}\Omega$

On en tire $B = 3,4 \cdot 10^3 \text{ K}$

2. $\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} = \frac{d \ln R}{dT} = -\frac{B}{T^2}$ à 25°C , $\alpha = -3,84 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$
3. $\alpha_{\text{métal}} = 0,5\% = 5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Il vaut mieux utiliser la thermistance car sa variation relative est plus forte.
4. On veut $R_{||} = a + b \cdot T \dots$ donc la dérivée seconde doit être nulle...

$$R_{11} = \frac{R_p R(T)}{R_p + R(T)} = \frac{R_p}{1 + \frac{R_p}{R(T)}} \quad \text{soit} \quad \frac{dR_{11}}{dT} = \frac{R_p^2}{[R_p + R(T)]^2} \cdot \frac{dR(T)}{dT} \quad \text{avec}$$

$$\frac{dR(T)}{dT} = -\frac{R_0 \cdot B}{T^2} \cdot e^{B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

On en tire : $\frac{d^2 R_{11}}{dT^2} = \frac{R_p^2}{[R_p + R(T)]^2} \cdot \frac{d^2 R(T)}{dT^2} - 2 \cdot \frac{R_p^2}{[R_p + R(T)]^3} \cdot \left(\frac{dR(T)}{dT} \right)^2$

Avec $\frac{d^2 R(T)}{dT^2} = \left(\frac{2R_0 \cdot B}{T^3} - \frac{R_0 \cdot B^2}{T^4} \right) \cdot e^{B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$

$$\frac{d^2 R(T)}{dT^2} = 0 \quad \text{donne} \quad \frac{R_p^2}{[R_p + R(T)]^2} \cdot \left(\frac{2R_0 \cdot B}{T^3} - \frac{R_0 \cdot B^2}{T^4} \right) - 2 \cdot \frac{R_p^2}{[R_p + R(T)]^3} \cdot \frac{R_0 \cdot B^2}{T^4} \cdot e^{B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} = 0$$

donc $\frac{2R_0 \cdot B}{T^3} - \frac{R_0 \cdot B^2}{T^4} - 2 \cdot \frac{R(T)}{R_p + R(T)} \cdot \frac{R_0 \cdot B^2}{T^4} = 0$ soit : $-2 + \frac{B}{T} - \frac{2 \cdot R(T)}{R_p + R(T)} \cdot \frac{B}{T} = 0$

et $R_p = R(T_1) \cdot \frac{B - 2 \cdot T_1}{B + 2 \cdot T_1}$

Pour $\theta = 25^\circ\text{C}$, on obtient $R_p = 35 \text{ k}\Omega$ c'est donc réalisable.

$$6. \quad \alpha_{thl} = \frac{1}{R_{R_1}} \cdot \frac{dR_{R_1}}{dT} = -\frac{R_p}{R_p + R(T_1)} \cdot \frac{B}{T_1^2} = -\frac{B - 2.T_1}{2.T_1^2} = -1,56.10^{-2} \text{ K}^{-1}.$$

$$\alpha_{thl} = \frac{R_p}{R_p + R(T)} \cdot \alpha(R_1(T))$$

En fonction des variables demandées :

$|\alpha_{thl}| < |\alpha_R|$ le coefficient α est plus petit.

7. Le montage proposé est un diviseur de courant. On peut rétablir les formules de façon simple avec une loi des nœuds : $I_0 = I + I'$ et une loi de maille : $R.I = R'.I'$

$$\text{d'où } I' = \frac{G'}{G + G'} \cdot I_0 \quad \text{et} \quad I = \frac{G}{G + G'} \cdot I_0$$

$$8. \quad u_{mes} = R_{thl}(T).I - R_1.I' = [R_{thl}(T).G - R_1.G'] \cdot \frac{I_0}{G + G'} \quad \text{avec} \quad G = \frac{1}{R_1 + R_{thl}} \quad \text{et} \quad G' = \frac{1}{2.R_1}$$

$$u_{mes} = \left(\frac{R_{thl}}{R_{thl} + R_1} - \frac{1}{2} \right) \frac{I_0}{\frac{1}{R_{thl} + R_1} + \frac{1}{2.R_1}} = \frac{(R_{thl} - R_1).I_0}{3 + \frac{R_{thl}}{R_1}}$$

Soit

$$\text{Donc} \quad 3.u_{mes} + \frac{R_{thl}}{R_1}.u_{mes} = R_{thl}.I_0 - R_1.I_0 \quad \text{d'où} \quad R_{thl} = R_1 \cdot \frac{R_1.I_0 + 3.u_{mes}}{R_1.I_0 - u_{mes}}$$

$$9. \quad \text{Avec } R_{thl}(T) = R(T_1) \cdot [1 + \alpha_{thl} \cdot (T - T_1)] \quad \text{on a} \quad u_{mes} = R_1.I_0 \cdot \frac{\alpha_{thl} \cdot (T - T_1)}{4 + \alpha_{thl} \cdot (T - T_1)}$$

$$\text{A l'ordre 1} \quad u_{mes} \approx \frac{1}{4} \cdot R_1.I_0 \cdot \alpha_{thl} \cdot (T - T_1) \quad \text{d'où la forme demandée avec} \quad \beta = \frac{1}{4} \cdot R_1.I_0 \cdot \alpha_{thl}$$

$$\text{A.N. : } \beta \approx -0,02 \text{ V.K}^{-1}$$

10. De façon simpliste, si $T = T_1$, alors $u_{mes} = 0$.

$$11. \quad R_{thl}(T_1) = 4997 \, \Omega = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \delta\theta), \text{ et } u_{mes} = \beta \cdot \Delta T \text{ soit } \Delta T = \delta\theta = 0,15 \text{ K.}$$

12. Pour la convection : Le système est la plaque, on travaille sur une transformation élémentaire et on applique le premier principe : $dU = \delta W + \delta Q = \delta Q = K_a \cdot (T_{ext} - T) \cdot dt = m \cdot c \cdot dT$

$$\text{Soit l'équation différentielle} \quad m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} + K_a \cdot T = K_a \cdot T_{ext}, \quad \text{la durée caractéristique est donc}$$

$$\tau_{convection} = \frac{m \cdot c}{K_a}$$

$$\text{Pour la conduction, pour un modèle simple la puissance perdue est } j_Q \cdot S = \lambda \cdot \frac{T - T_{ext}}{e} \cdot L^2, \quad \text{avec}$$

un raisonnement identique au précédent on arrive à un $\tau_{conduction} = \frac{m \cdot c \cdot e}{\lambda \cdot L^2}$. On néglige le transfert par conduction si c'est le transfert par convection qui est lent et le transfert par conduction

$$\text{rapide, donc si } \tau_{convection} \gg \tau_{conduction} \text{ donc si } \frac{m \cdot c \cdot e}{\lambda \cdot L^2} \ll \frac{m \cdot c}{K_a} \quad \text{donc si} \quad e \ll \frac{\lambda \cdot L^2}{K_a}$$

13. On applique le premier principe au dipôle THL entre t et $t+dt$, soit en supposant que la transformation est isochore $U(t+dt) - U(t) = \delta Q$ soit $m \cdot c \cdot d\delta\theta = -K_a \cdot \delta\theta \cdot dt + P_j \cdot dt$

$$\text{d'où } \frac{d\delta\theta}{dt} + \frac{K_a}{m.c} \cdot \delta\theta = \frac{P_J}{m.c}$$

$$\tau = \frac{mc}{K_a}$$

14. On en tire $\tau = \frac{mc}{K_a}$ comme constante caractéristique, qui fournit un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire. C dépend du matériau et K_a du fluide, du matériau et de l'état de surface, il apparaît que c'est la masse m le paramètre le plus facilement ajustable. En régime stationnaire, on obtient $K_a \cdot \delta\theta = P_J$.

15. La puissance Joule s'exprime comme $P_J = R_{thl} \cdot I^2 = R_{thl} \cdot I_0^2 \cdot \left(\frac{G}{G + G'} \right)^2 = R_{thl} \cdot I_0^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot R_1}{3 \cdot R_1 + R_{thl}} \right)^2$

$$\text{A.N. : } P_J = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ W et } K_a = \frac{P_J}{\delta\theta} = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ W.K}^{-1}$$

16. On ajoute au bilan de la question 13 un terme reçu $\phi_a \cdot dt$. En régime stationnaire, l'équation obtenue est donc $\phi_a \cdot dt - K_a \cdot \Delta T \cdot dt + P_J \cdot dt = 0$ avec $P_J = K_a \cdot \overline{\delta\theta}$

$$\Delta T = \overline{\delta\theta} + \frac{\phi_a}{K_a}$$

Soit

17. On a un diviseur de tension, soit $u_2 - u_1 = \frac{x}{2+x} \cdot (V_{S2} - V_{S1})$ donc $(V_{S2} - V_{S1}) = \frac{2+x}{x} \cdot (u_2 - u_1)$
Pour l'AO3, On applique le théorème de Millman sur l'entrée inverseuse :

$$V_- = \frac{\frac{V_{S2} + u_s}{R_2} + \frac{u_s}{R_2}}{\frac{2}{R_2}} = \frac{V_{S2} + u_s}{2}$$

$$\text{et } V_+ = \frac{V_{S1} + U_0}{2}$$

L'AO est idéal et fonctionne en régime linéaire donc $V_- = V_+$ et $V_{S2} + u_s = V_{S1} + U_0$ d'où $u_s = U_0 - (V_{S2} - V_{S1})$

18. $u_s = U_0 - \frac{2+x}{x} \cdot (u_2 - u_1) = U_0 - \frac{2+x}{x} \cdot \beta \cdot (T - T_1) = U_0 - \frac{2+x}{x} \cdot \beta \cdot (\overline{\delta\theta} + \frac{\phi_a}{K_a})$

$$\text{En posant } U_0 = \frac{2+x}{x} \cdot \beta \cdot \overline{\delta\theta}, \text{ on obtient } u_s = \frac{2+x}{x} \cdot \beta \cdot \frac{\phi_a}{K_a} = G \cdot \phi_a$$

19. On veut $G = 24 \text{ V.W}^{-1}$, donc $x = \frac{-2\beta}{24 \cdot K_a + \beta} = 0,24$ et $U_0 = -30 \text{ mV}$.

II. Rayonnement du corps noir

20. On remplace dans la formule λ par $\frac{hc}{x \cdot k_B \cdot T}$ d'où $M^{CN}(T, \lambda) = \frac{2\pi \cdot x^5 \cdot k_B^5 \cdot T^5}{h^4 c^3 \cdot (e^x - 1)}$

$$\text{On dérive } M^{CN}(T, \lambda) = A \cdot x^5 \cdot (e^x - 1)^{-1}$$

$$\text{Soit } \frac{dM^{CN}}{dx} = A(5 \cdot x^4 \cdot (e^x - 1)^{-1} - x^5 \cdot e^x \cdot (e^x - 1)^{-2}) = 0 \quad \text{donc } 5 \cdot e^x - 5 - x \cdot e^x = 0 \quad \text{donc } e^{-x} = 1 - \frac{x}{5}$$

Numériquement, on trouve $x = 4,97$

21. L'exitance ne présente qu'un seul extremum pour x variant de 0 à l'infini, de plus l'exitance est définie pour tout x positif, elle est positive et nulle en $x = 0$ et à l'infini, l'extremum est donc un maximum (Th de Rolle)

On a donc $\frac{hc}{\lambda_m k_B T} = 4,97$, d'où $\lambda_m \cdot T = \frac{hc}{x_m \cdot k_B} = C$ soit $\lambda_m \cdot T = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m.K} = 2900 \text{ } \mu\text{m.K}$

22. Avec la question précédente, on a $T_s = 5480 \text{ K}$ et $\lambda_m = 0,53 \text{ } \mu\text{m}$ correspond à une couleur verte (raie verte du mercure à 547 nm). Le Soleil n'est pas en équilibre thermique à cette température car sa température centrale doit être assez élevée pour permettre des réactions de fusion nucléaire type proton – proton, soit plusieurs millions de Kelvin.
23. On réapplique la relation de Wien : $\lambda_m = 9,68 \text{ } \mu\text{m}$ cette longueur d'onde appartient aux domaine des infrarouges (IR).

$$M \approx \frac{2\pi \cdot k_B^5 \cdot T^5}{h^4 \cdot c^3} x^5 \cdot e^x = 2\pi \frac{h^2 c}{\lambda^5} \cdot e^x$$

24. $x \gg 1$, on a donc $e^x \gg 1$ soit

25. Ces gaz sont responsables de l' " effet de serre " : le rayonnement IR émis par le sol est dans la bande d'absorption de ces molécules et une partie de ce rayonnement est renvoyé vers le sol.

26. H_2O et CO_2 ont des liaisons polarisées, les atomes possèdent des charges électriques partielles dues à la polarisation des liaisons (électronégativité différente), alors que N_2 ou O_2 n'en possèdent pas (pas de différence d'électronégativité).

27. $v = \frac{c}{\lambda}$ on a donc $\omega_0 = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} = 3,14 \cdot 10^{14} \text{ rad.s}^{-1}$.

On pose $n = n' - j \cdot n''$. Avec l'expression donnée par le texte, on multiplie haut et bas par le complexe conjugué du dénominateur et on obtient, en séparant partie réelle de partie imaginaire

$$n' = 1 + \frac{1}{2} \cdot \chi_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}} \quad n'' = \frac{1}{2} \cdot \chi_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \frac{\frac{\omega}{\tau}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}}$$

:

28. On calcule $n''(\omega_0) = \frac{1}{2} \cdot \chi_0 \cdot \omega_0 \cdot \tau$

$$n'' = \frac{n''(\omega_0) \cdot \frac{\omega \cdot \omega_0}{\tau}}{[(\omega + \omega_0) \cdot (\omega_0 - \omega)]^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}} \approx \frac{n''(\omega_0) \cdot \frac{\omega_0^2}{\tau}}{[(2 \cdot \omega_0) \cdot (\omega_0 - \omega)]^2 + \frac{\omega_0^2}{\tau^2}} = \frac{n''(\omega_0)}{1 + 4 \cdot \tau^2 (\omega - \omega_0)^2}$$

ω_0

pour ω voisin de

29. On sépare n dans l'expression de $\vec{E}$: $\vec{E} = E_0 \cdot e^{j(\omega t - n' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x)} \cdot e^{-n'' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x} \cdot \vec{e}_y$

On a une structure d'onde plane, donc $\text{rot } \vec{E} = \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -j \cdot \vec{k} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -j \cdot \omega \cdot \vec{B}$

$$\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E} = \frac{n' - j \cdot n''}{c} \cdot \vec{e}_x \wedge \vec{E} = \frac{E_0}{c} \cdot (n' - j \cdot n'') \cdot e^{j(\omega t - n' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x)} \cdot e^{-n'' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x} \cdot \vec{e}_z$$

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cdot e^{-n'' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x} \cdot \cos\left(\omega t - n' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x\right) \vec{e}_y$$

En réels, on obtient :

$$\vec{B}(x, t) = \frac{E_0}{c} \cdot e^{-n'' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x} \left[n' \cdot \cos\left(\omega t - n' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x\right) + n'' \cdot \sin\left(\omega t - n' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x\right) \right] \vec{e}_z$$

30. Il suffit d'appliquer la formule du vecteur de Poynting, maintenant que l'on a les expressions réelles des champs :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 \cdot c} \cdot e^{-2 \cdot n'' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x} \left[n' \cdot \cos^2 \left(\omega t - n' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x \right) + n'' \cdot \cos \left(\omega t - n' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x \right) \sin \left(\omega t - n' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x \right) \right] \vec{e}_x$$

$$\Phi(x) = \frac{n' \cdot E_0^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot c} \cdot e^{-2 \cdot n'' \cdot \frac{\omega}{c} \cdot x}$$

On en tire qui représente la densité moyenne surfacique de puissance transportée par l'onde.

31. α a les dimensions de l'inverse d'une distance. $1/\alpha$ représente donc la distance caractéristique d'absorption de l'onde dans le milieu.

$$\alpha(\omega) \approx 2 \frac{\omega_0}{c} \cdot \frac{n''(\omega_0)}{1 + 4 \cdot \tau^2 (\omega - \omega_0)^2}$$

En reprenant la question 28, on a

32. On cherche ω tel que $\alpha(\omega) = \frac{1}{2} \cdot \alpha(\omega_0)$

$$\text{Soit } 1 + 4 \cdot \tau^2 \cdot (\omega - \omega_0)^2 = 2 \text{ d'où } \omega - \omega_0 = \pm \frac{1}{2\tau} \text{ d'où } \Delta\omega_{1/2} = \frac{1}{\tau}$$

33. On mesure la largeur de courbe à 50% soit 7 mm pour 0,05 unité en u égale à 11 mm

On a donc la largeur en u : $\Delta u = 3,2 \cdot 10^{-2}$ d'où $\Delta\omega_{1/2} = 3,2 \cdot 10^{-2} \cdot \omega_0$

$$\text{et } \tau = \frac{1}{3,2 \cdot 10^{-2} \cdot \omega_0} = 9,95 \cdot 10^{-14} \text{ s} \approx 10^{-13} \text{ s}$$

La valeur correspond à un produit $\omega_0 \cdot \tau = 31$ ce qui assez juste pour l'approximation de la question 32.

III. Principe d'un pyromètre optique bichromatique

34. Σ' est l'image de Σ par la lentille. On pose G le grandissement de la lentille, soit

$$G = \frac{\frac{\Sigma'}{\Sigma}}{\frac{p'}{p}} = -\frac{p_i}{p_o} \quad \text{on en tire donc le rapport des surfaces} \quad \frac{\Sigma'}{\Sigma} = \left(\frac{p_i}{p_o} \right)^2$$

35. Le texte donne une formule pour la puissance reçue sur dS' émise par dS : $\delta^2 \varphi_\lambda =$

$2\pi \cdot L_\lambda \cdot dS \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta$. Cette formule écrite en sphérique a été intégrée sur ϕ , ce qui suppose une symétrie du problème autour de l'axe z. Elle se s'applique dans notre problème qu'en faisant l'hypothèse de cette symétrie, pour tous les éléments de surface de l'objet Σ , ce qui ne peut être

le cas dans le cas général, mais qui constitue une bonne approximation si la taille de l'objet Σ est négligeable devant la taille de la lentille (approximation de Gauss). On se situe dans cette approximation pour la suite.

$$\phi_{0\lambda} = \int_0^{\alpha_0} \int_0^\Sigma 2\pi \cdot L_{0\lambda} \cdot dS \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta = \pi \cdot L_{0\lambda} \cdot \Sigma \cdot \sin^2 \alpha_0$$

On a donc

36. On a $\tan \alpha_0 = \frac{L}{p_0} \approx \alpha_0$ et $\tan \alpha_1 = \frac{L}{p_1} \approx \alpha_1$ d'où $\frac{\alpha_0}{\alpha_1} \approx \frac{p_1}{p_0}$ et $\alpha_0^2 \approx \alpha_1^2 \cdot \frac{p_1^2}{p_0^2}$ or $\Sigma \cdot \frac{p_1^2}{p_0^2} = \Sigma'$, donc

$$\phi'_\lambda = \tau_E \cdot \phi_{0\lambda} \approx \tau_E \cdot \pi \cdot L_{0\lambda} \cdot \Sigma \cdot \alpha_0^2 = \tau_E \cdot \pi \cdot L_{0\lambda} \cdot \Sigma \cdot \alpha_1^2 \cdot \frac{p_1^2}{p_0^2} = \tau_E \cdot \pi \cdot L_{0\lambda} \cdot \Sigma' \cdot \alpha_1^2 = \tau_E \cdot L_{0\lambda} \cdot \Sigma \cdot \frac{\Sigma_{\text{eff}}}{p_1^2} = K \cdot L_{0\lambda}$$

$$K = \tau_E \cdot \frac{\Sigma \cdot \Sigma_{\text{eff}}}{p_1^2}$$

avec

$$\frac{p_0}{D_0} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{p_0}{\sqrt{\Sigma}} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{\Sigma'}} = 89$$

37. résolution =

38. L'existance est par définition la puissance émise dans un demi espace par unité de surface et par bande de longueur d'onde, on reprend donc la formule donnée question 34 et on intègre sur θ

$$M_\lambda = \int_0^{\pi/2} \int_0^1 2\pi \cdot L_\lambda \cdot dS \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta = \pi \cdot L_\lambda$$

variant de 0 à $\frac{\pi}{2}$, soit

39. $M_\lambda (1,0 \mu\text{m}, 973 \text{ K}) = 1,38 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$, d'où $\phi'_\lambda = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1}$ et $u_s = 2,48 \text{ V}$.

$$\ln(u_s) = C_{ste} - \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k_B \cdot T}$$

40. On exprime u_s en fonction de la température, soit entre l'erreur sur la tension et l'erreur sur la température :

$$\frac{u_{\text{mesuré}} - u_{\text{réel}}}{u_{\text{réel}}} = \frac{\Delta u_s}{u_s} = \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k_B} \cdot \frac{\Delta T}{T^2} = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} - 1$$

$$\Delta T = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \cdot T^2 \cdot \frac{\lambda \cdot k_B}{h \cdot c}$$

D'où

$$\text{pour } \varepsilon = 0,8 \quad \Delta T = 16 \text{ K}$$

$$\text{Pour } \varepsilon = 0,1 \quad \Delta T = 590 \text{ K}$$

41. La déviation due au prisme n'est pas la même pour les deux longueurs d'onde, on récupère donc deux "taches" dans le plan focal de la lentille L_2 .

$$L'angle de déviation dans la limite des petits angles vaut $D = (n-1) \cdot A = \left(a + \frac{b}{\lambda^2} - 1 \right) \cdot A$$$

Si $\lambda_1 < \lambda_2$ alors $D_2 < D_1$ le faisceau de longueur d'onde le plus faible sera le plus dévié (tache inférieure sur le schéma).

$$r = \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^5 \cdot e^{-\frac{hc}{k_B T} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)}$$

42. En reprenant l'approximation de la question 24, on obtient supposant les émissivités égales. en

43. à 700°C , le maximum d'émission est à $\lambda_m = 2,98 \mu\text{m}$

à 3000°C , le maximum d'émission est à $\lambda_m = 0,89 \mu\text{m}$

Les longueurs d'onde choisies semblent bien convenir pour des hautes températures, mais semblent assez lointaines pour des températures de l'ordre de 1000°C . Le problème semble être d'avoir des émissivités comparables, ce qui conduit à choisir des longueurs d'onde assez proches, même si elles ne sont pas proches des maxima d'émission.

Attention au choix des matériaux, le verre absorbe l'infrarouge, on ne pourra donc pas se servir de lentilles et de prisme en verre mais en un matériau ayant une bonne transparence dans l'infrarouge (vitrocéramique, verres de chalcogénures transmission 70% jusqu'à $1,7 \mu\text{m}$, utilisés dans les caméras de vision nocturne)

44. On s'aperçoit qu'il y a en gros deux zones à peu près affines, une de 973K à 1273K et une autre de 1273K à 3273K , ce qui justifie deux calibres pour le pyromètre.



