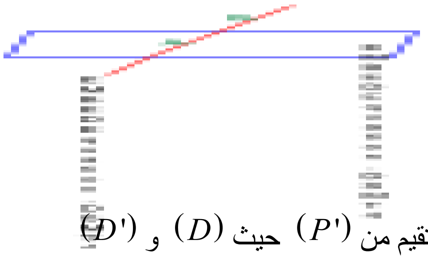
تمارين الرسم :

تمرين 1

(P) مستو و B نقطة لا تنتمي إلى (P) . (Δ) مستقيم يشمل B ويقطع (P) في النقطة A . أرسم هذا الشكل .

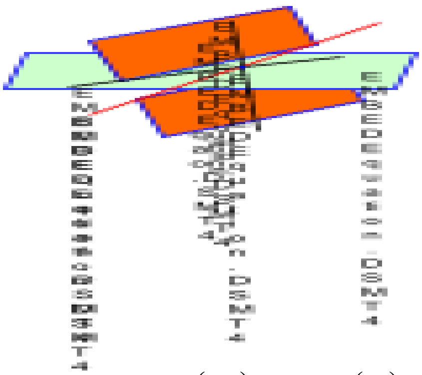


الحل :

رسمنا المستقيم بشكلين ، خط مستمر وخط متقطع .
الخط المستمر هو الظاهر في الحقيقة والخط المتقطع هو غير ظاهر.

تمرين 2

(P) و (P') مستويان متقاطعان في مستقيم (Δ) . (D) مستقيم من (P) و (D') مستقيم من (P') حيث (D) و (D') يتقاطعان في النقطة A . أرسم هذا الشكل .

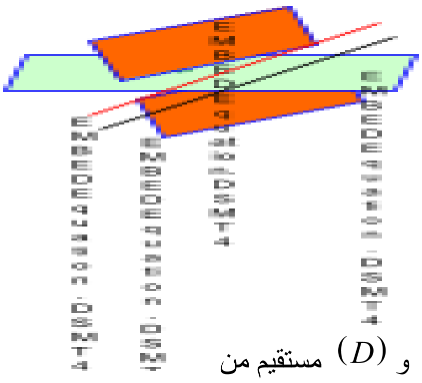


الحل :

النقطة A هي نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (D') إذن هي نقطة مشتركة للمستويين (P) و (P') وبالتالي النقطة A تنتمي إلى مستقيم (Δ) .

تمرين 3

(P) و (P') مستويان متقاطعان في مستقيم (Δ) . (D) مستقيم من (P) ويوازي (P') . أرسم هذا الشكل .

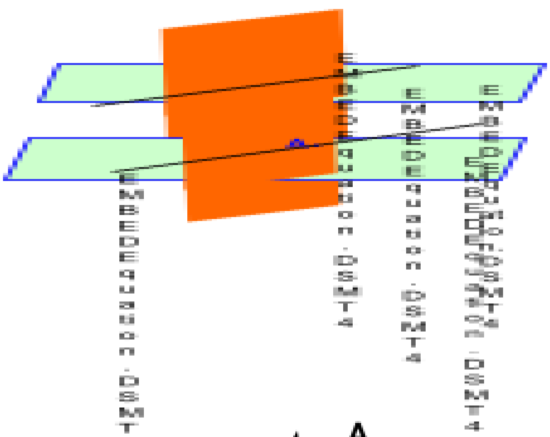


الحل :

المستقيم (D) محتوى في (P) يوازي (P') إذن هو موازي لتقاطعهما (Δ)

تمرين 4

(P) و (P') مستويان متوازيان ، A نقطة من (P) و (D) مستقيم من (P') ؛ (Q) المستوي المعين بالمستقيم (D) والنقطة A . (Δ) المستقيم المشترك بين المستويين (P) و (Q) . أرسم هذا الشكل .

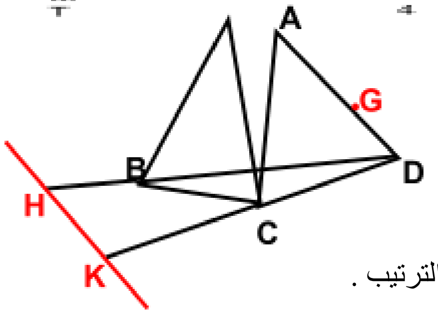


الحل :

المستوي (Q) يقطع كل من المستويين (P) و (P') في المستقيمين (Δ) و (D) على الترتيب ، بما أن (P) و (P') مستويان متوازيان فإن (Δ) و (D) مستقيمان متوازيان .

التمثيل بالمنظور والتصميم :

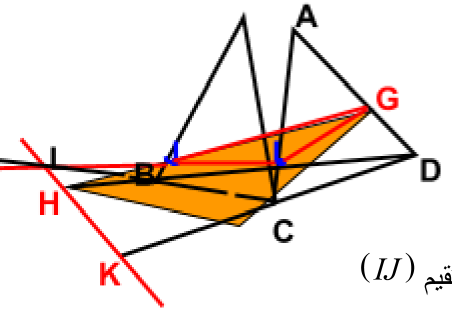
تمرين 5



في الشكل المقابل لدينا رباعي الوجوه $ABCD$ ، مستقيم (HK) من المستوي (BCD) حيث (HK) لا يوازي (BC) ، ونقطة G من الحرف $[AD]$.

1. أرسم تقاطعات المستوي (GHK) مع الأوجه (ABC) ، (ACD) و (ABD) للرباعي الوجوه .
2. نسمي I و J النقطتين المشتركتين للمستوي (GHK) مع (AC) و (AB) على الترتيب .
برهن أن للمستقيمات (HK) ، (BC) و (IJ) نقطة مشتركة وحيدة .

الحل :



1. تقاطع المستوي (GHK) مع الوجه (ABC) :

النقط A ، G ، D ، C ، K تنتمي إلى نفس المستوي (ACD)

إذن المستقيمين (AC) و (GK) متقاطعان في نقطة نسمها I .

النقط A ، G ، D ، B ، H تنتمي إلى نفس المستوي (ABD)

إذن المستقيمين (AB) و (GH) متقاطعان في نقطة نسمها J .

المستويان (GHK) و (ABC) متمايزان ويشتركان في نقطتين I و J إذن تقاطعهما هو المستقيم (IJ)

وبالتالي تقاطع المستوي (GHK) مع الوجه (ABC) هي القطعة المستقيمة $[IJ]$.

ونستنتج مباشرة أن تقاطع المستوي (GHK) مع الوجه (ACD) هي القطعة $[IG]$.

وكذلك تقاطع المستوي (GHK) مع الوجه (ABD) هي القطعة $[JG]$.

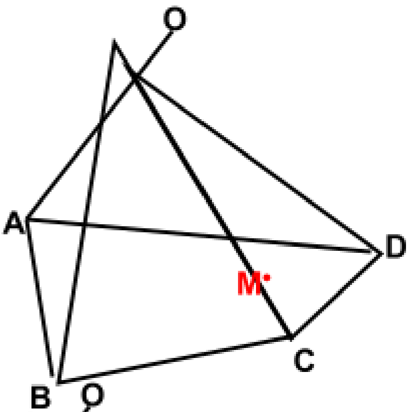
2. في المستوي (BCD) لدينا المستقيمين (HK) و (BC) غير متوازيين نسمي L تقاطعهما .

بما أن L هي نقطة من (BC) فإنها تنتمي إلى المستوي (ABC) وبما أنها نقطة من (HK) فهي تنتمي إلى المستوي (GHK)

إذن L تنتمي إلى تقاطع المستويين (ABC) و (GHK) الذي يتمثل في المستقيم (IJ)

وبالتالي L هي نقطة مشتركة للمستقيمات (HK) ، (BC) و (IJ) .

تمرين 6



الشكل المقابل هو لهرم قاعدته الرباعي $ABCD$. M

نقطة من الحرف $[OC]$.

أرسم تقاطعات الأوجه (OCD) ، (OBC) و (OAB)

مع المستوي (MAD) .

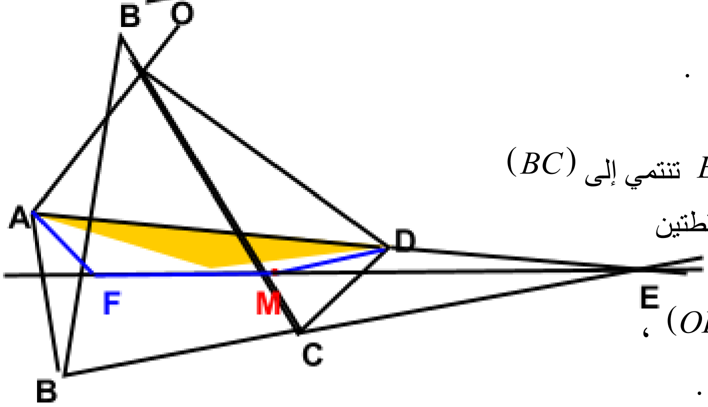
إرشاد : أنشئ نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC) .

الحل:

- المستويان (OCD) و (MAD) متمايزان ويشتركان في النقطتين D و M ،

إذن تقاطعهما هو المستقيم (MD) .

وبالتالي تقاطع الوجه (OCD) والمستوي (MAD) هو القطعة $[MD]$.



- نسمي E نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC) .

E تنتمي إلى (AD) إذن E تنتمي إلى المستوي (MAD) ، وكذلك E تنتمي إلى (BC)

إذن E تنتمي إلى المستوي (OBC) ومنه لهذين المستويين المتمايزين نقطتين

مشتركتين E و M ومنه تقاطعهما هو المستقيم (EM) .

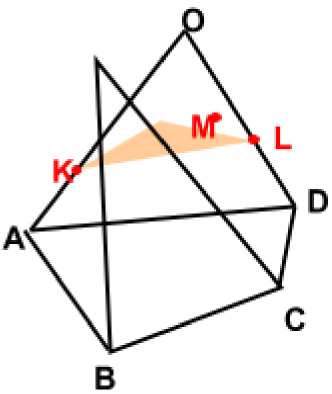
في المستوي (OBC) ، نضع F نقطة تقاطع المستقيمين (EM) و (OB) ،

وبالتالي تقاطع الوجه (OBC) والمستوي (MAD) هو القطعة $[MF]$.

لدينا المستويين المتمايزين (OAB) و (MAD) يشتركان في النقطتين A و F إذن تقاطعهما المستقيم (AF) ،

وبالتالي تقاطع الوجه (OAB) والمستوي (MAD) هو القطعة $[AF]$.

تمرين 7



الشكل التالي هو لهرم قاعدته الرباعي $ABCD$. K نقطة من الحرف $[OA]$ ،

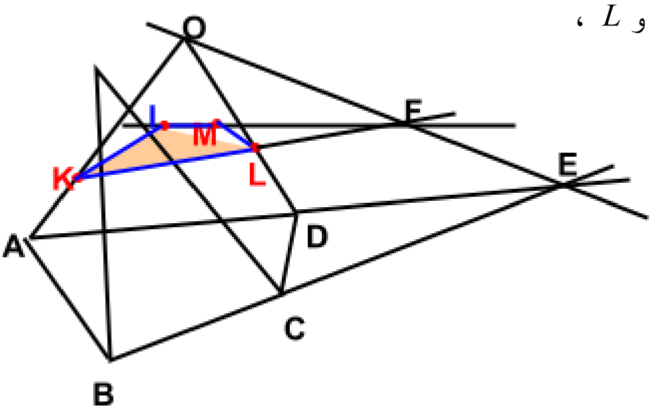
L نقطة من الحرف $[OD]$ و M نقطة من الحرف $[OC]$.

أرسم تقاطع لكل من الأوجه (OAD) ، (ODC) ، (OBC) و (OAB)

مع المستوي (KLM) ، علل الرسم .

إرشاد : أنشئ تقطع المستويين (OAD) و (OBC)

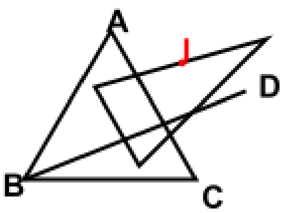
الحل :



- المستويان (OAD) و (KLM) متمايزان ويشتركان في النقطتين K و L ،
إذن تقاطعهما هو المستقيم (KL) ،
ومنه تقاطع الوجه (OAD) والمستوي (KLM) هو القطعة $[KL]$.
- وبنفس الطريقة تقاطع الوجه (ODC) والمستوي (KLM) هو القطعة $[LM]$.
- نسمي E نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC) .
المستويان المتمايزان (OAD) و (OBC) يشتركان في النقطتين O و E ،
إذن تقاطعهما هو المستقيم (OE) .
المستقيمان (KL) و (OE) هما من نفس المستوي (OAD) نسمي نقطة تقاطعهما F ، بما أن (OE) مستقيم من المستوي (OBC) فإن النقطة F تنتمي إلى المستوي (OBC) وبما أن (KL) مستقيم من المستوي (KLM) فإن النقطة F تنتمي إلى المستوي (KLM) ، وبالتالي المستويان (OBC) و (KLM) يشتركان في النقطتين F و M إذن تقاطعهما هو المستقيم (MF) .
في المستوي (OBC) نسمي I نقطة تقاطع المستقيمين (MF) و (OB) .
إذن تقاطع الوجه (OBC) والمستوي (KLM) هو القطعة $[MI]$.
- نستنتج مباشرة أن تقاطع الوجه (OAB) والمستوي (KLM) هو القطعة $[KI]$ لأن المستويان (OAB) و (KLM) متمايزان ويشتركان في النقطتين K و I .

تمرين 8 (19 صفحة 206)

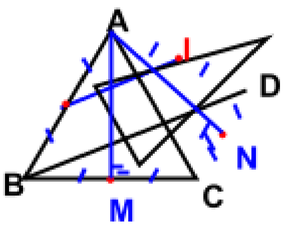
$ABCD$ رباعي وجوه منتظم (أحرفه متقايسة) ، النقطة I منتصف $[AD]$ (أنظر الشكل)



1. تحقق من أن الوجه (ABC) يقع في مستوي الواجهة .
2. أنقل الشكل وأرسم المستقيم (Δ) الذي يشمل I ويوازي المستقيم (BD) .
3. علم النقطتين M و N منتصفي الحرفين $[BC]$ و $[CD]$ على الترتيب .
ماذا يمثل كل من :
- المستقيم (AM) بالنسبة للمثلث ABC .
- المستقيم (AN) بالنسبة للمثلث ACD .

الحل :

1. الأشكال الواقعة في المستوي الواجهة تحافظ على قياسات الزوايا والأطوال وهذا ما نلاحظه على المثلث متقايس الأضلاع ABC إذن الوجه (ABC) يقع في مستوي الواجهة .



2. النقطة I والمستقيم (BD) يعينان المستوي (ABD) ،
إذن المستقيم (Δ) يقع في المستوي (ABD) .
بما أن I منتصف $[AD]$ و (Δ) يوازي (BD) إذن حسب نتيجة مبرهنة طاليس :
(Δ) يمر بمنتصف الحرف $[AB]$.
3. تعلم النقطتين M و N
- في المثلث ABC المستقيم (AM) هو محور القطعة $[BC]$.
- في المثلث ACD المستقيم (AN) هو محور القطعة $[CD]$.