

Câu 1. [2D1-3.7-4] (Sở Điện Biên) Cho bất phương trình $(x+1)^4 + x^2 - 4x - 5 \geq m^4 + m^2 - 6m$. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình trên thỏa mãn với mọi giá trị của $x \in \mathbb{R}$. Tính tổng các giá trị của S .

A. 1.

B. -3.

C. 5.

D. 2.

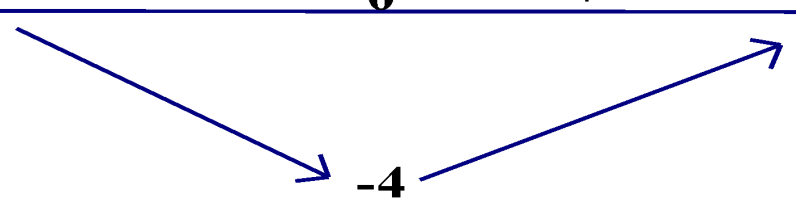
Lời giải

Chọn A

Ta có: $(x+1)^4 + x^2 - 4x - 5 \geq m^4 + m^2 - 6m \Leftrightarrow (x+1)^4 + (x+1)^2 - 6(x+1) \geq m^4 + m^2 - 6m$

Xét hàm số: $f(t) = t^4 + t^2 - 6t$ trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(t) = 4t^3 + 2t - 6$. Nên: $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ta có bảng biến thiên.

t	1		
f'(t)	-	0	+
f(t)			

Từ bảng biến thiên ta có: $\text{Min} f(t) = -4$ khi $t = 1$.

Vậy để bất phương trình đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì:

$$m^4 + m^2 - 6m \leq -4 \Leftrightarrow m^4 + m^2 - 6m + 4 \leq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2(m^2 + 2m + 4) \leq 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 2. [2D1-3.7-4] (Đặng Thành Nam Đề 17) Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = 0$

A. Vô số.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có:

$$y \geq y(0) \forall x \Leftrightarrow x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1 \geq 1 \forall x$$

$$\Leftrightarrow x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 \geq 0 \forall x$$

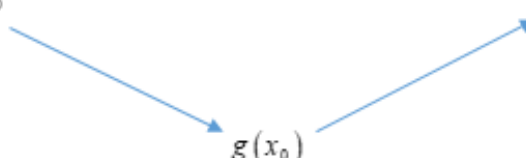
$$\Leftrightarrow x^4 + (m-3)x + 9 - m^2 \geq 0 \forall x \quad (*)$$

Xét hàm số $g(x) = x^4 + (m-3)x + 9 - m^2$ ta có

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + m - 3 = 0 \Rightarrow x = x_0 = \sqrt[3]{\frac{3-m}{4}}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$g'(x)$		$- \quad 0 \quad +$	
$g(x)$	$+\infty$		$+\infty$



Suy ra $\min_{\mathbb{R}} g(x) = g(x_0) = \left(\sqrt[3]{\frac{3-m}{4}}\right)^4 + (m-3)\sqrt[3]{\frac{3-m}{4}} + 9 - m^2 = -3\left(\sqrt[3]{\frac{3-m}{4}}\right)^4 + 9 - m^2$

Vì vậy $(*) \Leftrightarrow g(x_0) \geq 0$.

Nếu $m \leq -3$ hoặc $m > 3$ thì dễ dàng kiểm tra được $g(x_0) < 0$.

Thử trực tiếp thấy $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 6 số nguyên m thỏa mãn.