

שאלון 581 – שאלות בגרות לפי נושאים**שנים תשע"ז-תשפ"ב****תוכן עניינים**

2	שאלה 1 - בעיות מילוליות
15	שאלה 2 -סדרות
28	שאלה 3 – הסתברות
41	שאלה 4 – גיאומטריה
48	שאלה 5 – טריגונומטריה במישור
59	שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית
72	שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש
81	שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית
95	שאלה 6/7 – חדו"א - שונות
99	שאלה 8 – בעיות ערך קיצון
109	דפי נוסחאות

שאלה 1 - בעיות מילוליות



שאלה 1 - בעיות מילוליות

מועד הבגרות	השאלה	התשובה - יואל גבע
1. חורף, 2017 תשע"ז	1. שני צינורות א' ו-ב' מזרימים מים לבִּרְכָּה בקצב קבוע. כאשר צינור א' בלבד פתוח, הִבְרָכָה הריקה מתמלאת לגמרי ב- m שעות. כאשר צינור ב' בלבד פתוח, הִבְרָכָה הריקה מתמלאת לגמרי ב- $2m$ שעות. כאשר שני הצינורות פתוחים במקביל, הִבְרָכָה הריקה מתמלאת לגמרי ביותר מ- 4 שעות. ביום מסוים הִבְרָכָה הייתה ריקה. פתחו את צינור א' בלבד למשך שתיים. אחר כך פתחו גם את צינור ב', ושני הצינורות היו פתוחים בזמן ששתיים נוספות. בתום אותן שתיים נוספות יותר מ- $\frac{1}{2}$ הִבְרָכָה הייתה מלאה. א. מצא את תחום הערכים האפשריים של m. ב. ביום אחר $\frac{1}{2}$ הִבְרָכָה הייתה מלאה. פתחו את שני הצינורות, אלא שבשל תקלה טכנית צינור ב' רוקן מים מן הִבְרָכָה במקום למלא בה מים. שני הצינורות היו פתוחים בזמן במשך שעה אחת, ובמהלכה צינור א' מילא מים בבִּרְכָּה וצינור ב' רוקן ממנה מים. בתום אותה שעה תוקנה התקלה, ושני הצינורות החלו למלא את הִבְרָכָה יחד, עד שהיא התמלאה לגמרי כעבור שתיים וחצי נוספות. נתון שהקצב שבו צינור ב' מרוקן מים מהִבְרָכָה שווה לקצב שבו הוא ממלא אותה במים. מצא את m.	1. א. $6 < m < 10$. ב. $m = 8.5$.
2. קיץ א', 2017 תשע"ז	1. נגה רכבה על אופניים במסלול באורך מסוים, בארבע מהירות קבועות שונות. בכל פעם, לאחר שעברה מִקְטַע שאורכו רבע מן המסלול, היא הגבירה את מהירותה, ורכבה במהירות הגדולה פי 2 מן המהירות הקודמת. במקטע האחרון היא רכבה במהירות של 40 קמ"ש. נגה יצאה לדרך בשעה 8:00 בבוקר וסיימה את המסלול בשעה 11:45 בבוקר. א. מהו אורך המסלול? ב. דניאל יצא לדרך באותו מסלול בשעה 9:45, ונסע במהירות קבועה לאורך כל המסלול. גם הוא הגיע לסוף המסלול בשעה 11:45. באיזה מארבעת מִקְטָעֵי המסלול פגש דניאל את נגה בפעם הראשונה, ובאיזו שעה?	1. א. 40 ק"מ. ב. במקטע השני בשעה 10:30.



שאלה 1 - בעיות מילוליות

1. א. מהירות הזרם: 5 קמ"ש, מהירות הסירה: 20 קמ"ש. ב. $6\frac{1}{4}$ שעות.	העיירות A ו-B נמצאות על גדת נהר הזרם במהירות קבועה. כיוון הזרם הוא מ-A ל-B. מן העיירה B יצאה סירת מנוע לכיוון העיירה A. הסירה שטה נגד כיוון הזרם. באותו הזמן יצאה רפסודה מן העיירה A לכיוון העיירה B. הרפסודה שטה עם כיוון הזרם. מהירות סירת המנוע במים עומדים היא קבועה וגדולה פי 4 ממהירות הזרם של הנהר. מהירות הרפסודה במים עומדים היא אפס. במים זורמים הרפסודה שטה עם הזרם. הסירה והרפסודה נפגשו 3 שעות ו-45 דקות אחרי יציאתן לדרך והמשיכו בדרכן. סירת המנוע הגיעה לעיירה A ומיד הסתובבה ושטה בחזרה לעיירה B. כאשר סירת המנוע הגיעה לעיירה B, הרפסודה הייתה במרחק של 35 ק"מ מן העיירה B. א. חשב את מהירות הזרם ואת מהירות סירת המנוע במים עומדים. ב. בדרך חזרה לעיירה B פגשה סירת המנוע את הרפסודה בפעם השנייה. כמה זמן עבר מרגע יציאתה של הרפסודה מן העיירה A עד שהסירה והרפסודה נפגשו בפעם השנייה? 1. סרקו אותי לצפייה בפתרון	3. קיץ ב', 2017 תשע"ז
---	--	---



שאלה 1 - בעיות מילוליות

4.	חורף, 2018 תשע"ח 1.  סרקו אותי לצפייה בפתרון בכפר נופש יש שתי בריכות: בריכה א' ובריכה ב'. הנפח של בריכה א' הוא V_1 והנפח של בריכה ב' הוא V_2. את הבריכות ממלאים באמצעות 4 צינורות בעלי אותו קוטר. ביום כלשהו שתי הבריכות היו ריקות. התחילו למלא את בריכה א' באמצעות ארבעת הצינורות. כאשר התמלאה בריכה א' לכדי $\frac{1}{6}$ מנפחה, העבירו אחד מן הצינורות לבריכה ב' והתחילו למלא אותה באמצעותו. כאשר התמלאה בריכה ב' עד מחציתה, העבירו עוד שני צינורות למילוי בריכה ב'. מילוי שתי הבריכות הסתיים באותו הזמן. כל הצינורות הזרימו מים ללא הפסקה עד שהתמלאו שתי הבריכות. חשב את היחס $\frac{V_1}{V_2}$.	1.  סרקו אותי לצפייה בפתרון שני רוכבי אופניים, אמיר ומשה, יצאו בשעה 06:00 זה לכיוונו של זה. אמיר רכב במהירות קבועה מעיר א לעיר ב, ומשה רכב במהירות קבועה מעיר ב לעיר א. אמיר ומשה עברו זה על פני זה והמשיכו כל אחד ליעדו. אמיר הגיע לעיר ב שעתיים אחרי שעבר על פני משה, ואילו משה הגיע לעיר א 8 שעות אחרי שעבר על פני אמיר. באיזו שעה עברו אמיר ומשה זה על פני זה? נסמן את מהירות נסיעתו של אמיר באות V. בדיוק כאשר עברו אמיר ומשה זה על פני זה יצאה יסמין, רכובה על אופנוע, מעיר א לעיר ב, במהירות קבועה. נתון שיסמין הגיעה לעיר ב אחרי אמיר, אך לפני שמשה הגיע לעיר א. ב. (1) הבע באמצעות V את המרחק בין עיר א לעיר ב. (2) הבע באמצעות V את טווח המהירויות האפשרי של יסמין.
5.	קיץ א', 2018 תשע"ח 1.  סרקו אותי לצפייה בפתרון א. אמיר ומשה עברו זה על פני זה בשעה 10:00. ב. (1) $6V$. (2) x: מהירותה של יסמין, $3V < x < \frac{3}{4}V$.	1.  סרקו אותי לצפייה בפתרון שני רוכבי אופניים, אמיר ומשה, יצאו בשעה 06:00 זה לכיוונו של זה. אמיר רכב במהירות קבועה מעיר א לעיר ב, ומשה רכב במהירות קבועה מעיר ב לעיר א. אמיר ומשה עברו זה על פני זה והמשיכו כל אחד ליעדו. אמיר הגיע לעיר ב שעתיים אחרי שעבר על פני משה, ואילו משה הגיע לעיר א 8 שעות אחרי שעבר על פני אמיר. באיזו שעה עברו אמיר ומשה זה על פני זה? נסמן את מהירות נסיעתו של אמיר באות V. בדיוק כאשר עברו אמיר ומשה זה על פני זה יצאה יסמין, רכובה על אופנוע, מעיר א לעיר ב, במהירות קבועה. נתון שיסמין הגיעה לעיר ב אחרי אמיר, אך לפני שמשה הגיע לעיר א. ב. (1) הבע באמצעות V את המרחק בין עיר א לעיר ב. (2) הבע באמצעות V את טווח המהירויות האפשרי של יסמין.



שאלה 1 - בעיות מילוליות

1. א. 1 מטר לשניה. ב. 620 שניות ($10\frac{1}{3}$ דקות).	המרחק מביתה של רננה עד בית הספר הוא 500 מטרים. רננה יצאה מביתה אל בית הספר והלכה במהירות קבועה. 3 דקות לאחר שיצאה מביתה, יצא משם אביה בעקבותיה כדי להביא לה כריך ששכחה. הוא רץ במהירות קבועה של 2.5 מטרים לשנייה. כאשר הגיע האב לרננה הם עמדו ושוחחו במשך 2 דקות והוא נתן לה את הכריך, ולאחר מכן הלך כל אחד מהם לדרכו – רננה לבית הספר והאב בחזרה אל הבית. רננה המשיכה ללכת באותה המהירות שהלכה לפני כן, והאב הלך במהירות של 1.5 מטרים לשנייה. אביה של רננה הגיע אל הבית בדיוק באותו הזמן שהגיעה רננה אל בית הספר. א. חשב את מהירות ההליכה של רננה. ב. כמה זמן עבר מן הרגע שרננה יצאה מביתה ועד שהגיעה אל בית הספר?	6. קיץ ב', 2018 תשע"ח
---	--	-----------------------------------

1. ▶



סרקו אותי
לצפייה בפתרון



שאלה 1 - בעיות מילוליות

7. חורף, 2019 תשע"ט	1.  סרקו אותי לצפייה בפתרון קבוצת פועלים, חוטבי עצים מנוסים, תכננה לכוות 216 מ"ק עץ במספר ימים מסוים (ההספק של הפועלים הוא קבוע). בשלושת הימים הראשונים עבדו הפועלים על פי ההספק המתוכנן. החל מן היום הרביעי הם הגבירו את קצב עבודתם ומדי יום כרתו 8 מ"ק עץ יותר מן המתוכנן. הם עבדו בפועל יום אחד פחות ממספר הימים המתוכנן, וכרתו 232 מ"ק עץ סך הכול. א. (1) על פי התכנון, כמה מ"ק עץ היו אמורים הפועלים לכוות ביום? (2) כמה ימים עבדו הפועלים בפועל? ב. במהלך איזה יום מתחילת העבודה סיימו הפועלים לכוות $\frac{2}{3}$ מן הכמות המתוכננת? לאחר מכן הוצמד פועל מתלמד לכל פועל מנוסה בקבוצה, וכך נוצרה קבוצה חדשה ובה 2m פועלים סך הכול (m מנוסים ו - m מתלמדים). ההספק היומי של הפועלים המנוסים הוא ההספק היומי המתוכנן. כל הפועלים המנוסים עובדים באותו הספק יומי. ההספק היומי של פועל מתלמד קטן ב - 1 מ"ק מן ההספק היומי של פועל מנוסה. הקבוצה החדשה עבדה 8 ימים. ג. (1) בטא את ההספק היומי של פועל מנוסה יחיד ושל פועל מתלמד יחיד באמצעות m . (2) כמה פועלים יש בקבוצה החדשה אם ידוע שהם כרתו 336 מ"ק עץ סך הכול?	1. א. (1) 24, (2) 8 ימים. ב. במהלך היום השישי. ג. (1) $\frac{24}{m}$ הספק יומי של פועל מנוסה, $1 - \frac{24}{m}$ הספק יומי של פועל מתלמד (2) 12 פועלים.
---------------------------------------	---	---

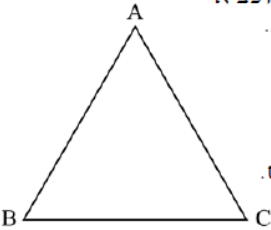


שאלה 1 - בעיות מילוליות

8.	קיץ א', 2019 תשע"ט	1.  סרקו אותי לצפייה בפתרון במאפייה יש שתי מכונות לייצור עוגות: מכונה I ומכונה II. כל אחת מן המכונות מייצרת עוגות בקצב קבוע משלה. ביום ראשון זמן העבודה של שתי המכונות היה שווה. ביום ראשון מכונה I ייצרה 80 עוגות יותר ממספר העוגות שייצרה מכונה II. ביום שני ייצרה מכונה II את אותו מספר עוגות שייצרה מכונה I ביום ראשון, ומכונה I ייצרה את אותו מספר עוגות שייצרה מכונה II ביום ראשון. ביום שני היה זמן העבודה של מכונה II ארוך פי $\frac{25}{9}$ מזמן העבודה של מכונה I באותו יום. א. חשב כמה עוגות סך הכל ייצרו שתי המכונות ביום ראשון. נסמן: T_1 - הזמן הדרוש למכונה I לייצר עוגה אחת, T_2 - הזמן הדרוש למכונה II לייצר עוגה אחת. ב. חשב את היחס $\frac{T_1}{T_2}$. נמק. ג. (1) בפרק זמן מסוים מכונה I ייצרה בדיוק 47 עוגות. כמה עוגות שלמות ייצרה מכונה II בפרק הזמן הזה? הסבר. (2) ידוע ששתי המכונות עבדו אותו פרק זמן, וכל אחת מהן ייצרה מספר שלם של עוגות. האם ייתכן שבפרק הזמן הזה שתי המכונות יחד ייצרו 26 עוגות? נמק.	1. א. 320 עוגות. ב. $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$. ג. (1) 28 עוגות שלמות: (2) לא ייתכן.
-----------	-------------------------------	--	---



שאלה 1 - בעיות מילוליות

1. א. מהירות רוכב א': 6 מ"שנייה. מהירות רוכב ב': 4 מ"שנייה. ב. רוכב ב' יהיה על נקודה B. ג. $\frac{BM}{MC} = \frac{4}{1}$ M, נמצאת בין B ל- C. ד. $P_{\triangle ABC} = 720$ מ'.	1. בציר שלפניך מתואר מסלול לרכיבה באופניים בצורת משולש שווה צלעות ABC, שאורך צלעו a מטר. ביום מסוים יצאו שני רוכבי אופניים באותו הזמן מן הנקודה A לכיוון הנקודה B. הם רכבו לאותו הכיוון לאורך המסלול המשולש. כל אחד מהם רכב במהירות קבועה. המהירות של רוכב א גדולה ב- 2 מטרים לשנייה מן המהירות של רוכב ב. כאשר הגיע רוכב א אל הנקודה A לאחר שהשלים פעמיים את המסלול המשולש, הגיע רוכב ב אל הנקודה B בפעם השנייה. א. מצא את המהירות של כל אחד מרוכבי האופניים. ב. באיזו נקודה על המשולש יהיה רוכב ב, כאשר יגיע רוכב א אל הנקודה A אחרי שהשלים 5 פעמים את המסלול המשולש? כאשר הגיע רוכב א אל הנקודה A אחרי שהשלים 5 פעמים את המסלול, הוא הסתובב והחל לרכוב לכיוון הנגדי- מן הנקודה A לכיוון הנקודה C - בלי לשנות את מהירותו. רוכב ב המשיך לרכוב בכיוון הנסיעה המקורי, בלי לשנות את מהירותו. הרוכבים נפגשו בנקודה M. ג. מצא על איזו צלע של המשולש נמצאת הנקודה M, ומצא באיזה יחס הנקודה M מחלקת את הצלע שמצאת. 	9. קיץ ב', 2019 תשע"ט
---	---	---



שאלה 1 - בעיות מילוליות

10.	חורף, 2020 תש"פ	1.  סרקו אותי לצפייה בפתרון המרחק בין עיר א' ובין עיר ב' הוא 96 ק"מ. מכונית ומשאית יצאו באותו הזמן מעיר א' ונסעו לכיוון עיר ב'. בתחילה נסעה המכונית במהירות קבועה של V_1 קמ"ש. לאחר שעברה 15 ק"מ מן הדרך, היא עצרה בצד הדרך למשך חצי שעה, לצורך תיקון תקלה. לאחר שתוקנה התקלה, המשיכה המכונית בדרכה במהירות קבועה של 90 קמ"ש. המשאית נסעה כל הדרך במהירות קבועה של V_2 קמ"ש. היא חלפה על פני המכונית 3 דקות לאחר שהמכונית עצרה בצד הדרך. המכונית והמשאית הגיעו לעיר ב' באותו הזמן. א. מצא את V_1 ואת V_2. ב. כמה זמן אחרי שהמכונית והמשאית יצאו לדרך היה המרחק ביניהן 3 ק"מ? (מצא שניים משלושת המקרים).	1. א. $V_1 = 75$ קמ"ש, $V_2 = 60$ קמ"ש. ב. 12 דק' או 18 דק' או 90 דק'.
-----	--------------------	--	--



שאלה 1 - בעיות מילוליות

1. א. $\frac{3}{8}$. ב. זיוה: 6 קמ"ש, רויטל: 16 קמ"ש. ג. $0 < k < 3.5$.	רויטל מתאמנת ברכיבה על אופניים, וזיוה מתאמנת בהליכה ובריצה. שתיהן יצאו באותו הזמן מן הנקודה A לכיוון הנקודה B. רויטל רכבה במהירות קבועה, וזיוה הלכה במהירות קבועה. רויטל הגיעה לנקודה B כאשר זיוה הגיעה לנקודה C, הנמצאת בין הנקודה A לנקודה B כך ש- $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{8}$. א. מהו היחס בין מהירות ההליכה של זיוה למהירות הרכיבה של רויטל? נמק. מייד לאחר מכן המשיכה זיוה ללכת מהנקודה C לכיוון הנקודה B במהירות ההתחלתית שלה, ואילו רויטל חזרה ברכיבה מהנקודה B לכיוון הנקודה A במהירות שגבוהה ב- 3 קמ"ש ממהירות ההתחלתית. רויטל וזיוה נפגשו בנקודה D הנמצאת בין הנקודה C לנקודה B (ראה איור). נתון: $\frac{CD}{DB} = \frac{6}{19}$. ב. חשב את המהירות ההתחלתית של רויטל, ואת המהירות ההתחלתית של זיוה. מייד אחרי שרויטל וזיוה נפגשו בנקודה D, הן יצאו לכיוון הנקודה A: רויטל המשיכה לרכוב באותה המהירות שבה רכבה לכיוון הנקודה A, ואילו זיוה הגבירה את מהירותה ב- k קמ"ש (k הוא מספר חיובי). רויטל הגיעה אל הנקודה A לפני שזיוה הספיקה לעבור את מחצית הדרך מ-D ל-A. ג. מהו תחום הערכים האפשריים בעבור k? נמק.	11. קיץ א', 2020 תש"פ 1.  סרקו אותי לצפייה בפתרון
--	---	---



שאלה 1 - בעיות מילוליות

1. א. 21:00. ב. (I) אינו אפשרי. (II) אפשרי.	12. טל ואלון הם ספורטאים המשתתפים בתחרות טריאתלון. התחרות מורכבת משלושה מקצים רצופים: המקצה הראשון הוא שחייה, המקצה השני הוא רכיבה על אופניים ואורכו 180 קילומטרים, והמקצה השלישי הוא ריצה ואורכו 42 קילומטרים. בפתרון השאלה, הנח שמהירות השחייה, מהירות הרכיבה ומהירות הריצה של כל אחד מן הספורטאים, טל ואלון, הן קבועות לאורך כל אחד מן המקצים. <table border="1"> <thead> <tr> <th>שחייה</th> <th>רכיבה על אופניים</th> <th>ריצה</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>טל</td> <td>13:30</td> <td>15:00</td> </tr> <tr> <td>אלון</td> <td>15:00</td> <td>18:00</td> </tr> </tbody> </table> נתון: טל התחיל את מקצה הריצה בשעה 13:30 ואלון התחיל את מקצה הריצה בשעה 15:00. טל הגיע לקו הסיום של הטריאתלון חצי שעה לפני אלון. מהירות הריצה של אלון גדולה ב-1 קמ"ש ממהירות הריצה של טל. א. באיזו שעה סיים אלון את מקצה הריצה? באותו היום התחיל אלון את מקצה השחייה בשעה 6:00 וסיים אותו לפני השעה 10:00. ב. לפניך שני היגדים I – II. קבע בנוגע לכל אחד מהם אם הוא אפשרי או אינו אפשרי. I. מהירות הרכיבה על אופניים של אלון היא 18 קמ"ש. II. מהירות הרכיבה על אופניים של אלון היא 25 קמ"ש.	שחייה	רכיבה על אופניים	ריצה	טל	13:30	15:00	אלון	15:00	18:00	12. קיץ ב', 2020 תש"פ
שחייה	רכיבה על אופניים	ריצה									
טל	13:30	15:00									
אלון	15:00	18:00									



שאלה 1 - בעיות מילוליות

13.	חורף פברואר, 2021 תשפ"א	1. שני שליחים, אייל וברק, יצאו בשעה 8:00 זה לקראת זה כדי למסור חבילה. אייל יצא מעיר A וברק יצא מעיר B. לאחר שאייל עבר $\frac{1}{6}$ מן הדרך לכיוון עיר B, הוא גילה כי שכח את החבילה בעיר A. הוא חזר לעיר A, אסף את החבילה, ומייד יצא שוב לכיוון עיר B. אייל נסע כל הזמן במהירות קבועה. ברק נסע גם הוא במהירות קבועה, הגבוהה ב-20% ממהירות הנסיעה של אייל. ברק ואייל נפגשו בנקודה הנמצאת 75 ק"מ מעיר A. א. מצא את אורך הדרך שבין שתי הערים. אייל וברק נסעו בכבישים בין-עירוניים, שמהירות הנסיעה המותרת בהם היא מ-50 עד 110 קמ"ש. גם אייל וגם ברק נסעו במהירות מותרת. ב. (1) האם ייתכן שאייל וברק נפגשו בשעה 9:40 ? נמק. (2) האם ייתכן שאייל וברק נפגשו בשעה 10:00 ? נמק.	1. א. 275 ק"מ ב. (1) לא (2) כן
14.	חורף נבצרים, 2021 תשפ"א	1. יואב ואודי רכבו על אופניים מיישוב A ליישוב B, באותה הדרך. יואב יצא מיישוב A, וכעבור 3 שעות הגיע ליישוב B. זמן מה לאחר יציאתו של יואב מיישוב A, יצא גם אודי מיישוב A והגיע ליישוב B רבע שעה לפני יואב. יואב ואודי נפגשו בדרך ליישוב B כעבור שעה וחצי מרגע יציאתו של אודי מיישוב A. מהירות הרכיבה של יואב ומהירות הרכיבה של אודי היו קבועות. א. מצא כמה זמן עבר מרגע יציאתו של יואב מיישוב A ועד רגע יציאתו של אודי מיישוב A (מצא את שתי האפשרויות). ב. נתון: יואב ואודי נפגשו במרחק 12 ק"מ מיישוב B. מהירות הרכיבה של אודי גדולה מ-20 קמ"ש. מצא מהי מהירות הרכיבה של יואב ומהי מהירות הרכיבה של אודי.	1. א. $t = \frac{1}{2}$ או $t = \frac{3}{4}$ ב. יואב: 16 קמ"ש, אודי: 24 קמ"ש



שאלה 1 - בעיות מילוליות

15.	חורף מאוחר, 2021 תשפ"א	1. יואב ודני יצאו באותו הזמן לרכוב על אופניים. הם רכבו במסלול ישר שהחל בנקודה A והסתיים בנקודה B. לאורך המסלול רכב כל אחד מהם במהירות קבועה. יואב הגיע לנקודה B, ומייד חזר באותו המסלול לנקודה A. כאשר היה יואב בדרכו חזרה מ-B ל-A והגיע לאמצע המסלול AB, הגיע דני לנקודה B. א. מהו היחס בין המהירות של יואב ובין המהירות של דני? נמק. 40 דקות לאחר שהתחילו לרכוב, כאשר יואב היה בדרכו חזרה מ-B ל-A, נפגשו יואב ודני. ב. הבע את אורך המסלול AB באמצעות המהירות של דני. 30 דקות לאחר שהתחילו לרכוב, יואב עדיין לא הגיע לנקודה B, והמרחק של דני מן הנקודה A היה גדול ב-5 ק"מ מן המרחק של יואב מן הנקודה B. ג. מצא את אורך המסלול AB. ד. כמה זמן עבר מרגע יציאתם של יואב ודני מן הנקודה A עד שהמרחק ביניהם היה 2 ק"מ? מצא <u>שתיים</u> מבין שלוש האפשרויות.	1. א. 1.5 ב. $\frac{5}{6}v$ ג. 10 ק"מ ד. 20 דקות, 36 דקות, 44 דקות
-----	-----------------------------------	---	---



שאלה 1 - בעיות מילוליות

16.	קיץ מועד א', 2021 תשפ"א	1. בבית מלון יש שתי מעליות, מעלית א ומעלית ב. שתי המעליות התחילו לעלות מקומת הקרקע (גובה 0) באותו זמן. מעלית א עצרה בדרכה עצירת ביניים שנמשכה 14 שניות, ולאחר מכן המשיכה לעלות עד שהגיעה לקומה שגובהה 33 מטרים. מעלית ב עצרה בדרכה עצירת ביניים שנמשכה 7 שניות, ולאחר מכן המשיכה לעלות עד שהגיעה לקומה שגובהה 81 מטרים. מעלית א הגיעה לקומה שגובהה 33 מטרים בדיוק באותו זמן שבו הגיעה מעלית ב לקומה שגובהה 81 מטרים. לאחר מכן, התחילו שתי המעליות לרדת בדיוק באותו זמן. מעלית א ירדה 15 מטרים, ובדרכה עצרה עצירת ביניים, שנמשכה 9 שניות. בזמן שירדה מעלית א, ירדה מעלית ב 63 מטרים ברציפות, ללא עצירות ביניים. ידוע כי המהירות של כל אחת מן המעליות בעלייה שווה למהירות של כל אחת מהן בירידה. כמו כן ידוע כי המעליות נעות במהירויות קבועות. א. חשב את המהירות של כל אחת משתי המעליות. מעלית א הייתה בקומת הקרקע של בית המלון, ואילו מעלית ב הייתה בקומה הנמצאת מעל קומה שגובהה 42 מטרים. שתי המעליות התחילו לנוע באותו זמן לכיוון הקומה שגובהה 42 מטרים. מעלית א עלתה לקומה זו מקומת הקרקע ללא עצירות ביניים. מעלית ב ירדה לקומה זו מן הקומה שבה היא הייתה ובדרכה עצרה עצירת ביניים אחת, שנמשכה 6 שניות. שתי המעליות הגיעו לקומה שגובהה 42 מטרים בדיוק באותו זמן. ב. האם מעלית ב הייתה בקומה העליונה של בית המלון כאשר היא התחילה לרדת? נמק את תשובתך.	1. א. מעלית א' – 3 מטרים בשניה מעלית ב' - 4.5 מטרים בשניה ב. לא
-----	----------------------------	--	--



שאלה 1 - בעיות מילוליות

17.	קיץ מועד מיוחד, 2021 תשפ"א	1. ביום ראשון יצא אודי ברכיבה על אופניים ממטולה לכיוון טבריה. באותה שעה בדיוק יצאה רעות ברכיבה על אופניים מטבריה לכיוון מטולה, ורכבה באותה הדרך. כל אחד מן הרוכבים רכב במהירות קבועה. כעבור 2 שעות נפגשו שני רוכבי האופניים. הזמן שנדרש לאודי כדי לעבור את הדרך ממטולה לטבריה גדול ב- 54 דקות מן הזמן שנדרש לרעות לעבור דרך זו. א. מצא את היחס בין מהירות הרכיבה של רעות ובין מהירות הרכיבה של אודי. ב. מצא כמה זמן נדרש לכל אחד מן הרוכבים כדי לעבור את כל הדרך שבין מטולה ובין טבריה. ביום שני יצאו 2 רוכבי האופניים יחד מטבריה לכיוון מטולה באותו הזמן. הם רכבו באותה הדרך ובאותן המהירויות כמו ביום ראשון. רעות הגיעה למטולה ומייד הסתובבה וחזרה לכיוון טבריה. היא נפגשה עם אודי לאחר שעברה מרחק של 7 ק"מ ממטולה. ג. מצא את אורך הדרך בין מטולה ובין טבריה. ד. מצא את המהירות שבה רכב כל אחד משני הרוכבים.	1. א. $\frac{5}{4}$ ב. רעות: 3.6 שעות, אודי: 4.5 שעות. ג. 63 ק"מ ד. רעות: 17.5 קמ"ש, אודי: 14 קמ"ש.
18.	קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א	1. נטע, דניאלה ורוני מתאמנות בהליכה ובריצה במסלול AB שאורכו 40 ק"מ. בשעה 8:00 יצאה נטע מנקודה A והלכה במהירות של 4 קמ"ש לכיוון נקודה B. בשעה 9:36 יצאה דניאלה מנקודה B ורצה לכיוון נקודה A. שעתיים לאחר צאתה של נטע, יצאה רוני מנקודה B ורצה במהירות של 12 קמ"ש לכיוון נקודה A. נטע ורוני נפגשו ולאחר מכן המשיכו בדרכן. שעה ו-36 דקות אחרי שנטע ורוני נפגשו, הגיעה דניאלה לנקודה A. המהירות של כל אחת מן המתאמנות היא קבועה באימון כולו. א. באיזו שעה נפגשו נטע ורוני? ב. מהי מהירות הריצה של דניאלה? נמק את תשובתך. ג. האם שלוש המתאמנות נפגשו בנקודה אחת לאורך המסלול? נמק את תשובתך. כל מתאמנת שמגיעה לקצה המסלול מייד מסתובבת וחוזרת לנקודה שממנה היא יצאה. ד. באיזה מרחק מן הנקודה B נפגשו נטע ורוני בפעם השנייה? נמק את תשובתך.	1. א. 12:00 ב. 10 קמ"ש ג. כן ד. 8 קמ"ש.



שאלה 1 - בעיות מילוליות

19.	חורף, תשפ"ב	1. שלושה שחיינים – איתן, גל ויעקב – מתאמנים בשחייה בבריכה שאורכה 50 מטרים. כל שחיין מותחיל את שחייתו בתחילת הבריכה, שוחה עד סוף הבריכה, ומייד מסתובב ושוחה חזרה לתחילת הבריכה. מהירות השחייה של כל אחד מן השחיינים היא קבועה. ביום א' התחיל כל אחד משלושת השחיינים את שחייתו בזמן אחר. גל התחיל לשחות 10 שניות אחרי איתן. יעקב התחיל לשחות 15 שניות אחרי איתן. 15 שניות אחרי שהתחיל יעקב לשחות, עברו כל השחיינים את אותו המרחק מתחילת הבריכה, אך עדיין לא הגיעו לסוף הבריכה. מייד לאחר שהגיע גל לסוף הבריכה, הוא הסתובב והתחיל לשחות חזרה לתחילת הבריכה. בדרכו חזרה, הוא פגש את איתן במרחק של 4 מטרים מסוף הבריכה. א. חשב את המהירות של כל אחד משלושת השחיינים. ב. במרחק של כמה מטרים מסוף הבריכה נפגשו איתן ויעקב בפעם השנייה? ביום ב' התחילו גל ויעקב את שחייתם באותו זמן בתחילת הבריכה, וכל אחד מהם שחה באותה מהירות שבה שחה ביום א'. כשהגיע כל אחד משני השחיינים לסוף הבריכה, הוא הסתובב מייד ושחה לכיוון תחילת הבריכה, וכשהגיע לשם, הסתובב שוב ושחה לכיוון סוף הבריכה, וחזר חלילה. שני השחיינים הפסיקו לשחות ברגע שהם נפגשו <u>בתחילת הבריכה</u>. ג. כמה מטרים שחה יעקב ביום זה?	
20.	חורף נבצרים, תשפ"ב	1. בין הבית של תמר ויואב לבין ביתו של דן יש שביל אופניים. לאורך שביל האופניים, בין שני הבתים, נמצא חדר כושר. המרחק בין חדר הכושר ובין הבית של תמר ויואב הוא 24 ק"מ. תמר יצאה מן הבית בשעה 6:00 ורכבה על אופניים במהירות קבועה לעבר ביתו של דן. בשעה 7:00 יצא יואב גם הוא מן הבית ורכב על אופניו לעבר ביתו של דן במהירות שגבוהה ב־5 קמ"ש ממהירות הרכיבה של תמר. בשעה 7:30 יצא דן מחדר הכושר ורכב על אופניו במהירות קבועה לעבר ביתו. תמר, יואב ודן רכבו שלושתם על אותו שביל אופניים. תמר השיגה את דן וחלפה על פניו בשעה 8:00. יואב ודן הגיעו שניהם לביתו של דן בשעה 9:15. א. מצא את המהירות של כל אחד משלושת הרוכבים. ב. מה היה המרחק בין יואב ובין דן כאשר תמר הגיעה לביתו של דן?	1. א. תמר - 15 קמ"ש יואב - 20 קמ"ש דן - 12 קמ"ש ב. 2 ק"מ



שאלה 1 - בעיות מילוליות

21.	קיץ מועד א', 2022 תשפ"ב	1. מכונית יצאה מבאר שבע לחיפה במהירות קבועה v_1. באותו הזמן בדיוק יצאה משאית מחיפה לבאר שבע במהירות קבועה v_2. המרחק בין חיפה לבאר שבע הוא 210 ק"מ. המשאית נעצרה בצד הדרך עקב תקלה, לפני שחלפה המכונית על פניה. באותו הזמן המרחק בין המשאית לבין המכונית היה 98 ק"מ. א. הביעו באמצעות v_1 ו-v_2 את הזמן שחלף מרגע תחילת הנסיעה ועד שנעצרה המשאית בצד הדרך. זמן שהיית המשאית בצד הדרך היה גדול פי 1.5 מן הזמן שחלף מרגע יציאתה מחיפה עד לרגע עצירתה. המשאית יצאה שוב לדרך באותה המהירות, v_2, בדיוק ברגע שבו חלפה המכונית על פניה. ב. מצאו את היחס בין מהירות המכונית לבין מהירות המשאית. ג. דקות לאחר שיצאה המשאית שוב לדרך, היא הגיעה לבאר שבע. מצאו את מהירות המכונית ואת מהירות המשאית.	1. א. $t = \frac{112}{v_1 + v_2}$. ב. $\frac{7}{5} = 1.4$. ג. מהירות המשאית: 70 קמ"ש, מהירות המכונית: 98 קמ"ש.
-----	----------------------------	---	---



שאלה 1 - בעיות מילוליות

22.	קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב	1. ארבעה רצים משתתפים במרוץ שליחים במסלול שאורכו 1,440 מטר. המסלול מחולק ל-4 מקטעים שווים ובתחילת כל מקטע עומד אחד מן הרצים. כאשר נשמעת יריית הזינוק הרץ הראשון יוצא לדרך. מייד כשהוא מגיע לסוף המקטע הראשון, הרץ השני יוצא לדרך, וכך הלאה עד שהרץ הרביעי מגיע לסוף המקטע שלו. מהירות הרץ השני גדולה פי 1.5 ממהירות הרץ הראשון. מהירות הרץ השלישי קטנה פי 2 ממהירות הרץ השני, ומהירות הרץ הרביעי שווה למהירות הרץ השלישי. המהירות של כל אחד מן הרצים קבועה לאורך המקטע שלו. ארבעת הרצים השלימו יחד את המסלול כולו בשלוש דקות ו-54 שניות סך הכול. א. מצאו את מהירות הריצה של כל אחד מן הרצים. הרץ השלישי והרץ הרביעי התאמנו כדי להגדיל את מהירות הריצה שלהם. כעבור זמן שוב השתתפו ארבעת הרצים במרוץ שליחים, באותו המסלול. כל אחד מהם רץ באותו מקטע שבו רץ בפעם הקודמת. סך זמן הריצה של הרץ השלישי והרץ הרביעי היה גדול פי 1.4 מסך זמן הריצה של שני הרצים הראשונים. הרץ הראשון והרץ השני רצו באותה המהירות שבה רצו בפעם הקודמת. הרץ השלישי עבר כל 100 מטר ב-5 שניות פחות מן הרץ הרביעי. ב. (1) מצאו בכמה שניות זמן הריצה של הרץ השלישי קטן מזמן הריצה של הרץ הרביעי. (2) האם כל אחד משני הרצים האלה, השלישי והרביעי, הגדיל את מהירות הריצה שלו? נמקו את התשובה.	1. א. רץ ראשון: 400 מטר בדקה. רץ שני: 600 מטר בדקה. רץ שלישי ורביעי: 300 מטר בדקה. ב. (1) 18 שניות. (2) השלישי הגדיל את מהירותו. הרביעי לא הגדיל את מהירותו.
-----	----------------------------	--	--



שאלה 2-סדרות

מועד הבגרות	השאלה	התשובה- יואל גבע
23. חורף, 2017 תשע"ז	2. נתונה סדרה a_n המקיימת את כלל הנסיגה: $a_1 = -1, a_{n+1} = \frac{a_n}{4 \cdot a_n + 3}$ נגדיר סדרה חדשה b_n: $b_n = \frac{1}{a_n} + 2$ א. הוכח כי b_n היא סדרה הנדסית. ב. הבע באמצעות n את הסכום: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$ ג. נתון: n הוא מספר זוגי. הבע באמצעות n את הסכום: $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$	2. א. הוכחה: $(q=3)$. ב. $S_n = \frac{3^n - 1}{2} - 2n$. ג. $S_n = \frac{1 - 3^n}{4}$.
24. קיץ א', 2017 תשע"ז	2. נתונה סדרה $a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n}$ b_n ו- c_n הן סדרות הנדסיות שכל איבריהן חיוביים, המקיימות לכל n טבעי: $a_n = b_n - c_n$. נתון: $b_6 = 64, c_3 = \frac{1}{8}$. א. (1) מצא את b_1 ואת המנה של הסדרה b_n. (2) מצא את c_1 ואת המנה של הסדרה c_n. את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n נסמן ב- A_n, את סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n נסמן ב- B_n, ואת סכום n האיברים הראשונים בסדרה c_n נסמן ב- C_n. ב. הראה ש- $C_n = B_n - A_n$. ג. עבור אילו ערכי n מתקיים האי-שוויון: $0.9 < B_n - A_n < 1$?	2. א. (1) $b_1 = 2, q_b = 2$. (2) $c_1 = \frac{1}{2}, q_c = \frac{1}{2}$. ג. $n \geq 4$.



שאלה 2-סדרות

25.	קיצ'ב', 2017 תשע"ז 2. נתונה סדרה כללית a_n. נסמן ב-S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n. נתון: $S_n = k - \frac{1}{3^{n+1}}$ לכל n טבעי. k הוא מספר קבוע. א. הבע את a_1 ואת האיבר הכללי a_n עבור $n < 1$ באמצעות n ו-k במידת הצורך. ב. מצא את k שעבורו הסדרה a_n היא סדרה הנדסית. נמק. נגדיר: $T = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \dots$ (סכום ריבועי כל איבר שלישי בסדרה a_n החל ב-a_2). ג. חשב את T.	 2. סרקו אותי לצפייה בפתרון
26.	חורף, 2018 תשע"ח 2. a_n היא סדרה חשבונית שההפרש שלה, d, שונה מ-0. נתון: $a_7 = -a_{17}$. א. מצא את a_{12}. ב. (1) האם קיים בסדרה איבר שערכו שווה ל-$-a_1$? נמק. (2) מצא מספר טבעי n שעבורו סכום n האיברים הראשונים בסדרה שווה ל-0. ג. האם קיים n טבעי שעבורו: $a_n \cdot a_{n+1} < 0$? אם כן — מצא n כזה, אם לא — נמק. ד. האם אפשר לדעת כמה איברים שליליים יש בסדרה? נמק (הבחן בין מקרים שונים).	 2. סרקו אותי לצפייה בפתרון



שאלה 2-סדרות

27. קיץ א', 2018 תשע"ח	2.  סרקו אותי לצפייה בפתרון a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית מתכנסת שסכומה שלילי. a_1 הוא האיבר הראשון בסדרה, ו-q היא מנת הסדרה. א. לפניך ארבע טענות (I – IV). רק אחת מהן <u>בהכרח</u> נכונה. ציין את מספרה ונמק. (I) $q < 0$. (II) $a_1 < 0$ וגם $q < 0$. (III) $a_1 < 0$. (IV) $a_1 > 0$ או $q < 0$. נסמן ב-T את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n, ונסמן ב-R את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה a_n. p הוא פרמטר. נתון: $T + p \cdot R = 0$. ב. הבע את p באמצעות q. b_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא p. ג. האם b_n היא סדרה מתכנסת? נמק. ד. נתון: p שלילי. הראה שלכל n טבעי $a_{n+1} > a_n$ (כלומר הראה שהסדרה a_n היא סדרה עולה).	2. א. טענה III (סכום הסדרה הוא $\frac{a_1}{1-q}$, כמו כן $-1 < q < 1$, לכן כש-a_1 שלילי הסכום שלילי). ב. $P = -\frac{1}{q}$. ג. לא מתכנסת ($-1 < q < 1 \leftarrow p > 1$ או $p < -1$). ד. הוכחה.
-----------------------------------	--	--



שאלה 2-סדרות

2. א. הוכח. $a_1 = -\frac{1}{c}, a_2 = 1, a_3 = -1, a_4 = c, a_5 = -c, a_6 = c^2, a_7 = -c^2$ (1) ב. $S_7 = -\frac{1}{c}$ (2) הוכח. ג. $S = \frac{2c^2}{c-1}$ (3) $c > 1$ (2) הוכח. (1) הוכח.	2. הסדרה a_n מוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה: $a_{n+1} = -\frac{c^{n-2}}{a_n}$, $a_1 = -\frac{1}{c}$. נתון: $c > 0$. א. הוכח כי האיברים בסדרה a_n הנמצאים במקומות האי-זוגיים מהווים סדרה הנדסית, וכי האיברים בסדרה a_n הנמצאים במקומות הזוגיים גם הם סדרה הנדסית. ב. (1) רשום את 7 האיברים הראשונים בסדרה a_n. הבע את תשובתך באמצעות c אם יש צורך. (2) הבע באמצעות c את סכום 7 האיברים הראשונים בסדרה a_n. (3) הוכח שלכל n טבעי, הסכום של $2n-1$ האיברים הראשונים בסדרה a_n אינו תלוי ב-n. ג. הסדרה b_n מוגדרת באופן הזה: $b_n = -\frac{2}{a_n \cdot a_{n+1}}$. (1) הראה כי b_n היא סדרה הנדסית. (2) מהו תחום הערכים של c שבעבורם b_n היא סדרה יורדת? (3) נתון שהסדרה האין-סופית b_n היא סדרה יורדת. הבע באמצעות c את סכומה.	28. קיץ ב', 2018 תשע"ח	
---	--	-----------------------------------	--



סרקו אותי
לצפייה בפתרון



שאלה 2-סדרות

2. א. (1) הוכחה. (2) 43. ב. (1) 40. (2) 1720. ג. עולה. ד. $k-44$	2. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, \dots, a_{2n+3}$ ובה $2n+3$ איברים (n הוא מספר טבעי). סכום הסדרה גדול פי 43 מן האיבר האמצעי. האיבר האמצעי שונה מ-0. א. הראה כי סכום הסדרה שווה ל-$(2n+3) \cdot a_{n+2}$. ב. מצא את מספר האיברים בסדרה. ג. ידוע כי בסדרה הנתונה סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים גדול ב-40 מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים. ד. מצא את האיבר האמצעי. ה. מצא את סכום הסדרה. ו. נתון כי הפרש הסדרה הנתונה הוא $-a_1$. ז. קבע אם הסדרה עולה או יורדת. ח. מכל איברי הסדרה הנתונה בונים סדרה חדשה על ידי חיבור של כל k איברים סמוכים (k הוא מספר טבעי) באופן הזה: $(a_1 + a_2 + \dots + a_k), (a_2 + a_3 + \dots + a_{k+1}), (a_3 + a_4 + \dots + a_{k+2}), \dots$ ט. הבע באמצעות k את מספר האיברים בסדרה החדשה.	29. חורף, 2019 תשע"ט
2. א. $a_5 = 1$ או $a_5 = -1$. ב. (1) $a_1 = \frac{1}{4}$. (2) $n = 9$. (3) אין כזה.	2. a_n היא סדרה הנדסית אינ-סופית שהמנה שלה היא q, $q \neq 1$. נתון: $a_3 \cdot a_7 = 1$. א. חשב את a_5 (מצא את שתי האפשרויות). ב. נתון: $a_5 > 0$. ג. (1) הבא את a_1 באמצעות q. (2) האם קיים n טבעי שעבורו $a_n = \frac{1}{a_1}$? אם כן- מצא אותו. אם לא- נמק. (3) האם קיים n טבעי שעבורו $a_n = \frac{1}{a_{13}}$? אם כן- מצא אותו. אם לא- נמק. ד. (1) הבע באמצעות q את 7 האיברים הראשונים של הסדרה a_n. (2) נתון: $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k = 1$ (k הוא מספר טבעי). ה. מצא את הערך של k, והסבר מדוע הוא הערך האפשרי היחיד של k.	30. קיץ א', 2019 תשע"ט



שאלה 2-סדרות

2. א. $c = 6$. ב. $0, 11, 6, 17, \dots$. ג. $a_1 = 4$. ד. סכום הסדרה החדשה הוא: 1,763.	2. נתונה סדרה a_n המקיימת לכל n את הכלל: $a_{n+1} + a_n = 6n + 5$. א. הוכח כי מתקיים $a_{n+2} = a_n + c$ (c הוא מספר קבוע), ומצא את c. ב. כתוב דוגמה לסדרה a_n המקיימת את הכלל, והיא אינה סדרה חשבונית (כתוב לפחות 4 איברים ראשונים בסדרה). נתון כי הסדרה a_n כולה היא חשבונית. ג. חשב את a_1. בנו סדרה חדשה בת $2n+1$ איברים: $a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, \dots, a_{2n+1} - (2n+1)$ האיבר האמצעי בסדרה החדשה הוא 43. ד. חשב את סכום הסדרה החדשה.	31. קיץ ב', 2019 תשע"ט	31.
2. א. (1) הוכחה. (2) $a_1 = p + k - 1$. ב. (1) $a_1 = 6$. (2) $p = 6, k = 1$ או $p = 5, k = 2$. או $p = 4, k = 3$. ג. 200.	2. a_n היא סדרה חשבונית. k ו-p הם מספרים טבעיים $k < p$. נתון: $a_p = k, a_k = p$. א. (1) הוכח שהפרש הסדרה a_n הוא -1. (2) הבע את a_1 באמצעות k ו-p. הסדרה c_n מוגדרת כך: $c_n = a_n - n$. נתון כי סכום 6 האיברים הראשונים בסדרה c_n הוא 0. ב. (1) מצא את a_1. (2) מה הם ערכי k ו-p? מצא את כל האפשרויות. ג. חשב את הסכום $(c_1 - c_2)^2 + (c_3 - c_4)^2 + \dots + (c_{99} - c_{100})^2$. נמק.	32. חורף, 2020 תש"פ	32.



שאלה 2-סדרות

2. א. (1) $S_{n-4} = \frac{a_5(q^{n-4}-1)}{q-1}$ אחרונים (2) $q=2$. ב. (1) הוכחה, $q=2$. (2) הוכחה. ג. $a_1 = 26$.	33. קיץ א', 2020 תש"פ 2.  סרקו אותי לצפייה בפתרון a_n היא סדרה הנדסית בעלת n איברים שהמנה שלה היא q . כל האיברים בסדרה a_n הם מספרים טבעיים. נתון: סכום $n-4$ האיברים הראשונים של הסדרה קטן פי 16 מסכום איברי הסדרה החל באיבר החמישי (כולל). א. (1) הבע את סכום איברי הסדרה a_n החל באיבר החמישי (כולל) באמצעות a_5 ו-q . (2) מצא את מנת הסדרה. נגדיר סדרה חדשה, b_k , בת $n-2$ איברים, שבה מתקיים: $b_k = a_k + a_{k+1} + a_{k+2} \quad \text{לכל } k \leq n-2$ ב. (1) הוכח שהסדרה b_k היא סדרה הנדסית. (2) הוכח כי כל אחד מאיברי הסדרה b_k מתחלק ב-7 ללא שארית. ג. c_n היא סדרה הנדסית אין-סופית שבה $c_1 = \frac{1}{b_1}$ ו-$c_2 = \frac{1}{b_2}$. סכום הסדרה c_n שווה ל-$\frac{1}{91}$. חשב את a_1 .	34. קיץ ב', 2020 תש"פ 2.  סרקו אותי לצפייה בפתרון בסדרה a_n נתון כי לכל n טבעי, סכום n האיברים הראשונים של הסדרה הוא $S_n = 2 \cdot 3^n - 2$. א. (1) מצא את a_1 ואת האיבר הכללי של הסדרה a_n בעבור $n > 1$. (2) הראה כי a_n היא סדרה הנדסית, ומצא את המנה שלה. נתונה הסדרה $c_n = S_{n+1} - S_n$. ב. (1) הראה כי הסדרה c_n היא סדרה הנדסית. (2) הראה כי לכל k טבעי הסכום של k האיברים הראשונים בסדרה c_n גדול פי 3 מן הסכום של k האיברים הראשונים בסדרה a_n .
2. א. (1) $a_n = \frac{4}{3} \cdot 3^n = 4 \cdot 3^{n-1}$, $a_1 = 4$. (2) הוכחה, $q=3$. ב. (1) הוכחה, $\frac{C_{n+1}}{C_n} = 3$. (2) הוכחה.		



שאלה 2-סדרות

35.	חורף פברואר, 2021 תשפ"א 2. a_n היא סדרה הנדסית אינסופית שהמנה שלה היא q. נתון: $0 < q < 1$, $0 < a_1$. b_n היא סדרה הנדסית אינסופית עולה שהמנה שלה היא r. נתון: $b_1 = a_6$. הסדרה c_n מוגדרת כך: $c_n = \frac{a_{n+5}}{b_n}$. א. הסבר מדוע כל איברי הסדרות a_n, b_n ו- c_n הם חיוביים. ב. הוכח כי c_n היא סדרה הנדסית, ומצא את c_1. ג. (1) הסבר מדוע המנה של הסדרה c_n גדולה מ-0 וקטנה מ-1. (2) נתון: סכום הסדרה c_n הוא $\frac{6}{5}$, $\frac{b_2}{a_8} = 18$. מצא את q ואת r.	א. הוכחה ב. הוכחה, $c_1 = 1$ ג. (1) הסבר (2) $r = 2$, $q = \frac{1}{3}$
36.	2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 4. מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה, ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$ סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא 2.4 -. א. מצא את האיבר הראשון ואת המנה של הסדרה a_n (הסדרה המקורית). מן האיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית: $\frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \frac{a_4}{a_3}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n}, \dots$ נסמן את הסדרה השלישית ב- c_n. ב. הוכח כי הסדרה c_n היא סדרה הנדסית, מצא את המנה שלה ואת c_1. ג. נתון כי הסכום $c_{k+1} + c_{k+2} + \dots + c_{3k}$ גדול פי 4,096 מסכום $2k$ האיברים הראשונים בסדרה c_n. מצא את k.	א. $q = \frac{1}{4}$, $a_1 = 12$ ב. $c_1 = \frac{1}{48}$, $q_c = 4$ ג. $k = 6$



שאלה 2-סדרות

37.	חורף מאוחר, 2021 תשפ"א	2. הסדרה a_n היא סדרה הנדסית המקיימת לכל n טבעי את הכלל: $3a_{n+2} + 5a_{n+1} - 2a_n = 0$. נתון כי $a_1 \neq 0$. א. מצא את שני הערכים האפשריים למנת הסדרה a_n. נסמן את איבריה של הסדרה המקיימת את הכלל ולא מתכנסת ב- $b_1, b_2, b_3, \dots$. נסמן את איבריה של הסדרה המקיימת את הכלל ומתכנסת ב- $c_1, c_2, c_3, \dots$. ב. הסבר מדוע הסדרה $b_1c_1, b_2c_2, b_3c_3, \dots$ היא סדרה הנדסית מתכנסת. נתון: $b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 + \dots = 15$ $b_1 = c_1 = m$ ג. מצא את m (רשום את שתי האפשרויות). ענה על סעיף ד בעבור ה- m הקטן מבין שתי האפשרויות שמצאת בסעיף ג. ד. נתון: $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_k = 1,705$ מצא את k.	2. א. $q = -2, q = \frac{1}{3}$ ב. הוכחה ג. $m = -5, m = 5$ ד. $k = 10$
-----	---------------------------	--	--



שאלה 2-סדרות

38.	קיץ מועד א', 2021 תשפ"א	2. נתונה סדרה a_n שסכום n האיברים הראשונים שלה, לכל n טבעי, הוא: $S_n = k \cdot n^2 - p \cdot n$. $k > 0$, $p > 0$. הם פרמטרים. א. (1) הבע את האיבר הכללי של הסדרה באמצעות k , p , n , בעבור $n \geq 2$. (2) הנוסחה שמצאת בתת-סעיף א (1) נכונה בעבור כל n טבעי. הסבר מדוע. (3) הוכח כי הסדרה היא סדרה חשבונית והבע את d , ההפרש של הסדרה, באמצעות k . נתונות שתי סדרות הנדסיות b_n ו- c_n . מנת הסדרה b_n שווה ל- d (הפרש הסדרה החשבונית a_n). הסדרה c_n היא סדרה הנדסית אינסופית שהמנה שלה שווה ל- $\frac{2}{d}$. נתון: $a_1 = b_1 = c_1$, $k = 1.5$, $p = 4.5$. ב. הסבר מדוע הסדרה c_n היא סדרה מתכנסת. נתון כי היחס בין סכום m האיברים הראשונים של הסדרה b_n ובין סכום כל אברי הסדרה האינסופית c_n הוא $\frac{1}{3} \cdot 40$. ג. חשב את m . ד. האם הסדרה c_n היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת? נמק את תשובתך.	2. א. (1) $a_n = 2kn - k - p$. (2) הוכחה (3) $d = 2k$ ב. הסבר $(q = \frac{2}{3})$ ג. $m = 5$ ד. עולה
39.	קיץ מועד מיוחד, 2021 תשפ"א	2. נתונה סדרה חשבונית ובה $2n + 1$ איברים (n הוא מספר טבעי). איברי הסדרה הם $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n+1}$. והפרש הסדרה הוא d . א. הוכח כי ההפרש בין סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים ובין סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים שווה לאיבר האמצעי בסדרה. נסמן ב- T את ההפרש בין סכום האיברים ב- n המקומות האחרונים ובין סכום האיברים ב- n המקומות הראשונים. ב. הבע את T באמצעות d ו- n . נתון: - סכום כל איברי הסדרה שווה לסכום האיברים ב- $2n$ המקומות האחרונים. - סכום האיברים הראשון והאחרון הוא 204 . - $T = 3,468$. ג. מצא כמה איברים יש בסדרה.	2. א. הוכחה ב. $T = n(n+1)d$ ג. 67 .



שאלה 2-סדרות

40.	קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א	2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית a_n, שאיבריה $a_1, a_2, a_3, \dots$, והמנה שלה q. א. הבע באמצעות a_1 ו-q את ערכי הסכומים שלפניך. $(1) A = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{40}$ $(2) B = a_4 + a_8 + a_{12} + \dots + a_{40}$ נתון כי a_n היא סדרה עולה וכי $\frac{A}{B} = \frac{10}{9}$. ב. מצא את ערכו של q. ג. בונים מן הסדרה a_n הנתונה סדרה הנדסית אינסופית b_n המקיימת לכל n טבעי: $b_n = 3 \cdot a_{n+1}$. מצא את המנה של הסדרה b_n. ד. בונים סדרה הנדסית אינסופית חדשה: $\dots, \frac{1}{b_4}, -\frac{1}{b_3}, \frac{1}{b_2}, -\frac{1}{b_1}, \dots$. הבע את הסכום של כל איברי הסדרה החדשה באמצעות a_1. נתונה הסדרה: $b_1, a_1, \frac{1}{a_1}$. ה. (1) האם ייתכן שסדרה זו חשבונית? נמק את תשובתך. (2) האם ייתכן שסדרה זו הנדסית? נמק את תשובתך.	2. א. (1). $\frac{a_1 q (q^{40} - 1)}{q^2 - 1}$ (2) $\frac{a_1 q^3 (q^{40} - 1)}{q^4 - 1}$ ב. $q = 3$ ג. $q = 3$ ד. $-\frac{1}{12a_1}$. ה. (1) לא (2) כן.
------------	---	--	--



שאלה 2-סדרות

41.	חורף, 2022 תשפ"ב	2. נתונה סדרה חשבונית A עולה שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \dots$, והפרשה d. מסמנים ב-S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה A, לכל n טבעי. מגדירים סדרה נוספת, B, שאיבריה הם $b_1, b_2, b_3, \dots$. איברי הסדרה B מקיימים $b_n = S_{n+1} - S_n$, לכל n טבעי. א. (1) האם הסדרה B היא סדרה חשבונית? נמק. (2) האם הסדרה B זהה לסדרה A? נמק. מסמנים ב-T_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה B, לכל n טבעי. ב. הוכח כי לכל n טבעי זוגי מתקיים: $T_n = \frac{(b_1 + b_2)(b_1 - b_2) + (b_3 + b_4)(b_3 - b_4) + \dots + (b_{n-1} + b_n)(b_{n-1} - b_n)}{-d}$ נתון: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{39}^2 - b_{40}^2 = -95$ $T_5 = -20$ ג. חשב את b_1 ואת d (אפשר להיעזר בסעיף ב). מחברים בזה אחר זה את איברי הסדרה A הנמצאים במקומות האי-זוגיים, החל באיבר הראשון. ד. מהו המספר המינימלי של איברים שיש לחבר באופן זה כדי שהסכום שיתקבל יהיה מספר חיובי שלם? נמק.	2. א. (1) כן. (2) לא. ב. הוכחה. ג. $b_1 = -5$, $d = \frac{1}{2}$. ד. 14 איברים.
-----	---------------------	--	--



שאלה 2-סדרות

42.	חורף נבצרים, 2022 תשפ"ב	2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \dots$ ומנתה היא q. כל איברי הסדרה A שונים מאפס. א. האם הסדרה $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots$ היא סדרה הנדסית? הוכח את תשובתך. ב. (1) מסמנים ב-S_n את הסכום של n האיברים הראשונים של הסדרה A (n טבעי). $\frac{S_n}{a_1 \cdot a_n} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$ הוכח כי לכל n מתקיים: (2) נתון: $a_1 = 1, q = 3$. סכום n האיברים הראשונים בסדרה A גדול פי 6561 מן הסכום: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$. מצא את n. הסדרה B מתקבלת מן הסדרה A על ידי הפיכת הסימנים של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A. איברי הסדרה B הם $b_1, b_2, b_3, \dots$. נסמן ב-T_m את הסכום של m האיברים הראשונים של הסדרה B. נתון כי m הוא מספר טבעי אי-זוגי. ג. נתונה נוסחה: $\frac{T_m}{b_1 \cdot b_m} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \dots + \frac{1}{a_m}$. קבע אם הנוסחה הנתונה נכונה. הוכח את תשובתך.	2. א. כן. ב. (1) הוכחה. (2) $n = 9$ ג. הנוסחה נכונה.
-----	----------------------------	---	---



שאלה 2-סדרות

43.	קיץ מועד א', 2022 תשפ"ב	2. סדרה I היא סדרה הנדסית אינ'סופית שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \dots$ ומנתה היא $9 \cdot r^2$. נתון: $0 < r < \frac{1}{3}$. בין כל שני איברים בסדרה I הכניסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם $b_1, b_2, b_3, \dots$ ומנתה היא q. א. (1) הביעו את q באמצעות r. (2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתכנסות. נתון כי סכום סדרה II גדול פי $\frac{4}{3}$ מסכום סדרה I. ב. חשבו את q. נתון כי סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה II הוא 15. ג. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות שמתחלקים ב-5 ($b_5, b_{10}, b_{15}, \dots$). ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחרי איבר זה. ה. הוכיחו כי בכל סדרה הנדסית מתכנסת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחריו אינו תלוי במיקום של האיבר בסדרה.	2. א. (1) $q = 3r$. (2) הסבר. ב. $q = \frac{1}{3}$. ג. $S = \frac{60}{121}$. ד. 2. ה. הוכחה.
-----	----------------------------	---	---



שאלה 2-סדרות

44. קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב	2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q. א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$. בעבור $2k$ האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה $12,288 \cdot a_1$. נתון: $a_{2k} - 2 = 3,072$. ב. מצאו את q (שתי אפשרויות). נתון: $a_1 = 6$. ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה. (2) מצאו את k. ד. מן הסדרה A בונים את הסדרה האינסופית B באופן הזה: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$. הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית. בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות האי-זוגיים כך שמתקבלת הסדרה C שלפניהם: $-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$. ה. מצאו את סכום הסדרה C.	2. א. הוכחה. ב. $q = 2$ או $q = -2$. ג. (1) עולה. (2) $k = 6$. ד. הוכחה. ה. $-\frac{1}{9}$.
--	---	---



שאלה 3 – הסתברות

מועד הבגרות	השאלה	התשובה- יואל גבע
45. חורף, 2017 תשע"ז	3.  אביגיל משתתפת במשחק של זריקת חצים למטרה. הסיכוי שלה לפגוע במטרה בניסיון בודד הוא $P > 0$, ואינו תלוי בניסיונותיה הקודמים. כל משתתף זורק 5 זריקות רצופות. הסיכוי של אביגיל לפגוע במטרה בארבע זריקות מתוך החמש גדול פי 3 מן הסיכוי שלה לפגוע בה בכל חמש הזריקות. א. מצא את P. משתתף מנצח במשחק אם מתוך 5 זריקות רצופות, מספר הפגיעות שלו במטרה גדול ממספר ההחטאות שלו (יכול להיות יותר ממנצח אחד במשחק). ב. מהי ההסתברות שאביגיל תנצח במשחק? ג. (1) אם אביגיל תחטיא את המטרה בזריקה השנייה, מהי ההסתברות שהיא תנצח במשחק? (2) גם תמר משתתפת במשחק, וגם הסיכוי שלה לפגוע במטרה בניסיון בודד שווה ל-P ואינו תלוי בניסיונותיה הקודמים. תמר החטיאה בזריקה הראשונה. מה ההסתברות שהיא תנצח במשחק?	3. א. $P = \frac{5}{8}$. ב. 0.7248. ג. 0.5188 (1) 0.5188 (2).
46. קיץ א', 2017 תשע"ז	3.  בבית אבות גדול יש לכמה מן הדיירים קלנועית, ולשאר אין. אם בוחרים באקראי 9 דיירים מבית האבות הזה, ההסתברות של-4 מהם בדיוק יש קלנועית גדולה פי 24 מן ההסתברות של-6 מהם בדיוק יש קלנועית. א. מהי ההסתברות שלדייר שנבחר באקראי יש קלנועית? ב. בוחרים באקראי 6 דיירים מבית האבות. ידוע שלפחות ל-3 מהם יש קלנועית. מהי ההסתברות של-4 מהם בדיוק יש קלנועית? ג. בוחרים באקראי דיירים מבית האבות, בזה אחר זה, עד של-3 מהם בדיוק יש קלנועית. מהי ההסתברות שייבחרו בדרך זו בדיוק 6 דיירים?	3. א. $p = \frac{1}{3}$. ב. $\frac{16}{103} = 0.15534$. ג. $\frac{128}{3125} = 0.04096$.



שאלה 3 – הסתברות

3. א. מספר הכדורים הכחולים הוא 5. ב. 0.3595. ג. 0.5338.	3.  בקופסה I יש 10 כדורים, כמה מהם כחולים והשאר אדומים, בקופסה II יש 7 כדורים כחולים ו-3 כדורים אדומים. מוציאים באקראי כדור מקופסה I. אם יצא כדור אדום, מעבירים אותו לקופסה II. אם יצא כדור כחול, מחזירים אותו לקופסה I. שוב מוציאים באקראי כדור מקופסה I, ושוב, אם יצא כדור אדום, מעבירים אותו לקופסה II, ואם יצא כדור כחול, מחזירים אותו לקופסה I. לאחר מכן מוציאים באקראי כדור אחד מקופסה II. א. נתון כי ההסתברות שאחרי שתי ההוצאות מקופסה I יועבר כדור אדום אחד בלבד מקופסה I לקופסה II היא $\frac{19}{36}$. חשב את מספר הכדורים הכחולים שהיו בקופסה I לפני ההוצאה הראשונה. ענה על הסעיפים ב-ג עבור מספר הכדורים הכחולים שחישבת בסעיף א. ב. מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו מקופסה II הוא כדור אדום? ג. ידוע שהכדור שהוציאו מקופסה II הוא כדור אדום. מהי ההסתברות שאחרי שהוציאו את הכדור האדום מקופסה II נשארו בה שלושה כדורים אדומים בדיוק?	47. קיץ ב', 2017 תשע"ז
--	--	-----------------------------------



שאלה 3 – הסתברות

48.	חורף, 2018 תשע"ח	3.  למיכל יש קובייה מאוזנת. על שלוש מפאות הקובייה שלה כתוב המספר 2, ועל שלוש הפאות האחרות כתוב המספר 4. לגלית יש קובייה מאוזנת אחרת. על כל אחת מפאות הקובייה של גלית כתוב אחד מן המספרים: 1 או 3. מיכל וגלית משחקות משחק בן חמישה סיבובים. המשתתפת שתנצח במספר סיבובים רב יותר מחברתה, תנצח במשחק. בכל סיבוב של המשחק כל אחת מהן מטילה את הקובייה שלה פעם אחת. המנצחת בסיבוב היא השחקנית שהמספר שהתקבל על הקובייה שלה גבוה יותר. נתון שבסיבוב יחיד הסיכוי של מיכל לנצח את גלית הוא $\frac{7}{12}$. א. על כמה פאות בקובייה של גלית כתוב המספר 1? נמק את תשובתך. ב. מהו הסיכוי שגלית תנצח במשחק? ג. מהו הסיכוי של גלית לנצח במשחק, אם ידוע שהיא ניצחה בסיבוב הראשון?	3. א. על פאה אחת. ב. 0.3466. ג. 0.5533.
-----	---------------------	---	---



שאלה 3 – הסתברות

49.	קיץ א', 2018 תשע"ח	3.  בעיר גדולה נערך מבחן לכל תלמידי התיכון. 37% מן התלמידים שניגשו למבחן נעזרו בחבריהם כדי להתכונן למבחן. מהם עברו את המבחן. מספר התלמידים שלא נעזרו בחבריהם ולא עברו את המבחן קטן פי 5 ממספר התלמידים שנעזרו בחבריהם ועברו את המבחן. א. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן, והתברר שהוא לא עבר את המבחן מהי ההסתברות שהוא נעזר בחבריו? ב. יעל והדס ניגשו למבחן. ידוע שיעל נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן, והדס לא נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן. האם ההסתברות שיעל עברה את המבחן גבוהה מההסתברות שהדס עברה את המבחן? נמק. ג. בחרו באקראי 6 תלמידים שניגשו למבחן. מהי ההסתברות שבדיוק שליש מהם לא נעזרו בחבריהם ועברו את המבחן? ד. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן. מהי ההסתברות שהוא מקיים לפחות אחת משתי הטענות II – I : (I) התלמיד נעזר בחבריו. (II) התלמיד לא עבר את המבחן.	3. א. $\frac{2}{9}$. ב. כן $(\frac{35}{37} > \frac{56}{63})$. ג. 0.1763. ד. 0.44.
-----	-----------------------	--	---



שאלה 3 – הסתברות

50.	קיצ' ב', 2018 תשע"ח	3.  במבחן רב-ברירה ("אמריקני") יש 5 שאלות. לכל שאלה מוצגות 4 תשובות, אך רק אחת מהן נכונה. התלמידים צריכים לסמן תשובה אחת מבין 4 התשובות המוצגות. תלמיד שמסמן את התשובה הנכונה על השאלה מקבל 20 נקודות לשאלה זו. תלמיד שמסמן תשובה לא נכונה על השאלה אינו מקבל נקודות לשאלה כדי לעבור את המבחן יש לצבור לפחות 60 נקודות סך הכול. א. על 2 מן השאלות ידע שחר בוודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימן אותן. בשאר השאלות הוא סימן באקראי תשובה אחת בכל שאלה. (1) מהי ההסתברות ששחר יצבור במבחן בדיוק 60 נקודות? (2) מהי ההסתברות ששחר יעבור את המבחן? ב. על 2 מן השאלות ידע דניאל בוודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימן אותן. בכל אחת משלוש השאלות האחרות ידע דניאל בוודאות שתשובה אחת, מבין 4 התשובות המוצגות, אינה נכונה, ולכן סימן באקראי אחת מן התשובות האחרות בכל שאלה. מהי ההסתברות שדניאל יצבור במבחן בדיוק 60 נקודות? ג. על 3 מן השאלות ידעה הדס בוודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימנה אותן. בכל אחת משתי השאלות האחרות היא ידעה בוודאות ש-k מבין 4 התשובות המוצגות אינן נכונות, וסימנה באקראי אחת מן התשובות האחרות בכל שאלה. ידוע שההסתברות שהדס תצבור בדיוק 60 נקודות במבחן שווה להסתברות שהיא תצבור 100 נקודות במבחן. מצא את k. נמק.	3. א. (1) $\frac{27}{64}$ (2) $\frac{37}{64}$ ב. $\frac{4}{9}$ ג. $k = 2$
-----	--------------------------------	--	--



שאלה 3 – הסתברות

3. א. (1) 180 תלמידים. (2) 0.4. (3) 0.36. ב. $a - a^2$.	בבית ספר תיכון ניגשים תלמידי שכבת י"ב לבחינת המתכונת באזרחות ולאחר מכן לבחינת הבגרות באזרחות. נתון: גם בשנת 2017 וגם בשנת 2018 מספר התלמידים שעברו את בחינת המתכונת ונכשלו בבחינת הבגרות היה שווה למספר התלמידים שנכשלו בבחינת המתכונת ועברו את בחינת הבגרות. א. בשנת 2017 ניגשו 250 תלמידים לבחינת המתכונת ולאחר מכן לבחינת הבגרות באזרחות. ידוע שאם תלמיד עבר את בחינת המתכונת, ההסתברות שהוא עבר את בחינת הבגרות היא 0.9. שיעורם של הנכשלים בבחינת הבגרות מכלל התלמידים שניגשו לבחינות בשנה זו היה 20%. (1) מהו מספר התלמידים שעברו גם את בחינת המתכונת וגם את בחינת הבגרות? (2) ידוע שתלמיד מסוים נכשל בבחינת המתכונת. מהי ההסתברות שאותו תלמיד עבר את בחינת הבגרות? (3) בוחרים באקראי (עם החזרה) שני תלמידים שנכשלו בבחינת הבגרות. מהי ההסתברות ששניהם נכשלו גם בבחינת המתכונת? ב. נתון כי בשנת 2018 לא הייתה תלות בין המאורע "עובר את בחינת המתכונת" לבין המאורע "עובר את בחינת הבגרות", וכי ההסתברות שתלמיד עבר את בחינת הבגרות בשנה זו היא a ($0 < a < 1$). הבע באמצעות a את ההסתברות שתלמיד עבר את בחינת המתכונת ונכשל בבחינת הבגרות בשנה זו.	51. חורף, 2019 תשע"ט
---	---	--



שאלה 3 – הסתברות

52.	קיץ א', 2019 תשע"ט	3.  גלי ונטע משחקות משחק ובו אפשר לקבוע את מספר הסיבובים. בכל סיבוב אחת מהן זוכה והאחרת מפסידה. המנצחת במשחק כולו תהיה זו שתזכה ביותר סיבובים מחברתה. אם לשתיהן מספר שווה של זכיות בסיבובים, התוצאה במשחק כולו תהיה תיקו. נתון: בכל סיבוב הסיכוי של נטע לזכות הוא $\frac{1}{3}$. א. ביום ראשון שיחקו גלי ונטע 4 סיבובים במשחק. (1) מהי ההסתברות שנטע נצחה במשחק כולו? (2) מהי ההסתברות לתוצאת תיקו במשחק כולו? ב. גם ביום שני שיחקו גלי ונטע 4 סיבובים במשחק. הפעם הן החליטו מראש שאם התוצאה במשחק של 4 הסיבובים תהיה תיקו- הן ישחקו עוד 3 סיבובים כדי להכריע את תוצאת המשחק, ומי שתזכה ביותר סיבובים, תנצח במשחק כולו. מהי ההסתברות שנטע תנצח במשחק כולו? ג. ידוע שנטע ניצחה במשחק כולו בדיוק באחד משני הימים: ראשון או שני. מהו הסיכוי שהיא ניצחה במשחק כולו ביום שני?	3. א. (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{8}{27}$ ב. $\frac{137}{729}$ ג. $\frac{137}{211}$
-----	-------------------------------	---	---



שאלה 3 – הסתברות

53.	קיץ ב', 2019 תשע"ט	3.   בקופסה יש 12 כדורים כחולים, 20 כדורים אדומים ו- 8 כדורים צהובים. על 28 מן הכדורים רשומה הספרה 1, ועל השאר רשומה הספרה 0. מן הכדורים שרשומה עליהם הספרה 1 הם צהובים. מספר הכדורים האדומים שרשומה עליהם הספרה 1 גדול פי 4 ממספר הכדורים הכחולים שרשומה עליהם הספרה 0. דני מוציא באקראי כדור מן הקופסה. א. מה ההסתברות שהכדור שהוציא דני הוא כדור כחול ושרשומה עליו הספרה 1? ב. אם ידוע שדני הוציא באקראי כדור כחול או כדור שרשומה עליו הספרה 1, מהי ההסתברות שהוא הוציא כדור שרשומה עליו הספרה 0? דני החזיר את הכדור לקופסה, וכעת הוא משחק במשחק: הוא מוציא באקראי כדור מן הקופסה, רושם לעצמו את הספרה שעליו ומחזיר את הכדור לקופסה. בכל פעם שהוא מוציא כדור שרשומה עליו הספרה 1 הוא צובר נקודה. הוא יפסיק לשחק כאשר יצבור 5 נקודות. ג. מהי ההסתברות שדני יצבור 5 נקודות אחרי 6 פעמים בדיוק.	3. א. $\frac{9}{40}$. ב. $\frac{3}{31}$. ג. 0.252105.
-----	-------------------------------	---	--



שאלה 3 – הסתברות

3. א. 8 ב. 30 ג. $\frac{14}{55}$	3.  בקופסה יש 12 כדורים. רובם כחולים והשאר אדומים. הוציאו באקראי כדור מן הקופסה, החזירו אותו לקופסה, ושוב הוציאו באקראי כדור והחזירו אותו. ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו היו בצבעים שונים היא $\frac{4}{9}$. א. מצא כמה כדורים כחולים יש בקופסה. ב. הוסיפו לקופסה כדורים צהובים. לאחר ההוספה הוציאו באקראי כדור, החזירו אותו, ושוב הוציאו באקראי כדור והחזירו אותו. ההסתברות שהוציאו שני כדורים בצבעים שונים נשארה $\frac{4}{9}$. כמה כדורים צהובים הוסיפו לקופסה? העבירו את כל הכדורים הצהובים לכלי אחר והשאירו בקופסה רק את הכדורים הכחולים והאדומים. ג. הוציאו באקראי מן הקופסה כדור אחרי כדור שוב ושוב (ללא החזרה), עד שהוציאו כדור אדום. מהי ההסתברות שמספר ההוצאות היה גדול מ-3?	חורף, 2020 תש"פ	54.
--	---	----------------------------	------------



שאלה 3 – הסתברות

3. א. $\frac{85}{121}$. ב. $\frac{6}{17}$. ג. $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$ (1) . ד. $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k$ (2) .	בכד יש 11 כדורים הממוספרים בסדר עולה, מ-1 עד 11. מוציאים באקראי כדור מן הכד ורושמים את המספר שעל הכדור. אם המספר שעל הכדור הוא אי-זוגי, מחזירים אותו לכד, ואם הוא זוגי, לא מחזירים אותו. לאחר מכן שוב מוציאים באקראי כדור מן הכד ורושמים את המספר שעליו. א. מהי ההסתברות שנרשמו שני מספרים שמכפלתם זוגית? ב. ידוע שהמכפלה של שני המספרים שנרשמו היא זוגית. מצא את ההסתברות שהמספר שעל הכדור הראשון שהוציאו הוא אי-זוגי. בכד אחר יש מספר זוגי של כדורים הממוספרים בסדר עולה (1, 2, 3, ...). מוציאים באקראי כדור מן הכד ורושמים את המספר שעל הכדור, מחזירים אותו לכד, ולאחר מכן שוב מוציאים באקראי כדור מן הכד ורושמים את המספר שעליו. ג. (1) מצא את ההסתברות שמכפלת שני המספרים שנרשמו היא זוגית. (2) מוציאים מן הכד k כדורים. בכל פעם שמוציאים כדור, רושמים את המספר שעליו ומחזירים אותו לכד. הבע באמצעות k את ההסתברות שמכפלת כל המספרים שנרשמו היא זוגית.	55. קיץ א', 2020 תש"פ
---	--	------------------------------



שאלה 3 – הסתברות

56.	קיצ' ב', 2020 תש"פ	 3. ▶ יעדי הטיסות של חברת תעופה מסוימת הם היבשות : אירופה, אמריקה ואסיה בלבד (אין טיסות ללא נוסעים). נתון כי מבין הנוסעים בחברה, מספר הנוסעים לאמריקה הוא $\frac{3}{5}$ ממספר הנוסעים לאירופה. בוחרים באקראי נוסע מבין הנוסעים בחברה. נסמן ב- P את ההסתברות שנוסע זה טס לאירופה. בוחרים באקראי 2 נוסעים מבין הנוסעים בחברה. נתון כי ההסתברות ש-2 הנוסעים שנבחרו אינם טסים לאותה היבשת היא 0.62. נתון : $P > 0.4$. א. מצא את P. ב. בוחרים באקראי 5 נוסעים מבין הנוסעים בחברה. מהי ההסתברות שלפחות 2 מן הנוסעים שנבחרו טסים לאמריקה וגם לפחות 2 מהם אינם טסים לאמריקה? ג. באוטובוס לנמל התעופה היו 50 נוסעים שטסים בחברה זו. התפלגות יעדי הטיסה של הנוסעים באוטובוס זהה להתפלגות יעדי הטיסה של כל הנוסעים בחברת התעופה. בחרו באקראי 2 נוסעים מן האוטובוס זה אחר זה (ללא החזרה), והתברר ששניהם טסים לאותה היבשת. מהי ההסתברות ש-2 הנוסעים שנבחרו טסים לאמריקה?	3. א. $p = 0.5$. ב. 0.441 . ג. $\frac{7}{30}$.
-----	-----------------------	---	---



שאלה 3 – הסתברות

57.	חורף פברואר, 2021 תשפ"א	3. ההסתברות שלילד שנולד במשפחת לוי יהיה שיער מתולתל היא x. ההסתברות שלילד שנולד במשפחת לוי יהיו עיניים חומות היא $2x$. ההסתברות שעיניו של ילד שנולד במשפחת לוי יהיו חומות, אם ידוע ששערו מתולתל, קטנה פי 1.5 מן ההסתברות ששערו לא יהיה מתולתל אם ידוע שעיניו חומות. יונתן הוא אחד הילדים במשפחת לוי. א. (1) הראה שההסתברות שעיניו של יונתן הן חומות ושערו מתולתל היא $\frac{1}{2}x$. (2) מצא את ההסתברות ששערו של יונתן הוא מתולתל, אם ידוע שעיניו חומות. ב. (1) הבע באמצעות x את ההסתברות ששערו של יונתן אינו מתולתל וגם עיניו אינן חומות. (2) נתון: $x = 0.2$. במשפחת לוי נולדו ארבעה ילדים בדיוק. מהי ההסתברות שלפחות שלושה מארבעת הילדים במשפחת לוי יש שיער מתולתל ועיניים חומות?	3. א. (1) הוכחה (2) $\frac{1}{4}$ ב. (1) $1 - 2\frac{1}{2}x$ (2) 0.0037
58.	חורף נבצרים, 2021 תשפ"א	3. בחברת תקשורת גדולה נבדקו הרגלי הצפייה של הלקוחות. נמצא כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי מוזיקה גדול פי 1.5 ממספר הלקוחות שאינם צופים בהם. $\frac{2}{3}$ מן הלקוחות שצופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה. 40% מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה. בוחרים באקראי לקוח מן הלקוחות של החברה. א. מהי ההסתברות שהלקוח שנבחר צופה גם בערוצי ספורט וגם בערוצי מוזיקה? ב. נמצא שהלקוח שנבחר צופה בערוצי מוזיקה או בערוצי ספורט. מהי ההסתברות שהוא אינו צופה בערוצי מוזיקה? ג. מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, בחרו באקראי 4 לקוחות. מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם צופים בערוצי מוזיקה?	3. א. $p = \frac{1}{2}$ ב. $p = \frac{5}{17}$ ג. $\frac{328}{625} = 0.5248$



שאלה 3 – הסתברות

59.	חורף מאוחר, 2021 תשפ"א	3. בכד יש כדורים בשלושה צבעים בלבד: אדום, צהוב, כחול. נתון: ההסתברות להוציא כדור אדום היא $\frac{5}{8}$. מספר הכדורים הצהובים גדול פי 3 ממספר הכדורים הכחולים. $\frac{4}{5}$ מן הכדורים האדומים שבכד ו- $\frac{8}{9}$ מן הכדורים הצהובים שבכד מחוספסים, וכל שאר הכדורים שבכד חלקים. הוציאו באקראי כדור מן הכד והחזירו אותו לכד. את הפעולה הזאת (הוצאה באקראי והחזרה) עשו 8 פעמים. א. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם מחוספסים? ענה על סעיף ב בעבור כד שבו 32 כדורים. ב. הוציאו באקראי בזה אחר זה 2 כדורים מן הכד (ללא החזרה). (1) מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו היו בצבעים שונים? (2) ידוע ששני הכדורים שהוציאו היו בצבעים שונים. מהי ההסתברות שהכדור הראשון שהוציאו היה בצבע אדום? ענה על סעיף ג בעבור כד שבו n כדורים. נתון: $50 < n < 100$. ג. מצא את n (את שתי האפשרויות).	3. א. $\frac{189}{8,192}$ ב. (1) $\frac{267}{496}$ (2) $\frac{40}{89}$ ג. $n = 96$, $n = 64$
-----	---------------------------	---	--



שאלה 3 – הסתברות

60.	קיץ מועד א', 2021 תשפ"א	3. בבית ספר תיכון גדול מאוד, מספר התלמידים גדול פי 9 ממספר המורים. בבית הספר נערך סקר שהשתתפו בו כל המורים והתלמידים בבית הספר, והם בלבד. המשתתפים בסקר נשאלו אם הם נבדקו לגילוי קורונה. נמצא כי 80% מן המורים בבית הספר נבדקו לגילוי קורונה. כמו כן נמצא כי $\frac{13}{15}$ מכלל המשתתפים בסקר (מורים ותלמידים), שנבדקו לגילוי קורונה, היו תלמידים. א. מהי ההסתברות שמבין כלל המשתתפים בסקר ייבחר באקראי תלמיד שלא נבדק לגילוי קורונה? בחרו באקראי בזה אחר זה 5 משתתפים מבין כלל משתתפי הסקר. ב. מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם נבדקו לגילוי קורונה? ג. ידוע כי מבין החמישה שנבחרו, לפחות משתתף אחד נבדק לגילוי קורונה. מהי ההסתברות שלפחות 4 מן המשתתפים שנבחרו נבדקו לגילוי קורונה? ד. ידוע כי מבין החמישה שנבחרו, בדיוק 2 נבדקו לגילוי קורונה. מהי ההסתברות שהאחרון שנבחר נבדק לגילוי קורונה?	3. א. 0.38 ב. 0.33696 ג. $\frac{351}{1,031} = 0.340446$ ד. 0.4
61.	קיץ מועד מיוחד, 2021 תשפ"א	3. בחממה גדולה של פרחים יש אך ורק פרחים לבנים וסגולים. ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים לבנים גדולה פי 2.25 מן ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים סגולים. א. חשב את אחוז הפרחים הסגולים בחממת הפרחים. בחממה זו, לכמה מן הפרחים הלבנים, ורק להם, יש עלים גדולים. לשאר הפרחים יש עלים קטנים. ירדן בחרה באקראי שני פרחים. ההסתברות שירדן בחרה פרח אחד שיש לו עלים קטנים ופרח אחד שיש לו עלים גדולים היא 0.455. ב. (1) חשב את אחוז הפרחים בחממה שיש להם עלים גדולים. (2) חשב את ההסתברות שירדן בחרה פרח סגול, אם ידוע שרק לאחד מן הפרחים שהיא בחרה יש עלים גדולים. ג. כינרת הכינה זר מ-7 פרחים לבנים בדיוק, שנבחרו באקראי בחממה. חשב את ההסתברות שיש בזר פרח אחד לפחות שיש לו עלים גדולים ופרח אחד לפחות שיש לו עלים קטנים.	3. א. 0.07 ב. 0.3 ג. (1) 0.027 (2) 0.009 .



שאלה 3 – הסתברות

62.	קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א	3. בתחרות ספורט שנערכת בבית ספר משתתפים תלמידים רבים. כל משתתף צריך להצליח לעבור 3 מכשולים בזה אחר זה לפי הסדר. משתתף שלא מצליח לעבור מכשול מודח מייד מן התחרות. ההסתברות להצליח לעבור מכשול שונה ממכשול למכשול, אך שווה לכל המשתתפים. משתתף שמצליח לעבור את כל שלושת המכשולים עולה לשלב חצי הגמר. 28% מן המשתתפים בתחרות הצליחו לעבור את שני המכשולים הראשונים. ההסתברות שמשתתף שמצליח לעבור את שני המכשולים הראשונים יודח מן התחרות גדולה פי 3 מן ההסתברות שהוא יעלה לשלב חצי הגמר. א. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות יעלה לשלב חצי הגמר. ההסתברות שמשתתף יצליח לעבור את המכשול הראשון ולא יעבור את המכשול השני היא 0.42. ב. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות <u>לא</u> יצליח לעבור את המכשול הראשון. ג. בחרו באקראי שלושה משתתפים: עומר, גל וליאור. ידוע ששלושתם הצליחו לעבור את המכשול הראשון. (1) חשב את ההסתברות שבדיוק שניים מהם יעלו לשלב חצי הגמר. (2) חשב את ההסתברות שמבין השלושה, רק עומר וגל יעלו לשלב חצי הגמר.	3. א. 0.07 ב. 0.3 ג. (1) 0.027 (2) 0.009
63.	חורף, 2022 תשפ"ב	3. בקופסה יש שלוש סוכריות בטעם תות ושתי סוכריות בטעם מנטה. ליאור מוציא באקראי סוכרייה מן הקופסה. אם הסוכרייה היא בטעם מנטה – הוא מחזיר אותה לקופסה, ואם היא בטעם תות – הוא אוכל אותה מייד. א. ליאור מוציא מן הקופסה שלוש סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחילת השאלה. (1) חשב את ההסתברות שליאור יאכל בדיוק סוכרייה אחת. (2) חשב את ההסתברות שליאור אכל את הסוכרייה השנייה שהוא הוציא, אם ידוע כי ליאור אכל בדיוק סוכרייה אחת. ב. ליאור מוציא מן הקופסה n סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחילת השאלה. הבע בעזרת n את ההסתברות שליאור יאכל סוכרייה אחת לפחות. ג. ליאור קיבל שתי קופסאות סוכריות, כל אחת מהן זהה לקופסה המתוארת בתחילת השאלה. ליאור מוציא שלוש סוכריות מכל אחת משתי הקופסאות, באופן המתואר בתחילת השאלה. חשב את ההסתברות שליאור יאכל בדיוק שלוש סוכריות, שלושתן מאותה קופסה.	3. א. (1) 0.366 (2) 0.32787 ב. $1 - (\frac{2}{5})^n$ ג. 0.0128



שאלה 3 – הסתברות

64.	חורף נבצרים, 2022 תשפ"ב	3. כדי להתקבל ללימודים במכללה מסוימת יש לעבור מבחן קבלה. כל השאלות במבחן הן מתוך מאגר שיש בו n שאלות שונות. לנבחנים יש גישה למאגר והם יכולים להתכונן למבחן באמצעותו. ביום הבחינה, כל נבחן מוציא באקראי מתוך קופסה מלאה בפתקים שלושה פתקים בזה אחר זה, ללא החזרה. בכל אחד מן הפתקים כתובה שאלה אחת מתוך מאגר השאלות. מספר הפתקים שבקופסה שווה למספר השאלות שבמאגר, ובכל פתק כתובה שאלה אחת. לאחר שהוציא הנבחן שלושה פתקים מן הקופסה וקרא את שלוש השאלות, הוא מחזיר את שלושת הפתקים לקופסה. הנבחן יתקבל למכללה אם הוא יענה נכון על שתי שאלות לפחות מתוך שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא. נתנאל התכונן למבחן באמצעות מאגר השאלות. הוא ידע לענות נכון רק על 20 שאלות מתוך n השאלות שבמאגר. על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון. ידוע כי ההסתברות של נתנאל לענות נכון על שאלה אחת לפחות מבין שתי השאלות שבשני הפתקים הראשונים שהוא הוציא היא $\frac{34}{69}$. א. (1) מצא את n. (2) מהי ההסתברות שנתנאל יתקבל למכללה? ב. אם ידוע כי נתנאל התקבל למכללה, מהי ההסתברות שהוא לא ענה נכון על השאלה שבפתק הראשון שהוא הוציא? רמי התכונן גם הוא למבחן באמצעות מאגר השאלות. הוא ידע לענות נכון על 40 שאלות מתוך n השאלות שבמאגר. על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון. ג. האם ההסתברות שרמי יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא באקראי גדולה פי 2 מן ההסתברות שנתנאל יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא באקראי? נמוק את תשובתך.	3. א. (1) $n = 70$ (2) $\frac{76}{391}$ ב. $\frac{25}{84}$ ג. ההסתברות אינה גדולה פי 2.
------------	---	--	---



שאלה 3 – הסתברות

65. קיץ מועד א', 2022 תשפ"ב	3. נטע משחקת במשחק מסוים. במשחק זה יש בדיוק שלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תיקו והפסד. ההסתברות שנטע תנצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק. נסמן ב-p את ההסתברות שנטע תפסיד במשחק ($p > 0$). בשאלה כולה תוצאות המשחקים אינן תלויות זו בזו. נתון שאם נטע משחקת 2 משחקים בזה אחר זה, ההסתברות שהיא תנצח במשחק אחד לפחות היא $4.5p$. א. מצאו את הערך של p. נטע שיחקה 5 משחקים בזה אחר זה. ב. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח ב-3 משחקים לפחות. ג. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות. ד. (1) מצאו את ההסתברות שנטע לא תפסיד בשום משחק. (2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות. מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים הראשונים וקיבלה תוצאת תיקו במשחק האחרון?	3. א. $P = \frac{1}{6}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\frac{1}{8} = 0.125$ ד. (1) $\frac{3,125}{7,776} = 0.4188$ (2) $\frac{54}{4,651} = 0.012$
66. קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב	3. בעיר גדולה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר. בסקר השתתפו אנשים רבים – מבוגרים וצעירים. בסקר נמצא שמספר המבוגרים ששולטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים ששולטים בה, ומספר המבוגרים שלא שולטים באנגלית גדול פי $\frac{1}{3}$ ממספר המבוגרים ששולטים בה. נסמן ב-p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר ששולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר. א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר ששולט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר. ב. בוחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם שולטים באנגלית. ג. (1) הביעו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר שלא שולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר. (2) הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבור p הוא $0 < p < \frac{1}{14}$. ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית שווה להסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית. ד. מצאו את הערך של p. ה. האם המאורעות "לשלוט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובתכם.	3. א. $\frac{3}{13}$ ב. $\frac{270}{2,197}$ ג. (1) $1 - 14P$ (2) הוכחה. ד. $P = \frac{1}{24}$ ה. כן.

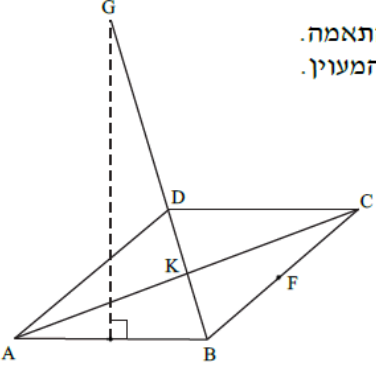
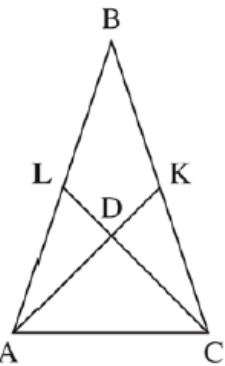


שאלה 4 – גיאומטריה

התשובה- יואל גבע	השאלה	מועד הבגרות	
	4. נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס שונה, המשיקים זה לזה מבחוץ בנקודה F. AC משיק לשני המעגלים בנקודות B ו-C, AE משיק לשני המעגלים בנקודות D ו-E, כמתואר בציור. א. הוכח שהמרובע BDEC הוא טרפז שווה שוקיים. ב. המשיק המשותף למעגלים עובר בנקודה F חותך את שוקי הטרפז, BC ו-DE, בנקודות G ו-H בהתאמה. הוכח: GH הוא קטע אמצעים בטרפז. ג. נסמן ב-R את רדיוס המעגל הגדול וב-r את רדיוס המעגל הקטן. הוכח כי $R \cdot BD = r \cdot CE$.	חורף, 2017 תשע"ז	67.
	4. נתון מעגל שמרכזו O. ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle ADC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$). הצלע AD משיקה למעגל בנקודה E, והנקודות B ו-C נמצאות על המעגל כך ש-BC הוא קוטר. הצלע DC חותכת את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור. א. הוכח: $\angle BCD = 2\angle DEF$. ב. הוכח: $\triangle ABE \cong \triangle DFE$. ג. הוכח: $BC = DF + DC$.	קיץ א', 2017 תשע"ז	68.

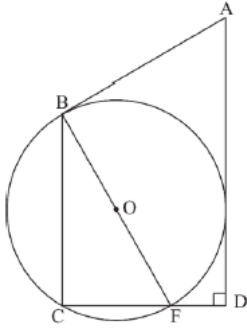
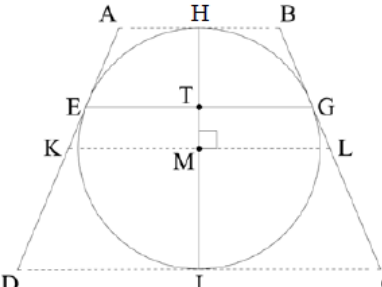


שאלה 4 – גיאומטריה

	71. קיצ' א', 2018 תשע"ח 4.   ABCD הוא מעוין. E ו-F הן אמצעי צלעות AB ו-BC בהתאמה. הנקודה K היא מפגש האלכסונים של המעוין. מן הנקודה E העלו אנך ל-AB, החותך את המשך האלכסון BD בנקודה G (ראה ציור). א. הוכח: הנקודה G היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC. הקטע GF חותך את האלכסון AC בנקודה M, שהיא מרכז המעגל החוסם את המשולש BDC. ב. הוכח שהמשולשים MFC, BKC ו-BFG דומים זה לזה. נסמן ב-R את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC, וב-r את רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC. ג. (1) הוכח כי $\frac{MC}{GB} = \frac{MF}{CF}$ וכי $\frac{MF}{CF} = \frac{BK}{CK}$. (2) הראה כי היחס בין אלכסוני המעוין שווה ל-$\frac{r}{R}$. 	
4. א. הוכחה. ב. $\frac{S_{BLDK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$. ג. (1) הוכחה. (2) $\frac{AM}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = 0.79$.	72. קיצ' ב', 2018 תשע"ח 4.   ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = BC$). AK ו-CL הם תיכונים במשולש, החותכים זה את זה בנקודה D. נתון: $AK \perp CL$. א. הוכח: $BD = AC$. ב. חשב את היחס $\frac{S_{BLDK}}{S_{\Delta ABC}}$. ג. M הוא מרכז המעגל החוסם את המרובע ALKC. (1) הוכח: $\angle AML = 90^\circ$. (2) מצא את היחס $\frac{AM}{AD}$. תוכל להשאיר שורש בתשובתך. 	

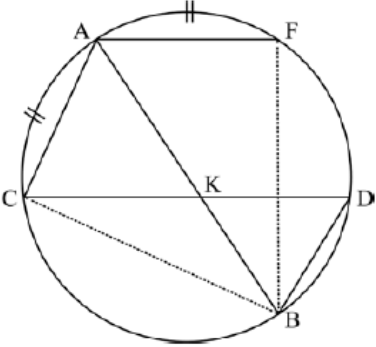


שאלה 4 – גיאומטריה

4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. $S_{ABFK} > S_{AKFC}$ כיוון שלשני המשולשים יש גובה משותף לצלעות KB ו KC בנוסף לפי משפט חוצה זווית $KC < KB$.	4. המשולש BCF חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R. BF הוא קוטר המעגל. מן הנקודה A יוצאים שני משיקים למעגל - האחד משיק למעגל בנקודה B והאחר חותך את המשיך הצלע CF בנקודה D, כמתואר בציור שלפניך. נתון: $AD \perp CD$. א. הוכח: $\angle BFC = \angle BAD$ נתון: K היא נקודה על הצלע BC, כך ש- FK חוצה את $\angle BFC$. ב. הוכח: $KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$ ג. הוכח: $KB \cdot AB = 2R^2$ ד. הסבר מדוע שטח $\triangle BFK$ גדול משטח $\triangle KFC$. 	73. חורף, 2019 תשע"ט
4. א. (1) הוכחה. (2) $KL = \frac{2r^2}{a}$. ב. (1) הוכחה. (2) $P_{ABCD} = \frac{8r^2}{a}$. ג. ל.	4. EG הוא מיתר במעגל שמרכזו M ורדיוסו r. דרך נקודות E ו- G העבירו משיקים למעגל. דרך מרכז המעגל, M, העבירו ישר המקביל למיתר EG וחותך את המשיקים בנקודות K ו- L. כמתואר בציור. דרך מרכז המעגל, M, העבירו אנך ל- KL אשר חותך את המיתר EG בנקודה T ואת המעגל בנקודות H ו- I, כמתואר בציור. נסמן: $TG = a$. א. (1) הוכח: $TG \cdot ML = MG^2$ (2) הבע את אורך הקטע KL באמצעות a ו- r. דרך הנקודות H ו- I העבירו משיקים למעגל כך שנוצר טרפז שווה שוקיים ABCD שחוסם את המעגל, כמתואר בציור. ב. (1) הוכח $BC = KL$ (2) הבע את היקף הטרפז ABCD באמצעות a ו- r. ג. האם היחס בין היקף הטרפז ABCD והיקף המעגל יכול להיות קטן מ- $\frac{4}{\pi}$? נמק. 	74. קיץ א', 2019 תשע"ט



שאלה 4 – גיאומטריה

	4.  AB הוא קוטר במעגל. CD ו- AF הם שני מיתרים במעגל המקבילים זה לזה. AB ו- CD נחתכים בנקודה K (ראה ציור). נתון כי $\widehat{CA} = \widehat{AF}$ (הקשתות המסומנות בציור). א. הוכח כי $\angle FAB = \angle CAB$. ב. הוכח כי $BK = BD$. ג. הוכח כי המרובע AFKC הוא מעוין. ד. נתון גם כי $BD \cdot AB = CD \cdot AC$. ה. הוכח כי $\triangle BDC \sim \triangle CAB$. ו. הוכח כי CD הוא קוטר במעגל. 	75. קיץ ב', 2019 תשע"ט
4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. $\frac{2}{3}$	4.  AD ו- CE הם חוצי זווית במשולש ABC, ונקודת החיתוך שלהם היא F. נתון: $\angle ABC = 60^\circ$. א. הוכח כי אפשר לחסום את המרובע BDFE במעגל. ב. נתון: FB הוא קוטר במעגל החוסם את המרובע BDFE. ג. הוכח שהמשולש ABC הוא משולש שווה צלעות. ד. המשך הקטע BF חותך את הצלע AC בנקודה G. ה. הוכח כי הקטע FG שווה באורכו לרדיוס המעגל החוסם את המרובע BDFE. ו. בנקודה F מעבירים משיק למעגל החוסם את המרובע BDFE. ז. המשיק חותך את הצלעות BA ו- BC בנקודות K ו- L בהתאמה. ח. מצא את היחס $\frac{KL}{AC}$. נמק את תשובתך.	76. חורף, 2020 תש"פ



שאלה 4 – גיאומטריה

4. א. (1) הוכחה. ב. $\sqrt{2}$. ג. הוכחה.	נתונים שני מעגלים, המשיקים זה לזה מבחוץ בנקודה T. דרך הנקודה T העבירו משיק המשותף לשני המעגלים. מן הנקודה M שעל המשיק העבירו שני ישרים החותכים את המעגלים בנקודות A, B, C, D, כמתואר בציור. א. הוכח: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$. ב. הוכח כי המרובע ABDC הוא בר חסימה במעגל. נתון: שטח המשולש MAC שווה לשטח המרובע ABDC. ב. מצא את היחס $\frac{BD}{AC}$. נתון: אלכסוני המרובע ABDC מאונכים זה לזה, AD הוא קוטר במעגל החוסם את המרובע ABDC. ג. הוכח כי המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.	77. קיץ א', 2020 תש"פ
---	--	------------------------------

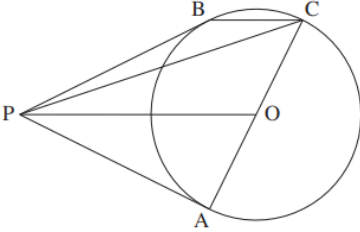
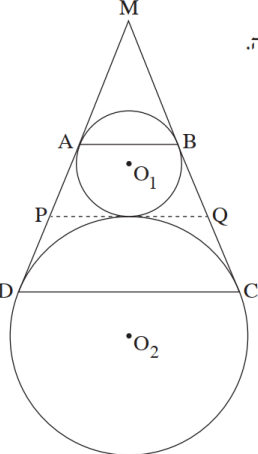


שאלה 4 – גיאומטריה

4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. 6.	4.  AB הוא מיתר במעגל שמרכזו O. הרדיוס OC מקביל למיתר AB, כמתואר בציור. BD הוא קוטר במעגל. הנקודה E היא מפגש הישרים AB ו-DC (ראה ציור). א. הוכח: $\angle AED = \angle CDO$. ב. הוכח כי CO חוצה את הזווית DCA. נתון: $\frac{EB}{BA} = 2$. ג. הוכח כי המשולש ABO הוא שווה צלעות. ד. נתון: שטח הטרפז COBE הוא 9. מצא את סכום שטחי המשולשים COD ו-ABO ($S_{\Delta COD} + S_{\Delta ABO}$).	78. קיץ ב', 2020 תש"פ
	4. הישר AD משיק למעגל בנקודה A. הנקודה B נמצאת על המעגל כך שהקטע BD עובר דרך מרכז המעגל, O, וחותר את המעגל בנקודה נוספת, E. הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש-BC AD. הישרים BD ו-AC חותכים זה את זה בנקודה M (ראה ציור). א. הוכח: AB = AC. נתון: AE חוצה את הזווית MAD. ב. הוכח: BM ⊥ AC. ג. הוכח כי אורך הקטע AE שווה לרדיוס המעגל. ד. הוכח כי ABCD הוא מעוין.	79. חורף פברואר, 2021 תשפ"א

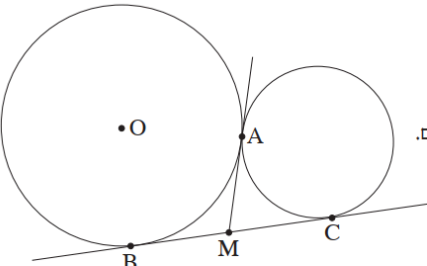
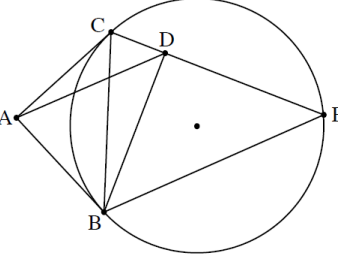


שאלה 4 – גיאומטריה

4. א. הוכחה ב. $\frac{1}{k}$ ג. $S \cdot \frac{2k+1}{k}$	80. חורף נבצרים, 2021 תשפ"א 4. הנקודות A ו-B נמצאות על מעגל שמרכזו O. המשיקים למעגל בנקודות A ו-B נפגשים בנקודה P. ההמשך של AO חותך את המעגל בנקודה C (ראה סרטוט). א. הוכח: $PO \parallel BC$. נסמן: $k = \frac{PO}{BC}$. ב. הבע באמצעות k את היחס בין שטח המשולש PBC ובין שטח המשולש OPC. ג. נסמן ב-S את שטח המשולש PAO. הבע באמצעות S ו-k את שטח המרובע PACB. 	
4. א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. $PQ = 12$	81. חורף מאוחר, 2021 תשפ"א 4. בציור שלפניך מתוארים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ. מרכזי המעגלים הם הנקודות O_1 ו-O_2, והרדיוסים שלהם הם R_1 ו-R_2 בהתאמה. מן הנקודה M, הנמצאת מחוץ לשני המעגלים, יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל O_1 בנקודות A ו-B, ולמעגל O_2 בנקודות C ו-D. המשיק בנקודה המשותפת לשני המעגלים חותך את הישרים MD ו-MC בנקודות P ו-Q בהתאמה. א. הוכח כי המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים. ב. הוכח כי PQ שווה לשוק הטרפז ABCD. ג. הוכח כי $\angle O_1 Q O_2 = 90^\circ$. נתון: $R_1 = 4$, $R_2 = 9$. ד. מצא את PQ. 	

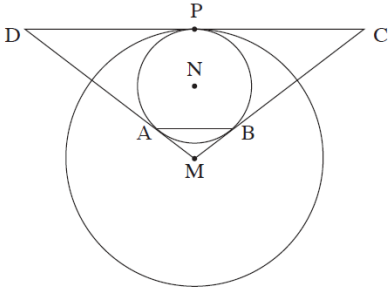
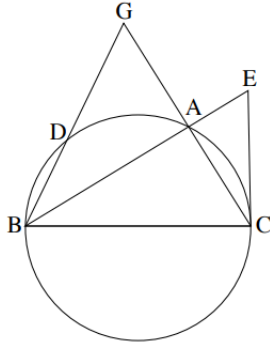
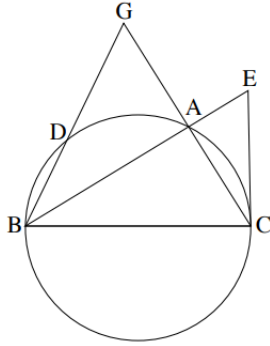
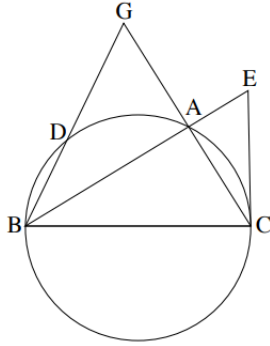


שאלה 4 – גיאומטריה

4. א. הוכחה ב. הוכחה ג. $\frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ ד. $\frac{25}{18}$	82. קיץ מועד א', 2021 תשפ"א 4. שני מעגלים משיקים זה לזה בנקודה A (ראה סרטוט). הנקודה O היא מרכז המעגל השמאלי. מעבירים בנקודה A משיק משותף לשני המעגלים. B ו- C הן נקודות ההשקה של ישר נוסף שמשיק לשני המעגלים. שני המשיקים נחתכים בנקודה M. א. הוכח כי הזווית $\angle BAC$ ישרה. ב. הוכח כי $4 \cdot AM^2 = AC^2 + AB^2$. נתון: $AB = 8$, $AC = 6$. ג. חשב את רדיוס המעגל שמרכזו הוא בנקודה O. ד. חשב את יחס השטחים $\frac{S_{\triangle OBM}}{S_{\triangle AMC}}$. 	83. קיץ מועד מיוחד, 2021 תשפ"א 4. מנקודה A יוצאים שני ישרים, המשיקים למעגל בנקודות B ו- C (ראה סרטוט). נתון כי $\angle CAB = 90^\circ$. BE ו- CE הם מיתרים במעגל. המעגל החוסם את המשולש ABC חותך את המיתר CE בנקודה D. א. הוכח כי $BD = DE$. ב. הוכח כי $\triangle ADB \sim \triangle CEB$. ג. הוכח כי $S_{\triangle CEB} = 2 \cdot S_{\triangle ADB}$. 
---	---	--

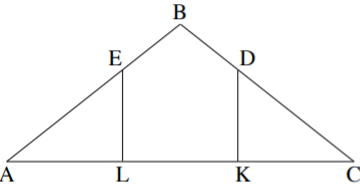


שאלה 4 – גיאומטריה

4. א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. (1) $R_1 = 14$, $R_2 = 6$ (2) $DC = 12\sqrt{7}$	84. קיץ מועד ב', תשפ"א 4. שני מעגלים משיקים זה לזה במבנים בנקודה P (ראה סרטוט). מרכזי המעגלים הם הנקודות M ו- N , והרדיוסים שלהם הם R_1 ו- R_2 בהתאמה, $R_2 < R_1$. מעבירים משיק משותף לשני המעגלים דרך הנקודה P . מן הנקודה M יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל שמרכזו N בנקודות A ו- B . ישרים אלה חותכים את המשיק המשותף לשני המעגלים בנקודות C ו- D , כמתואר בסרטוט. א. הוכח כי $AB \perp MN$. ב. הוכח כי $AB \parallel DC$. ג. הוכח כי $NB \cdot MC = MN \cdot \frac{DC}{2}$. נתון: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{3}$, $MN = 8$. ד. (1) מצא את R_1 ואת R_2 . (2) מצא את DC . 	85. חורף, תשפ"ב 4. משולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R (ראה סרטוט). הצלע BC היא קוטר במעגל. AG הוא המשך הצלע CA . הקטע GB חותך את המעגל בנקודה D . נתון: $GA = AC$. א. הוכח כי הישר AB חוצה את $\angle GBC$. ב. הוכח כי $\triangle GBC \sim \triangle GAD$. נתון כי $\frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15$. ג. הבע באמצעות R את אורך הצלע AC . דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך הקטע BA בנקודה E . ד. חשב פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC . 
4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $AC = \frac{1}{2}R$. ד. $\frac{16}{15}$.	85. חורף, תשפ"ב 4. משולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R (ראה סרטוט). הצלע BC היא קוטר במעגל. AG הוא המשך הצלע CA . הקטע GB חותך את המעגל בנקודה D . נתון: $GA = AC$. א. הוכח כי הישר AB חוצה את $\angle GBC$. ב. הוכח כי $\triangle GBC \sim \triangle GAD$. נתון כי $\frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15$. ג. הבע באמצעות R את אורך הצלע AC . דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך הקטע BA בנקודה E . ד. חשב פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC . 	85. חורף, תשפ"ב 4. משולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R (ראה סרטוט). הצלע BC היא קוטר במעגל. AG הוא המשך הצלע CA . הקטע GB חותך את המעגל בנקודה D . נתון: $GA = AC$. א. הוכח כי הישר AB חוצה את $\angle GBC$. ב. הוכח כי $\triangle GBC \sim \triangle GAD$. נתון כי $\frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15$. ג. הבע באמצעות R את אורך הצלע AC . דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך הקטע BA בנקודה E . ד. חשב פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC . 



שאלה 4 – גיאומטריה

86. חורף נבצרים, 2022 תשפ"ב	4. בציור שלפניך מתואר משולש שווה-שוקיים ABC, $BA = BC$. מנקודה D הנמצאת על השוק BC הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה K. מנקודה E הנמצאת על השוק BA הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה L. נתון: $AL = LK = KC$. א. חשב את $\frac{BD}{DC}$. ב. הקטעים DL ו- EK נפגשים בנקודה G. הוכח כי המרובע $BDGE$ הוא דלתון. נתון: $AC = 45$. היקף המרובע $EDKL$ הוא 54. ג. חשב את אורך הקטע BG. ד. האם קיימת נקודה F שנמצאת על המשך BG שעבורה המרובע $BDFE$ הוא בר-חסימה במעגל? נמק את תשובתך. 	4. א. $\frac{1}{2}$ ב. הוכחה ג. 12 ד. כן
------------------------------------	---	---



שאלה 4 – גיאומטריה

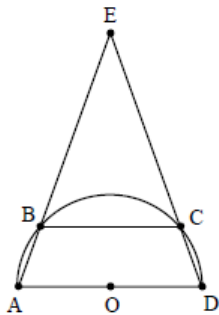
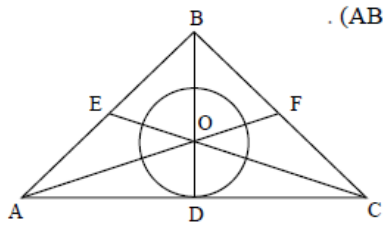
87. קיץ מועד א', 2022 תשפ"ב	4. נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O. מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים: הישר AB משיק למעגל בנקודה B, הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O וחותך את המעגל בנקודות C ו-D, והישר AG מאונך לישר AD (ראו סרטוט). הנקודות D, B ו-G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט. נסמן: $\angle ADB = \alpha$. א. הביעו את כל זוויות המשולש ABG באמצעות α. ב. הוכיחו: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$. נתון: $AG = 7$, $AC = \frac{1}{2}DC$. ג. חשבו את R. נסמן ב-S את שטח המשולש BDC. ד. (1) הוכיחו: $\triangle ADG \sim \triangle BDC$. (2) הביעו את שטח המשולש ADG באמצעות S.		4. א. $\angle AGB = 90^\circ - \alpha$, $\angle ABG = 90^\circ - \alpha$, $\angle BAG = 2\alpha$. ב. הוכחה. ג. $R = \frac{7}{\sqrt{3}}$. ד. (1) הוכחה. (2) $S_{\triangle ADG} = 3S$.
88. קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב	4. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD. הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F. המרובע EABF הוא בר חסימה במעגל. א. הוכיחו: $\triangle DAB \sim \triangle BFC$. נתון: $DE = EA$. ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$. נסמן את שטח המשולש DEF ב-S. ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו-BFC באמצעות S. ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC. נסמן: $DE = a$. ה. (1) הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a. (2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a.		4. א. הוכחה. ב. $\frac{1}{2}$. ג. $S_{BFC} = 4S$, $S_{DFC} = 2S$. ד. $\sqrt{\frac{3}{2}}$. ה. (1) $\sqrt{6}a$. (2) $\sqrt{3}a$.



שאלה 4 – גיאומטריה

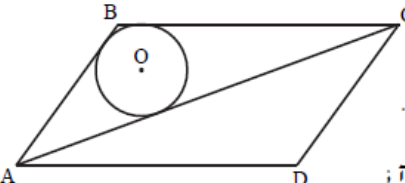


שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

מועד הבגרות	השאלה	התשובה- יואל גבע
89.	נתון טרפז $ABCD$ ($BC \parallel AD$) החסום בחצי מעגל שמרכזו O ורדיוסו R. כך ש- AD הוא קוטר של חצי המעגל. המשכי השוקיים AB ו- DC נפגשים מחוץ למעגל בנקודה E (ראה ציור). נתון: $\angle EAD = \alpha$. א. הבע באמצעות R ו- α את אורך הקטע BC. ב. מהו התחום של כל הערכים האפשריים עבור הזווית α? נמק. ג. נתון כי שטח המשולש AED גדול פי 9 משטח משולש COD. מהו היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AED לבין R? 	5. נ. $BC = -2R \cos 2\alpha$. ב. $45^\circ < \alpha < 90^\circ$. ג. 1.59.
90.	ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = BC$). BD ו- CE, AF הנחתכים בנקודה O (ראה ציור). נ. הוכח: $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COD}$. מעגל שמרכזו O משיק לצלע AC בנקודה D. נתון כי שטח העיגול שווה לשטח המשולש AOC. ב. חשב את גודל הזווית $\angle ACE$. ג. הבע את אורך הקטע OE באמצעות רדיוס המעגל. 	5. ב. $\angle ACE = 17.66^\circ$. ג. $OE = \frac{R\sqrt{1+\pi^2}}{2} = 1.648R$.



שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

5. א. $AD = BC = b - a$. ב. $b = 12$. ג. $R = 6.11$ (1) . ד. $r = 2\sqrt{3}$ (3)	5.   .5 ABCD הוא טרפז חסום במעגל $(AB \parallel DC)$. נתון: $AB = a$, $CD = b$, $(a < b)$. $\angle C = 60^\circ$. א. הבע את שוקי הטרפז, BC ו-AD, באמצעות a ו-b . נתון: $a = 4$, אורך האלכסון BD הוא $4\sqrt{7}$. ב. חשב את b . ג. (1) R הוא רדיוס המעגל החוסם את הטרפז. מצא את R . (2) הסבר מדוע אפשר לחסום מעגל בטרפז ABCD . (3) r הוא רדיוס המעגל החסום בטרפז. מצא את r .	91. קיץ ב', 2017 תשע"ז
5. א. 125.67° , 54.33° . ב. $AC = 27.08$. ג. $S_{ABCD} = 171.73$.	5.   .5 נתונה מקבילית ABCD . AC הוא האלכסון הארוך, כמתואר בציור. במשולש ABC חסום מעגל שמרכזו O . נתון: הנקודה O נמצאת במרחקים 6 ו-3 מן הישרים AD ו-AC בהתאמה; $OA = 10$. א. חשב את גודלי זוויות המקבילית. ב. חשב את אורך האלכסון AC . ג. חשב את שטח המקבילית. 	92. חורף, 2018 תשע"ח



שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

93.	קיצ'א', 2018 תשע"ח 5.   ABC הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$). M היא נקודה על היתר כל ש- $AM:MC = \sqrt{3}:4$. נתון: $BM = 8$, $\angle ABM = 30^\circ$. א. (1) סמן: $MC = 4x$ וחשב את זוויות המשולש ABC. (2) חשב את הרדיוסים של המעגלים החוסמים את המשולשים ABM ו-CMB. ב. נסמן את מרכזי המעגלים החוסמים את המשולשים ABM ו-CBM ב- O_1 ו- O_2 בהתאמה. (1) הסבר מדוע המרובע BO_1MO_2 הוא דלתון. (2) חשב את אורך הקטע O_1O_2.	5. א. $\angle A = 53.13^\circ, 36.87^\circ, 90^\circ$ (1), $R_{\triangle ABM} = 5$ (2), $R_{\triangle CBM} = 6\frac{2}{3}$. ב. (1) $BO_1 = MO_1 = 5$, $BO_2 = MO_2 = 6\frac{2}{3}$ (2), $8\frac{1}{3}$.
94.	קיצ'ב', 2018 תשע"ח 5.   ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$). BD הוא חוצה זווית במשולש ABC. המשך הקטע BD חותך את המעגל החוסם את המשולש ABC בנקודה E. גודל הזווית ABC הוא 2β. א. הבע באמצעות β את $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$, היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש ADE. אין צורך לפשט את הביטוי שקיבלת. נתון: BE שווה באורכו לרדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC. ב. חשב את היחס $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$. נסמן ב- a את אורך השוק AB. ג. הבע באמצעות a את רדיוס המעגל החוסם על ידי המשולש ABC. בתשובותיך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.	5. א. $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\sin 2\beta \sin 4\beta \sin 3\beta}{\sin^3 \beta}$ (1), $r = 0.165a$ (2), 20.99. ב. 20.99.

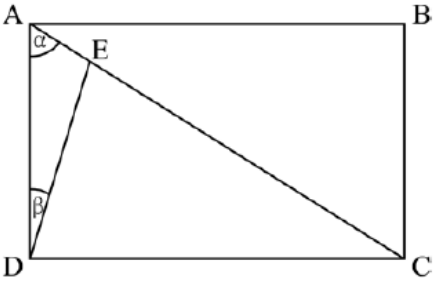


שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

5. א. α. (1) $\beta + \frac{\alpha}{2}$ (2) $2R \sin(\beta + \frac{\alpha}{2})$ ב. $\frac{R \sin(\beta + \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}}$ ג. הוכחה. ד. 53.13°	95. 5.  .5 ABC הוא משולש החסום במעגל שרדיוסו R. הנקודות D ו- E נמצאות על הצלעות AB ו- AC בהתאמה, והנקודה F נמצאת על הקשת BC כך שהמרובע ADFE הוא מעוין (ראה ציור). נתון: $\angle ABC = \beta$, $\angle BAC = \alpha$. א. הבע באמצעות α ו- β את $\angle ABF$. ב. הבע באמצעות R, α ו- β את אורך האלכסון AF. ג. הבע באמצעות R, α ו- β את אורך צלע המעוין. נתון כי AF הוא קוטר במעגל. ג. הראה כי שטח המעוין הוא $2R^2 \tan \frac{\alpha}{2}$. נתון כי רדיוס המעגל החסום במעוין ADFE הוא $\frac{3}{5}R$. ד. חשב את β.	חורף, 2019 תשע"ט
5. א. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ב. (1) הוכחה. (2) $\angle ACF = 14.478^\circ$ ג. $S_{ACF} = 0.267a^2$	96. 5.  .5 ABCD הוא מעוין שאורך צלעו הוא a. נתון: $\angle BAD = 60^\circ$. במשולש ABD חסום מעגל שמרכזו M. מן הקודקוד C העבירו משיק למעגל שהמשכו חותך את הצלע AB בנקודה F והוא משיק למעגל בנקודה K (ראה ציור). א. הבע באמצעות a את רדיוס המעגל. ב. (1) הסבר מדוע הנקודה M נמצאת על אלכסון המעוין AC. (2) חשב את גודל הזווית ACF. ג. הבע באמצעות a את שטח המשולש ACF.	קיץ א', 2019 תשע"ט

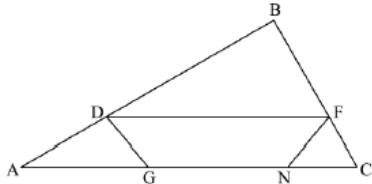
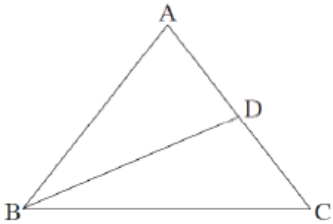


שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

5. א. $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$ ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) $BE^2 = R_1^2(4 - \sqrt{3})$.	5. נתון מלבן ABCD. הנקודה E נמצאת על האלכסון AC (ראה ציור). נתון כי $\angle DAC = \alpha$, $\angle ADE = \beta$. R_1 הוא רדיוס המעגל החוסם את המלבן ABCD. R_2 הוא רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADE. א. הבע את היחס $\frac{R_1}{R_2}$ באמצעות α ו-β. ב. הראה כי כאשר $\alpha = \beta$ מתקיים $\frac{R_1}{R_2} < 2$. ג. נתון כי $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 15^\circ$. (1) הראה כי $\triangle DEC$ הוא משולש שווה שוקיים. (2) הבע את BE^2 באמצעות R_1. 	97. קיץ ב', 2019 תשע"ט
---	--	-----------------------------------



שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

5. א. (1) הוכחה. (2) $\alpha = 28.995^\circ$ ב. $DF = 16.51$ ג. $\frac{4}{7}$	5. במשולש ABC הנקודות D ו-F נמצאות על הצלעות BA ו-BC בהתאמה כך ש- $DF \parallel AC$. הנקודות G ו-N נמצאות על הצלע AC כך שהמרובע DFNG הוא טרפז שווה שוקיים, כמתואר בציור. נסמן: $\angle BAC = \alpha$, $\angle FNC = \beta$. נתון: $AD = 7$, $FC = 4$, $\angle FCN = 2\alpha$. א. (1) הראה כי: $\frac{FN}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin \beta}$. (2) חשב את α. נתון: שטח המשולש BDF הוא 56. ב. מצא את אורך הקטע DF. ג. מהו היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש FCN ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש DAG? נמק. 	98. חורף, 2020 תש"פ
5. א. $\sqrt{1.5} \cdot a = 1.2247a$ ב. $23.28^\circ, 23.28^\circ, 133.44^\circ$ ג. $62.74 = \frac{81\sqrt{15}}{5}$	5. ABC הוא משולש שווה שוקיים שבו $AB = AC = a$ (ראה ציור). BD הוא תיכון במשולש ABC. נתון: $BD = a$. הנקודה M היא מפגש התיכונים במשולש ABC. א. הבע את BC באמצעות a. ב. חשב את זוויות המשולש BMC. ג. נתון: $AM = 6$. חשב את שטח המשולש ABC. 	99. קיץ א', 2020 תש"פ



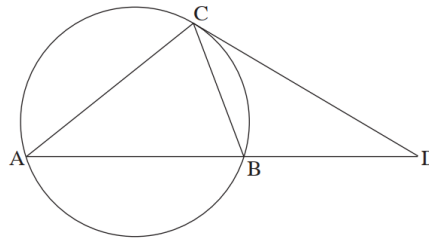
שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

5. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\alpha = 100.844^\circ$, $BC = 73.376$	5.   ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$) ששניים מקודקודיו, A ו-B, נמצאים על מעגל שרדיוסו r, כמתואר בציור. המעגל חותך את הצלעות AC ו-BC בנקודות E ו-K בהתאמה. נסמן: $\angle BAK = \alpha$, $\angle KAC = \beta$. א. הראה כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AKC שווה ל-r. (2) הוכח: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BK}{KC}$. ידוע: $\angle ABK > \beta$, נתון: $\alpha + \beta = 120^\circ$. ב. הראה כי α היא זווית קהה. נתון: $AK = 28$, $BK = 55$. ג. חשב את α ואת אורך הקטע BC.	100. קיץ ב', 2020 תש"פ
5. א. (1) $\angle BAC = 120^\circ$ (2) $\angle ABC = 38.21^\circ$, $\angle ACB = 21.79^\circ$ ב. $a = 3.21$	5. ABC הוא משולש קהה זווית ($\angle BAC > 90^\circ$). נתון: $AB + AC = 4a$ (a הוא פרמטר), $AB : AC = 3 : 5$. שטח המשולש ABC הוא $\frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$. א. (1) חשב את גודל הזווית BAC. (2) חשב את גודלי הזוויות ABC ו-ACB. במעגל החוסם את המשולש ABC אפשר לחסום מחומש משוכלל ששטחו הוא 100. ב. חשב את a.	101. חורף פברואר, 2021 תשפ"א

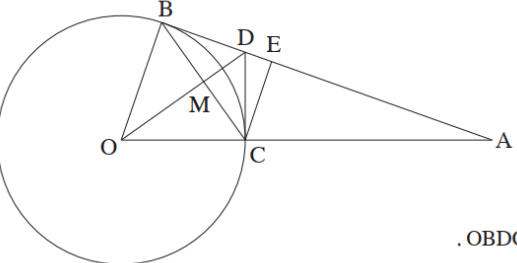
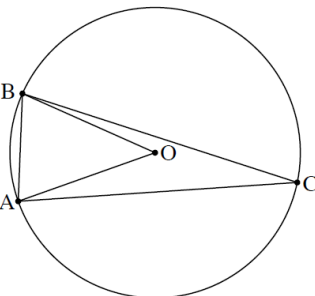


שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

102.	חורף נבצרים, 2021 תשפ"א	5. ABCD הוא טרפז חסום במעגל ($AB \parallel DC$). נתון: $AB = a$, $CD = b$ ($a < b$). $\angle BCD = 60^\circ$. א. הבע את האורך של שוקי הטרפז, BC ו-AD, באמצעות a ו-b. נתון: $a = 6$, אורך האלכסון BD הוא $6\sqrt{7}$. ב. חשב את b. ג. (1) R הוא רדיוס המעגל החוסם את הטרפז. מצא את R. (2) הסבר מדוע אפשר לחסום מעגל בטרפז ABCD. (3) r הוא רדיוס המעגל החסום בטרפז. מצא את r.	5. א. $b - a$. ב. $b = 18$. ג. (1) $R = 9.165$ $R = 2\sqrt{21}$ $AB + CD = AD + BC = 24$ (2) $r = 3\sqrt{3}$ (3)
103.	חורף מאוחר, 2021 תשפ"א	5. בציור שלפניך מתואר משולש חד-זוויות ABC החסום במעגל שהרדיוס שלו הוא R. המשיק למעגל בנקודה C חותך את המשיך הקטע AB בנקודה D. נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACD הוא 2R. נסמן: $\angle BAC = \alpha$. א. הבע את BD באמצעות R ו-α. נתון: $\frac{CD}{BD} = \frac{3}{2}$. ב. מצא את α. נתון: שטח המשולש CBD הוא 27. ג. מצא את R.	5. א. $2R \sin \alpha \sqrt{5 - 4 \cos \alpha}$ ב. $\alpha = 36.34^\circ$ ג. 5.696

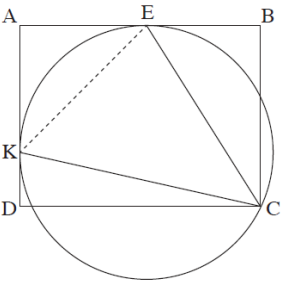
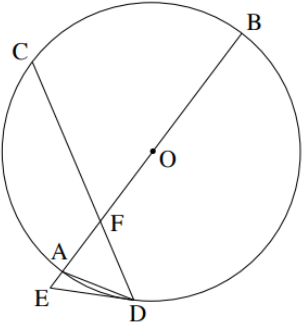


שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

5. א. הוכחה (1) הוכחה (2) ב. $d_3 = \frac{R}{\cos \alpha \cdot \cos 2\alpha}$, $d_2 = R \tan \alpha$, $d_1 = \frac{R}{\cos \alpha}$ ג. $\alpha = 30^\circ$	5. DB ו-DC משיקים למעגל שמרכזו O, כמתואר בסרטוט. רדיוס המעגל: R. המשך BD חותך את המשך OC בנקודה A. הקטע OD והמיתר BC נחתכים בנקודה M. הקטע CE מאונך ל-AB. נסמן: $\angle ABC = \alpha$. א. הסבר מדוע אפשר לחסום במעגל: (1) את המרובע OBDC. (2) את המרובע MDEC. נסמן: d_1 הוא קוטר המעגל החוסם את המרובע OBDC. d_2 הוא קוטר המעגל החוסם את המרובע MDEC. d_3 הוא קוטר המעגל החוסם את המשולש AOD. ב. הבע באמצעות α ו-R את d_1, את d_2 ואת d_3. ג. מצא את הערך של α שבעבורו מתקיים: $\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_1}{d_3}$. 	104. קיץ מועד א', תשפ"א 2021
5. א. הוכחה ב. $0.72R^2$ ג. 3.96	5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R. נתון כי $\angle BAC = 80^\circ$. נסמן את הזווית AOB ב-α, ואת הצלע AB ב-k. א. הוכח כי $\cos \alpha = 1 - \frac{k^2}{2R^2}$. נתון כי $k = \frac{3}{4}R$. ב. הבע באמצעות R (בלבד) את שטח המשולש ABC. נסמן ב-r את רדיוס המעגל החסום במשולש AOB. ג. חשב את היחס $\frac{R}{r}$. בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית. 	105. קיץ מועד מיוחד, תשפ"א 2021

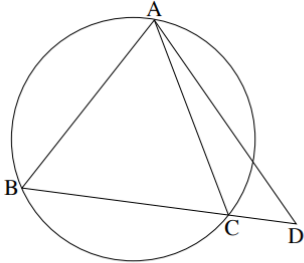
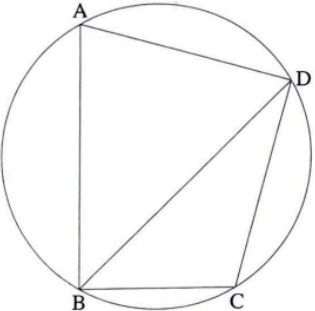


שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

5. א. הוכחה ב. (1) $\angle KCE = 45^\circ$, $\angle CEK = 90^\circ - \alpha$, $\angle CKE = 45^\circ + \alpha$ (2) $KE = \sqrt{2}R$, $CK = 2R \cos \alpha$, $CE = 2R \sin(45^\circ + \alpha)$ ג. $\frac{EB}{AE} = 2 \sin(45^\circ + \alpha) \cdot \sin(45^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ + 2\alpha) = \cos 2\alpha$ ד. 22.5°	5. המרובע ABCD הוא מלבן ששתיים מצלעותיו, AB ו-AD, משיקות למעגל שרדיוסו R בנקודות E ו- K בהתאמה (ראה סרטוט). הנקודה C נמצאת על המעגל. א. הוכח: $\angle KCE = 45^\circ$. נתון: $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, $\angle KCD = \alpha$. ב. (1) הבע באמצעות α את הזווית של המשולש KCE. (2) הבע באמצעות R ו- α את האורכים של צלעות המשולש KCE. ג. הבע באמצעות α את היחס $\frac{EB}{AE}$. נתון: $\frac{EB}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. ד. חשב את α. 	106. קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א
5. א. הוכחה. ב. 3α ג. $\frac{R^2 \sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha}{\cos 2\alpha}$ ד. (1) $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha}$ (2) 15°	5. AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ומרכזו O. המיתר CD חותך את הקוטר AB בנקודה F. המשיק למעגל בנקודה D חותך את המשך הקוטר AB בנקודה E (ראה סרטוט). נסמן: $\angle ADE = \alpha$. א. הראה כי $\angle BAD = 90^\circ - \alpha$. נתון כי $ED = FD$. ב. הבע באמצעות α את גודל $\angle CDA$. ג. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש AFD. ד. (1) הבע באמצעות α את יחס השטחים $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}$. (2) נתון כי $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = 1 + \sqrt{3}$. מצא את α. 	107. חורף, 2022 תשפ"ב

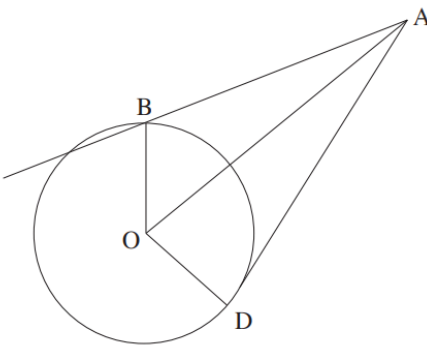


שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

108.	חורף ובצרים, 2022 תשפ"ב 5. בציר שלפניו מתואר משולש שווה-שוקיים ABC, $AB = AC$, שחסום במעגל שרדיוסו R. האריכו את הבסיס BC עד לנקודה D והעבירו ישר מנקודה D לנקודה A. נתון: $\angle CAD = \alpha$, $\angle BAC = 2\alpha$. א. הוכח כי רדיוס המעגל החוסם את משולש ABD שווה לרדיוס המעגל החוסם את משולש ACD. ב. הבע את שטח משולש ACD באמצעות R ו-α. נסמן ב-m את היחס בין שטח המשולש ACD לבין שטח המשולש ABC. ג. (1) האם ייתכן כי $m = 0.5$? נמק את תשובתך. (2) נתון כי $m = 0.6$. מצא את גודלי זוויות המשולש ABC.		5. א. הוכחה. ב. $R^2 \cos^2 \alpha \tan 2\alpha$ ג. (1) לא יתכן. (2) $33.56^\circ, 73.22^\circ$
109.	5. מרובע $ABCD$ חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטוט). נסמן: $\angle DAB = \alpha$, α היא זווית חדה. א. הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות R ו-α. נתון: $BC = R$, $CD = R\sqrt{2}$. ב. חשבו את α. נתון: BD הוא חוצה זווית ABC. ג. חשבו את גודל הזווית ABD. נסמן ב-h_1 את הגובה שיורד מקודקוד A במשולש ABD, וב-h_2 את הגובה שיורד מקודקוד O במשולש BOD. ד. חשבו את $\frac{h_1}{h_2}$.		5. א. $BD = 2R \sin \alpha$ ב. $\alpha = 75^\circ$ ג. $\angle ABD = 45^\circ$ ד. $\frac{h_1}{h_2} = 3 + \sqrt{3} = 4.732$

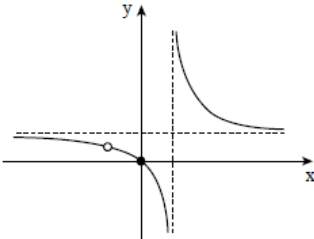


שאלה 5 – טריגונומטריה במישור

5. א. $AO = \frac{R}{\cos \alpha}$ (1) ב. הוכחה. ג. $\beta = 39.12^\circ$, $\alpha = 60.67^\circ$. 2. $AB = R \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}}$ (2)	5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R. מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה D וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט. נסמן: $\angle AOB = \beta$, $\angle AOD = \alpha$. א. הביעו באמצעות α, β ו-R, אם יש צורך, את: (1) אורך הקטע AO. (2) אורך הקטע AB. נתון: $AB = \sqrt{2} R$. ב. הוכיחו כי $\cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$. משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r. נתון: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. ג. מצאו את גודלי הזוויות α ו-β. 	110. קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב
--	--	--

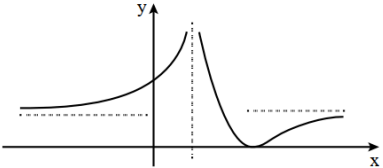


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

מועד הבגרות	השאלה	התשובה- יואל גבע
111.	6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2 + 4x}{x^2 + 3x + b}$. a ו-b הם פרמטרים. נתון: $x=1, y=1$ הן אסימפטוטות של הפונקציה. א. מצא את a ואת b. ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה. (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה). (3) האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים (מלבד $x=1$ ו-$y=1$)? הסבר. (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה). ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה. ד. עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) = -f(x)$. נמק. ה. נגדיר $g(x) = f^2(x) - f'(x)$. הראה כי השטח המוגבל על ידי ציר ה-x, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר $x=0.5$ הוא $\frac{1}{3}$. נמק את תשובתך.	6. נ. $a=1, b=-4$. ב. (1) $x \neq -4, x \neq 1$. (2) $(0;0)$. (3) אין. יש "חור" ב-$(-\frac{4}{3}; -4)$. (4) ירידה: $1 < x$ או $-4 < x < 1$ או $x < -4$ עלייה: אין. ג.  ד. $0 \leq x < 1$.
קיץ א', 2017 תשע"ז	אין	



שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

א. (1) $x \neq 2$ ב. (2) $y = a$, $x = 2$ ג. (3) $(3; a-1)$ מינימום. ד. (4) עלייה: $x > 3$ או $x < 2$; ירידה: $2 < x < 3$. ה. $a = 1$ ו. ג.  ז. ד. $k = -1$ או $k = 1$.	6. נתונה הפונקציה $f(x) = a - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$. a הוא פרמטר. ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ב. (2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות המאונכות לצירים. ג. (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן. ד. (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. ה. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה-x. ו. ב. מצא את a. ז. הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד. ח. ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ט. ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + k$. י. ידוע שגרף הפונקציה $g(x)$ משיק לאסימפטוטה האופקית של גרף הפונקציה $f(x)$. יא. מצא את k (מצא את שתי האפשרויות). נמק את תשובתך.	112. קיץ ב', 2017 תשע"ז
---	---	---



שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

חורף, 2018
תשע"ח

113.

7.▶



נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2 - a}$, $a \neq 4$, $a \neq 0$. a הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע באמצעות a במידת הצורך.
הבחן בין $a > 0$ ובין $a < 0$ במידת הצורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המקבילה לציר ה- x .

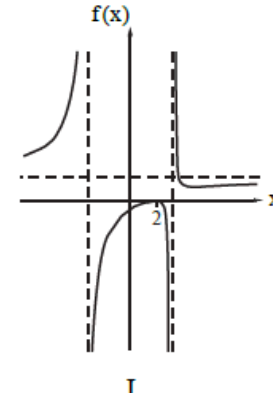
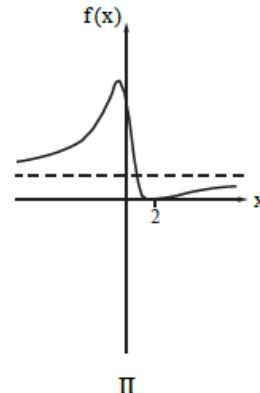
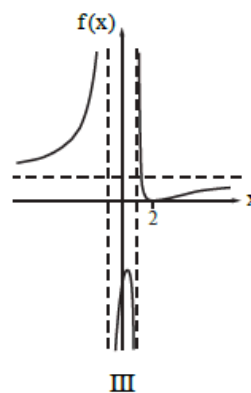
(4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x (אם יש כאלה).

ענה על סעיף ב. הבע באמצעות a במידת הצורך.
הבחן בין $a > 4$ ובין $a < 4$ במידת הצורך.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. לפניך שלושה גרפים אפשריים של הפונקציה $f(x)$, כל אחד עבור ערך אחר של a .

כתוב מהו תחום הערכים של a המתאים לכל אחד מן הגרפים I–III. נמק את תשובתך.



7. א. (1) עבור $a < 0$: כל x .

עבור $a > 0$: $x \neq \sqrt{a}$, $x \neq -\sqrt{a}$.

(2) $(2, 0)$, $(0, -\frac{4}{a})$. (3) $y = 1$.

(4) עבור $a < 0$: אין.

עבור $a > 0$: $x = \sqrt{a}$, $x = -\sqrt{a}$.

ב. עבור $a > 4$: $(2, 0)$ מקסימום, $(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a})$ מינימום.

עבור $a < 4$: $(2, 0)$ מינימום, $(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a})$ מקסימום.

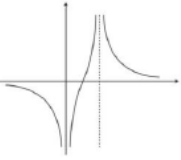
ג. I: $a > 4$.

II: $a < 0$.

III: $0 < a < 4$.

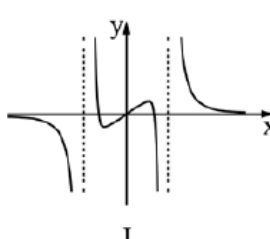
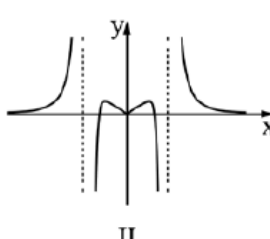
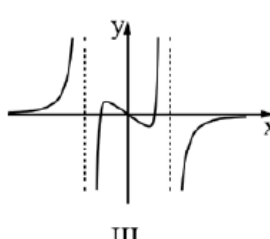
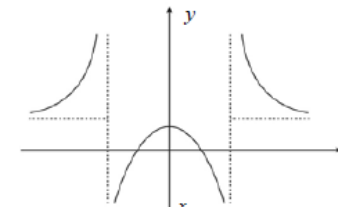


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

	איין	קיץ א', 2018 תשע"ח	
	איין	קיץ ב', 2018 תשע"ח	
6. א. (1) $g(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{3}{(x-4)^2}$ (2) $x \neq 0, x \neq 4$. (3) ירידה: $x < 0, 4 < x$. עליה: $0 < x < 4$. (4) ב.  ג. $-2t$.	6. נתון: הפונקציה $g''(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$ היא פונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה $g(x)$. הפונקציות $g''(x), g'(x), g(x)$ מוגדרות באותו התחום. נתון כי משוואת המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודת הפיתול שלה היא $y = \frac{3}{2}x - 3$. א. (1) מצא את הפונקציה $g(x)$. (2) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? (3) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $g(x)$. (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. נגדיר: $h(x) = g(x)$. ב. באותה מערכת צירים שבה סרטטת סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, הוסף בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$. ג. נתון כי $\int_a^2 g(x) dx = t$, $0 < a < 2$, t הוא פרמטר. הבע באמצעות t את $\int_a^2 (h(x) - g(x)) dx$.	114. חורף, 2019 תשע"ט	



שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

	קיץ א', 2019 תשע"ט	אין	
115.	קיץ ב', 2019 תשע"ט	8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + bx - c}{x^2 - 4}$. c ו-b הם פרמטרים. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית. ב. מצא את b. נתון: לגרף הפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר ה-x בין שתי האסימפטוטות האנכיות שלה. ג. מצא את תחום הערכים של c. ד. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (הבע באמצעות c אם צריך). (2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרות הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$. לפניך גרפים I–III. (1) איזה מן הגרפים, I–III, הוא גרף הפונקציה $g(x)$? נמק. (2) הבע באמצעות c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה-x.   	8. א. $x \neq -2, x \neq 2$. ב. $b = 0$. ג. $0 < c < 4$. ד. $\max(0, \frac{c}{4})$. (2) $y = 1$.  ה. (1) III. (2) $s = \frac{c^2}{16}$.

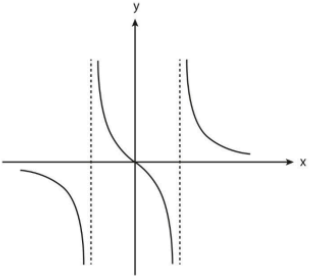
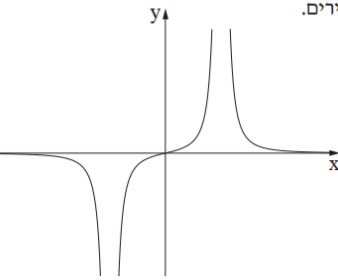


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

	אין	חורף, 2020 תש"פ	
	אין	קיץ א', 2020 תש"פ	
	אין	קיץ ב', 2020 תש"פ	
	אין	חורף פברואר, 2021 תשפ"א	
	אין	חורף נבצרים, 2021 תשפ"א	
	אין	חורף מאוחר, 2021 תשפ"א	

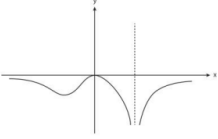
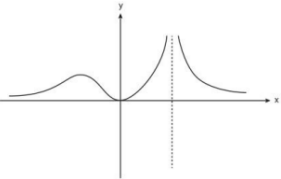


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

6. א. (1) $f(x) : x \neq \pm\sqrt{2}$ (2) $g(x) : x \neq \pm\sqrt{2}$ (3) $f(x) : y=0, x=\sqrt{2}, x=-\sqrt{2}$ (4) $g(x) : y=0, x=\sqrt{2}, x=-\sqrt{2}$ הוכחה : $f(x)$ הוכחה : $g(x)$ הוכחה : $f(x)$ הוכחה : $g(x)$ ב. (1) $f(x)$ (2) $g(x)$  ג. עליה : $x < -\sqrt{2}$ או $-\sqrt{2} < x < 0$, ירידה : $0 < x < \sqrt{2}$ או $\sqrt{2} < x$ ד. (1) 0 (2) $\frac{1}{2}$ ה. לא זוגית ולא אי זוגית	6. נתונות הפונקציות : $f(x) = \frac{x}{(x^2-2)^2}$, $g(x) = \frac{x}{(x^2-2)^3}$ א. ענה על תת-סעיפים (1)-(4) בעבור כל אחת משתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה. (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים. (3) הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון. (4) הוכח כי הפונקציה אי-זוגית. ב. (1) הגרף שלפניך מתאר את אחת הפונקציות $f(x)$, $g(x)$. קבע איזו מן הפונקציות הגרף מתאר. נמק את קביעתך. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה האחרת. נתונה פונקציה $h(x)$ שמקיימת : $h'(x) = f(x)$. $f(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו תחום. ג. מה הם תחומי העלייה והירידה של $h(x)$? ד. חשב את : (1) $\int_{-1}^1 f(x) dx$. נמק את תשובתך. (2) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x והישרים $x = 1$, $x = -1$. נתונה הפונקציה $k(x) = f(x) + b$. $b \neq 0$ הוא פרמטר. ה. האם הפונקציה $k(x)$ זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? נמק את תשובתך. 	116. קיץ מועד א', 2021 תשפ"א
	אין	קיץ מועד מיוחד, 2021 תשפ"א
	אין	קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א

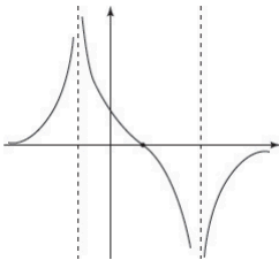


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

6. א. $x \neq \sqrt[3]{m}$ (1) ב. $y = 0, x = \sqrt[3]{m}$ (2) ג. $\max(-1, \frac{1}{9}), \min(0, 0)$ ד. $m = 2$ ה. (1)  (2) $k = -18$ 	6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{(x^3 - m)^2}$, m הוא פרמטר חיובי. א. הבע את תשובותיך באמצעות m, אם יש צורך. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = (-1)$. ב. מצא את הערך של m. הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של m שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ה. ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ה. נתונה הפונקציה $g(x) = k \cdot f(x)$, k הוא פרמטר שלילי. (1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$. (2) דרך נקודת הקיצון השמאלית של $g(x)$ מעבירים אנך לציר ה-x. נתון כי השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה-x הוא 1 (השטח שמימין לאנך). מצא את הערך של k.	117. חורף, 2022 תשפ"ב
--	--	-------------------------------------

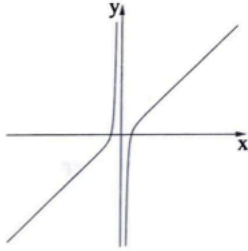
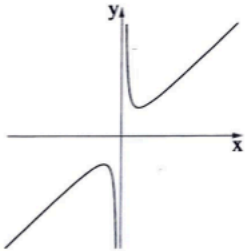
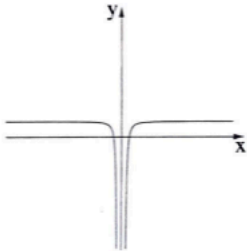


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

118. חורף נבצרים, 2022 תשפ"ב	6. נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $x < b$, $b < x < c$, $c < x$ וגזירה בכל תחום הגדרתה. בסרטוט שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד ושלוש אסימפטוטות המאונכות לצירים: $x = c$, $x = b$, $y = 0$. שיעור ה-x של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ הוא a. a, b, c הם פרמטרים. א. הבע את תשובותיך באמצעות a, b, c, אם יש צורך. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ($\cup$) ואת תחומי הקעירות כלפי מטה ($\cap$) של הפונקציה $f(x)$. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(a, 0)$. ב. סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$. נתון גם כי $f(x) = \frac{18 - 36x}{(x^2 - x - 6)^2}$. ג. מצא את a, b, c. ד. (1) הראה כי בתחום $b < x < c$ מתקיים: $f'(x) \cdot (f(x))^2 \leq 0$. (2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x) \cdot (f(x))^2$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x = 0$ ו-$x = 2a$.	6. א. (1) עליה: $x < b$ או $x > c$ ירידה: $b < x < c$ (2) $x < b$ או $b < x < a$ $c < x$ או $a < x < c$ ב.  ג. $a = \frac{1}{2}, b = -2, c = 3$ ד. (1) הוכחה. (2) $\frac{1}{12}$
---	--	--



שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה רציונאלית

6. א. (1) $x \neq 0$. (2) הפונקציה אי זוגית. (3) תחומי העלייה: $1 < x$ או $x < -1$, תחומי ירידה: $0 < x < 1$ או $-1 < x < 0$. ב. $f(x) - g(x)$ גרף II, $f'(x) - g'(x)$ גרף III, I. ג. $(-1, 0)$, $(1, 0)$. ד. $S = 20.25$. ה. 0. ו. $\min(1, 0)$.	6. נתונה הפונקצייה $f(x) = 3x + \frac{3}{x}$. א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$. (2) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכיחו את התשובה. (3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$. נתונות שתי פונקציות: $f'(x)$ ו-$g(x)$. $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$, ו-$g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$. הפונקציות $f'(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$. ב. כל אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את אחת הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו-$g(x)$. לכל אחת מן הפונקציות כתבו איזה גרף מתאר אותה. נמקו את התשובה.  גרף I  גרף II  גרף III ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה-x. ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{2}$ ו-$x = 2$. ה. נתון: $1 < a$ הוא פרמטר. חשבו את $\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx$. נתונה הפונקצייה $h(x) = \int_1^x f'(t) dt$. נתון כי הפונקצייה $h(x)$ מוגדרת בתחום $1 \leq x$. ו. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה.	119. קיץ מועד א', 2022 תשפ"ב
	אין	קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב

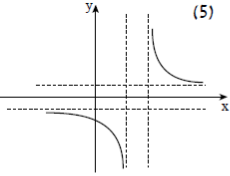
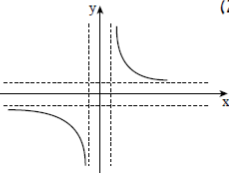


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

מועד הבגרות	השאלה	התשובה- יואל גבע
120.	חורף, 2017 תשע"ז 7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, a הוא פרמטר. ענה על הסעיפים א-ו עבור $a > 0$. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה. ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים. ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה). ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ה. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של גרף הנגזרת $f'(x)$. (2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$. ו. מצא את ערך הביטוי: $\int_{2a}^{3a} f(x) dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x) dx$. ענה על סעיף ז עבור $a = 0$. ז. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.	7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, a הוא פרמטר. ענה על הסעיפים א-ו עבור $a > 0$. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה. ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים. ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה). ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ה. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של גרף הנגזרת $f'(x)$. (2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$. ו. מצא את ערך הביטוי: $\int_{2a}^{3a} f(x) dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x) dx$. ענה על סעיף ז עבור $a = 0$. ז. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

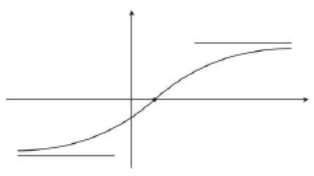


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

6. נ. (1) $x > 6$ או $x < 4$. (2) $(0; -1.02)$. (3) $x = 4, x = 6, y = 1, y = -1$. (4) ירידה: $x < 4$ או $x > 6$. עלייה: אף x. ב. (2)  	6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה). (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים. (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x+5)$. ב. (1) הוכח ש- $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. ג. הסבר מדוע לכל $1 < a < b$ מתקיים השוויון: $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$.	121. קיצ' א', 2017 תשע"ז	
	אין	קיצ' ב', 2017 תשע"ז	
	אין	חורף, 2018 תשע"ח	

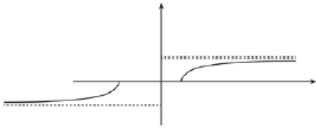


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

6. א. הוכחה. ב. (1) $(\frac{1}{a}, 0)$. (2) $y = \sqrt{a}$, $y = -\sqrt{a}$. (3) עולה לכל x . (4)  ג. 2. ד. $g(x) = -f(x)$, $g(x) = 3f(x)$.	6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$, a הוא פרמטר. נתון: הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x . א. הוכח: $a > 1$. ענה על סעיף ב. אם יש צורך, הבע באמצעות a . ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה-x . (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתון: $a = 3$. ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x , ועל ידי הישרים $x = \frac{2}{3}$ ו-$x = 2$. ד. $g(x)$ היא פונקציה רציפה המוגדרת לכל x . נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{3}$ ו-$x = b$ ($b > \frac{1}{3}$) . נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{3}$ ו-$x = b$ שווה ל-$2S$ בעבור כל b . הבע את $g(x)$ באמצעות $f(x)$ בתחום $x > \frac{1}{3}$ (כתוב את שתי האפשרויות). אין צורך להוכיח את תשובתך.	קיץ א', 2018 תשע"ח	122
	אין	קיץ ב', 2018 תשע"ח	
	אין	חורף, 2019 תשע"ט	

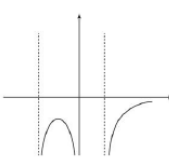
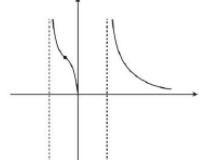


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

6. א. (1) $x \geq 1$, $x \leq -2$. (2) הוכחה. (3) $y = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$. (4) $(-2, 0)$, $(1, 0)$. (5) $f(x) < 0$ עבור $x < -2$, $f(x) > 0$ עבור $x > 1$. ב. (1) $x = \frac{8-a}{2a+2}$. (2) $a = -1$. ג. (1) $f(x)$ עולה לכל x בתחום ההגדרה. (2)  ד. 2.16 יחיד $= 6\sqrt{2} - 2\sqrt{10}$.	6. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{2x-a}$. a הוא פרמטר המקיים $-4 < a < 2$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) הסבר מדוע לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטה מקבילה לציר ה-y. (3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה-x. (4) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (5) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$. ב. (1) הבע באמצעות a את שיעורי ה-x שבעבורם $f'(x) = 0$ (אם יש כאלה). (2) מצא את הערך של a שבעבורו $f'(x) \neq 0$ לכל x בתחום ההגדרה. הצב $a = -1$ במשוואת הפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ג-ד. ג. (1) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)? (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ד. חשב את $\int_3^4 \frac{1}{f(x)} dx$. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.	123. קיץ א', 2019 תשע"ט	
	אין	קיץ ב', 2019 תשע"ט	

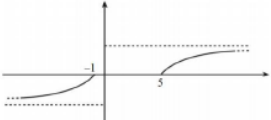
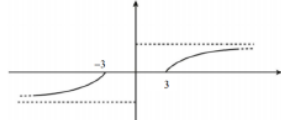


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

7. א. (1) עלייה: אין, ירידה: $x > \frac{1}{2}$ או $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ או $x < -\frac{1}{2}$. (2) חיוביות: $x > \frac{1}{2}$ או $-\frac{1}{2} < x < 0$, שליליות: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x < -\frac{1}{2}$. ב. (1) $x > \frac{1}{2}$ או $-\frac{1}{2} < x \leq 0$. (2) $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$, $y = 0$.  (2)  (1) ג. ד. $\frac{1}{2} < x$	נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x}{4x^2-1}$ שתחום הגדרתה הוא $x \neq \pm \frac{1}{2}$. א. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). (2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{\frac{3x}{4x^2-1}}$. ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? (2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים? נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת. שיעור ה- x של נקודה זו קטן מאפס. ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. (2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת, $g'(x)$. ד. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x) = \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{4x^2-1}}$? 7. 	חורף, 2020 תש"פ	124
--	---	----------------------------	------------

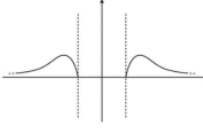
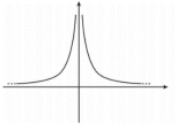


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

6. א. (1) $x \leq -1, a \leq x$ (2) $(-1, 0), (a, 0)$ (3) $y = -1, y = 1$. ב. $a = 5$. ג. (1) עלייה: $x < -1, 5 < x$, ירידה: אין. (2)  ד. 	נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2}$. $a > 2$ הוא פרמטר. ענה על סעיף א. הבע באמצעות a אם צריך. א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? (2) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים? (3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים. נתון: $f(a+2) = -f(2-a)$. ב. מצא את a. הצב $a = 5$ וענה על הסעיפים ג-ד. ג. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x+2)$.	125. קיץ א', 2020 תש"פ
---	---	--

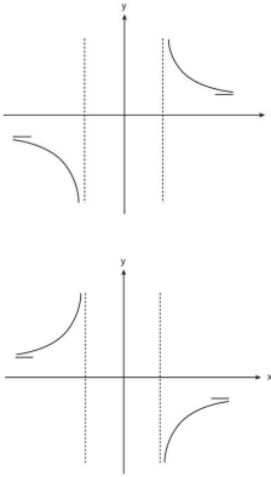


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

7. א. (1) $0 < a$: $\sqrt{a} \leq x$, $x \leq -\sqrt{a}$, $a < 0$: $x \neq 0$. (2) $0 < a$: $(\sqrt{a}, 0)$, $(-\sqrt{a}, 0)$: $a < 0$: אין. (3) הוכחה. (4) $0 < a$: $x = 0$, $y = 0$: $a < 0$, $y = 0$: $x = 0$. (5) $0 < a$: תחומי עלייה: $\sqrt{a} < x < \sqrt{2a}$, $x < -\sqrt{2a}$, $-\sqrt{2a} < x < -\sqrt{a}$, $\sqrt{2a} < x$: תחומי ירידה: $a < 0$: תחומי עלייה: $x < 0$, תחומי ירידה: $x > 0$. ב. $0 < a$:  $a < 0$:  ג. $0 < a \leq \frac{1}{4}$, $a < 0$.	נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - a}}{x^2}$, $a \neq 0$ הוא פרמטר. ענה על סעיף א. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות a, והבחן בין $a > 0$ ובין $a < 0$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה). (3) הראה שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית. (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה). (5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $a > 0$ וסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $a < 0$. בעבור כל גרף שסרטטת כתוב את התחום המתאים של הפרמטר a. ג. מצא בעבור אילו ערכים של הפרמטר a גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הישר $y = 1$ או משיק לו.	126. קיץ ב', 2020 תש"פ	חורף פברואר, 2021 תשפ"א
	אין		

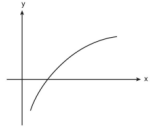
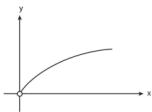


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

6. א. $x < -4$ או $x > 4$ ב. אנכית: $x = -4$, $x = 4$, אופקית: $y = a$, $y = -a$ ג. עליה: אכן, ירידה: $x < -4$ או $x > 4$ ד. ה.  ו. (1) $x > 4$ (2) $\frac{22}{45}$	6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - 16}}$, $a \neq 0$ הוא פרמטר. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ענה על סעיפים ב-ד בעבור $a > 0$. ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש צורך, הבע באמצעות a). ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $a < 0$. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ המוגדרת בתחום שבו מוגדרות הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$. נתון: $a = 1$. ו. (1) מצא את תחום השליליות של הפונקציה $g(x)$. (2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, הישר $x = 5$, הישר $x = 6$, וציר ה-x.	127. חורף נבצרים, 2021 תשפ"א
--	--	-------------------------------------

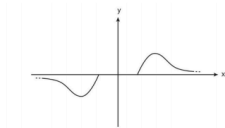
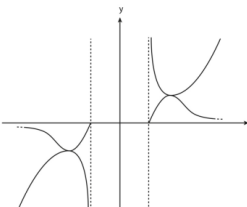


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

7. א. $0 < x$ ב. (1) $a \leq 0$ (2) $(a, 2\sqrt{a})$ מיינוס ii  ג. i. iii  ד. (1) $0 < a$ (2) $2\sqrt{a} < b$	7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x}}$. a הוא פרמטר. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ב. (1) בעבור אילו ערכים של הפרמטר a אין לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון? נמק. (2) במקרים שיש לפונקציה $f(x)$ נקודת קיצון, הבע באמצעות a את שיעוריה וקבע את סוגה. ג. סרטט בנפרד סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ לכל אחד מן התחומים i-iii של הפרמטר a שלפניך: i $a > 0$ ii $a < 0$ iii $a = 0$ נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - b$. b הוא פרמטר. נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה-x בשתי נקודות. ד. (1) מצא את התחום של הפרמטר a. נמק. (2) הבע את התחום של הפרמטר b באמצעות a. נמק.	128. חורף מאוחר, 2021 תשפ"א
---	--	--

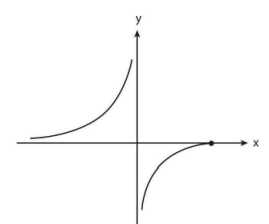


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

7. א. $x \leq -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ או $\sqrt{\frac{4a}{3}} \leq x$ ב. הוכחה ג. (1) $(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$, $(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ (2) $(\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a})$ מקסימום, $(-\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a})$ מינימום, $(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ מינימום ד. $(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ מקסימום  ה. (1) $x < -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ או $\sqrt{\frac{4a}{3}} < x$ (2) $x = -\sqrt{\frac{4a}{3}}$, $x = \sqrt{\frac{4a}{3}}$  (1) $a = \frac{1}{2}$	7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}$. $a > 0$ הוא פרמטר. בסעיפים א-ה, בטא את תשובותיך באמצעות a, לפי הצורך. א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? ב. הוכח שהפונקציה $f(x)$ אי-זוגית. ג. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים? (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתונה גם הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. ה. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? (2) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$, אם יש כאלה? ידוע כי בכל אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$, יש לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ משיק משותף. ו. (1) הוסף לסרטוט שבמחברתך סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. פרט את שיקולריך. (2) מהו הערך של a? נמק את תשובתך.	129. קיץ מועד א', 2021 תשפ"א
--	--	-------------------------------------

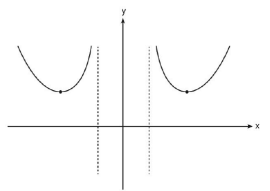
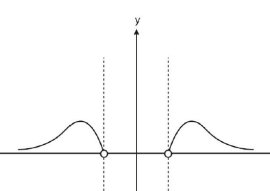
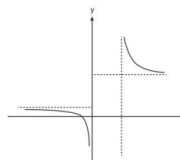


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

6. א. $x \neq 0, x \leq \frac{1}{2}$ (1) ב. $(\frac{1}{2}, 0)$ (2) ג. $y = 0, x = 0$ (3) ד. עליה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x < 0$, ירידה: אין (4) ה. $\int_1^k f(x) dx$ גדול יותר ד. $\frac{35}{72}$ 	6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x}$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה). (3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים. (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתון: $f(k) = 1, t < k, t$ הוא פרמטר. ג. קבע איזה מן הביטויים שלפניך גדול יותר. נמק את קביעתך. $\int_t^k f(x) dx$ <u>או</u> $\int_t^k (f(x))^2 dx$ ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x = -1$ ו-$x = -8$.	130. קיץ מועד מיוחד, 2021 תשפ"א
---	---	--

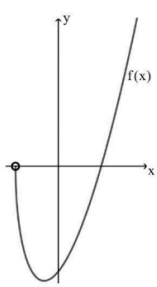


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

6. א. $x < -a$ או $a < x$ ב. הוכחה ג. (1) אין $x = -a$, $x = a$ (2) (3) $(\sqrt{2a}, 2a)$ מינימום, $(-\sqrt{2a}, 2a)$ מינימום (4)  ד. $(\sqrt{2a}, 4a^2)$, $(-\sqrt{2a}, 4a^2)$ ה.  ו. $\frac{71}{1,296}$	6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, $a > 0$ הוא פרמטר. הבע את תשובותיך באמצעות a, אם יש צורך. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית. ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה). (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה). (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתונה הפונקציה $(f(x))^2$ שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $(f(x))^2$, וקבע את סוגן. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{(f(x))^2}$. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ה. הסתמך על הסעיפים הקודמים וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. הציב: $a = 2$. ו. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x = 3$ ו-$x = 4$.	131. קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א
7. א. (1) $x \geq 2$ או $x \leq 0$ (2) $x > 2$ או $x < 0$ (3) $x = 2$, $x = 0$, $y = 5$, $y = 1$ (4) $(-0.342, 0)$ (5)  ב. (1) $\min(0, 0)$, $\min(2, 6)$, $\max(-0.342, 0.764)$ (2)  ג. לא.	7. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x + 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. (3) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. (4) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה-x. בתשובתך דייק שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית. (5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, אם ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון. ב. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ג. האם ייתכן שיש שמשוואתו $y = 4x + c$ (פרמטר) ישיק לגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.	132. חורף, 2022 תשפ"ב

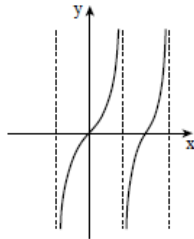


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציית שורש

חורף נבצרים, תשפ"ב	אין	
קיץ מועד א', תשפ"ב	אין	
133. קיץ מועד ב', תשפ"ב	6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 36}{\sqrt{x + a}}$, a הוא פרמטר חיובי. א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$. נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים. ב. (1) מצאו את a. (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים. (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה. (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$. נתונות הפונקציות $h(x) = f(x)$, $g(x) = -f(x + 2)$. ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$. (2) האם שיעור ה-y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה-y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה. נתון כי $\int_{-4}^6 h(x) dx = \int_{-4}^k g(x) dx$, $k > -4$. ד. מצאו את k. הסבירו את התשובה.	6. א. $x > -a$. ב. (1) $a = 6$. (2) $(0, -6\sqrt{6})$, $(6, 0)$. (3) $\min(-2, -16)$. (4)  ג. (1) $x > -8 : g(x)$. $x > -6 : h(x)$. (2) שווה לו. ד. $k = 4$.

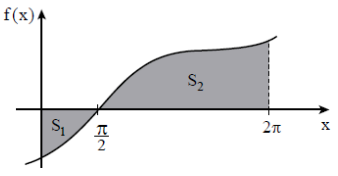


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

מועד הבגרות	השאלה	התשובה- יואל גבע
חורף, 2017 תשע"ז	אין	
קיץ א', 2017 תשע"ז	134. 7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2\sin x}{\cos^3 x}$ א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (3) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$. (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. ג. נתון: $0 < a < \frac{\pi}{2}$. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, הישר $x = a$ וציר ה-x שווה ל-1. מצא את a.	7. א. (1) $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$ (2) $(\pi k; 0)$ (3) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ (4) $f(x)$ עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה. ב.  ג. $a = \frac{\pi}{4}$

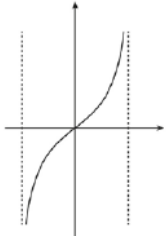
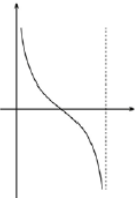


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

8. א. $S_1 = \pi^2 + 8$. ב. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi^2 - 8$. ג. $f(x) = -8\cos x + 8x - 4\pi$.	135. קיץ ב', 2017 תשע"ז 8.   $f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-y בחלקו השלילי. נקודת החיתוך היחידה של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x היא $\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ (ראה ציור). נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 2\pi$ (השטח האפור בציור) שווה ל-$10\pi^2 + 16$.  נתון גם: $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 8\pi^2$. א. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים (שטח S_1 המסומן בציור). הפונקציה $F(x)$ היא פונקציה קדומה לפונקציה $f(x)$. נתון: $F(0) = 0$. ב. מצא את $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$. נתון: $f'(x) = 8\sin x + 8$. ג. מצא את $f(x)$.	
--	---	--

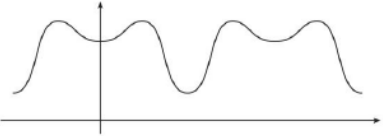


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

6. א. (1) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ (2) $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$ (3) עלייה: $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ירידה: אין. (4)  ב. (1) $0 < x < \pi$ (2) הוכחה. (3) ג. 0. 	6. נתונות הפונקציות $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$, $g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$. ענה על סעיף א עבור התחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לציר ה-x. (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ענה גם על סעיף ב עבור תחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$. ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$. (2) הוכח: $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$. (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. תוכל להיעזר בתשובתיך על הסעיפים הקודמים. ג. מצא את ערך הביטוי $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$. נמק את תשובתך.	136. חורף, 2018 תשע"ח	
--	---	----------------------------------	--

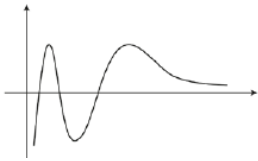


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. הוכחה. ב. לא $(2 + \sin^2 x \geq -1, \cos x \geq -1)$ לכן סכומם גדול מ-1 או שווה לו ולכן לא יכול להיות שווה 0. ג. (1) כן $(\cos x - 1 \sin^2 x)$ הן פונקציות זוגיות. (2) הוכחה. (3) $(0, 3)$ מינימום, $(\frac{\pi}{3}, 3\frac{1}{4})$ מקסימום, $(\pi, 1)$ מינימום. (4)  ד. (1) כל x. (2) 	7.   7. $f(x)$ היא פונקציה גזירה, המוגדרת לכל x, כך ש-$f(x) \neq 0$ לכל x. א. הוכח שאם הפונקציה $f(x)$ עולה בקטע מסוים, אז הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ יורדת באותו הקטע; ואם הפונקציה $f(x)$ יורדת בקטע מסוים, אז הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ עולה באותו הקטע. נתונה הפונקציה $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$, המוגדרת לכל x. ב. האם קיים x שבעבורו $g(x) = 0$? נמק. ג. (1) האם הפונקציה $g(x)$ היא פונקציה זוגית? נמק. (2) הראה שלכל x מתקיים: $g(x) = g(x + 2\pi)$. (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$, וקבע את סוגן. (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq 3\pi$. נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{1}{\sin^2 x + \cos x + 2}$. ענה על סעיף ד. תוכל להיעזר בתשובותיך על הסעיפים הקודמים. ד. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$? נמק. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ באותה מערכת צירים שבה סרטטת את גרף הפונקציה $g(x)$.	137. קיץ א', 2018 תשע"ח	
---	---	---	--

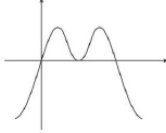
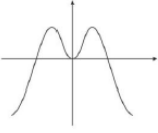


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. $x \neq 0$. ב. $(1, 0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, $(\frac{1}{3}, 0)$. ג. מקסימום, $(\frac{2}{3}, -1)$, מינימום, $(\frac{2}{3}, 1)$ מקסימום, $(\frac{2}{3}, -1)$ מינימום. ד. $y = 0$. ה. ו. אפשרות i. נימוק בפתרון המלא. 	7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(\frac{\pi}{x})$. א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? ענה על הסעיפים ב-ה עבור התחום $x \geq \frac{2}{7}$. ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x. ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. ד. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית. מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$. ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ענה על סעיף ו עבור התחום $x > 0$. ו. נסתכל על נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x. לפניך 3 טענות (i)–(iii). אחת מהן נכונה. איזו מהן היא הנכונה? נמק. (i) ככל שמתקרבים ל-$x = 0$, המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות הולך וקטן. (ii) המרחק בין כל שתי נקודות חיתוך סמוכות נשאר קבוע. (iii) ככל שמתקרבים ל-$x = 0$, המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות הולך וגדל.	138. קיץ ב', 2018 תשע"ח
---	---	-------------------------------------

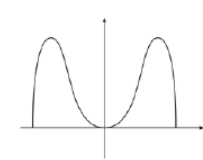
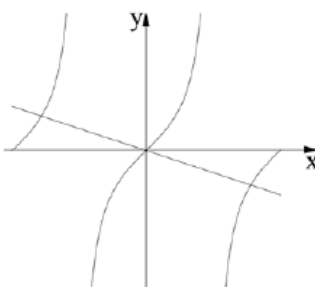


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. $(0,0)$ $(\frac{\pi}{2},0)$ $(\pi,0)$: (1) (2) $\min(-\frac{\pi}{2}, -4)$ $\max(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ $\min(\frac{\pi}{2}, 0)$ $\max(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2})$ $\min(\frac{3\pi}{2}, -4)$ (3)  ב. (1) $g(x) = f(x + \frac{\pi}{2})$ (2)  ג. גרף II. (3) הוכחה.	7.  נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x - 1$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן. (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. גרף הפונקציה $f(x)$ הוזה שמאלה ב $\frac{\pi}{2}$ כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$ המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. ב. (1) בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות הפונקציה $f(x)$. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. (3) הוכח כי $g(x)$ היא פונקציה זוגית. לפניך שלושה ביטויים, I - III: $I: \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x + \pi) dx \quad II: \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x + \frac{\pi}{2}) dx \quad III: \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x - \frac{\pi}{2}) dx$ ג. ציין איזה מן הביטויים I - III שווה ל- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$. נמק את תשובתך. אין צורך בחישוב.	139. חורף, 2019 תשע"ט
--	--	---

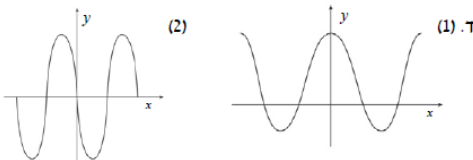


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. (1) $f(x)$ זוגית. (2) $(\pi, 0), (0, 0), (-\pi, 0)$. (3) הוכחה. (4) $f'(x)$ אי-זוגית. ב. (1) הוכחה. (2) שלוש נקודות. ג. (1) $x = \pi$ מינימום קצה, $x = 2.46$ מקסימום, $x = 0$ מינימום, $x = -2.46$ מקסימום, $x = -\pi$ מינימום קצה. ד. (1)  (2)  (1). ד. (2). 2 נקודות פיתול לפחות.	7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 \sin x$ המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ א. (1) קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק. (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x בתחום הנתון. (3) הסבר מדוע הפונקציה $f(x)$ היא אי-שלילית בתחום הנתון. (4) קבע אם פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק. ב. (1) הראה ששיעורי ה-x שבעבורם $f'(x) = 0$ מקיימים $\tan x = -\frac{1}{3}x$ (2) בצור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות $g(x) = \tan x$ ו- $h(x) = -\frac{1}{3}x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. היעזר בציור, וקבע כמה נקודות בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ מקיימות $f'(x) = 0$.  נתון שיעור ה-x של אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 2.46 בקירוב. ענה על הסעיפים ג-ד בעבור התחום $-\pi \leq x \leq \pi$. ג. (1) מהם שיעורי ה-x של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום? נמק וקבע את סוגן. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום. ד. (1) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, בתחום. (2) כמה נקודות פיתול לכל הפחות יש לפונקציה $f(x)$ בתחום? נמק.	קיצ' א', 2019 תשע"ט	140
---	--	---	------------

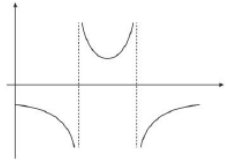
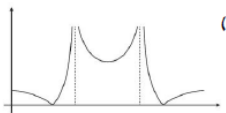


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

6. א. $f(x)$ זוגית. ב. עבור $a < \frac{1}{2}$: $\min(-\pi, a), \max(-\frac{\pi}{2}, 1-a), \min(0, a), \max(\frac{\pi}{2}, 1-a), \min(\pi, a)$ עבור $a > \frac{1}{2}$: $\max(-\pi, a), \min(-\frac{\pi}{2}, 1-a), \max(0, a), \min(\frac{\pi}{2}, 1-a), \max(\pi, a)$ ג. $a = \frac{1}{2}$. ד. (1) (2)  ה. $a = 2$.	6. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot \cos 2x + \sin^2 x$ המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. א. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית או אף לא אחת מהן? נמק. ב. מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות a אם צריך), אם נתון כי הפונקציה אינה קבועה? קבע את סוגן בהתאם לערך של a (התייחס לשתי האפשרויות עבור a). ג. מצא את הערך של a שעבורו הפונקציה $f(x)$ היא קבועה. נמק. נתון $a > 1$. ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. ה. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה-x שווה ל-12. מצא את a.	קיצ' ב', 2019 תשע"ט	141.
--	--	--------------------------------	-------------

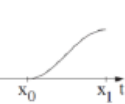
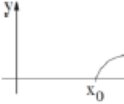
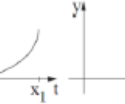
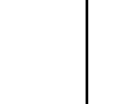


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

6. א. (1) $0 \leq x \leq 2\pi$, $\frac{2\pi}{3} < x < \frac{4\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3} < x \leq 2\pi$ (2) $(0, -1)$ מקסימום, מינימום, $(\pi, \frac{3}{2})$, $(2\pi, -1)$ מקסימום. (3)  ב. (1)  (2) $0 < k \leq 1$ או $3.5 < k$. ג. לא.	6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{6}{2\cos^2 x - 5\cos x - 3}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$. ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום הנתון. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתונה הפונקציה $h(x) = f(x) + 2$, שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ב. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$. (2) k הוא פרמטר. מצא את כל הערכים של k שבעבורם הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $h(x)$ בארבע נקודות שונות. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 2$, שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ג. האם לכל x בתחום ההגדרה $h(x) < g(x)$? נמק.	חורף, 2020 תש"פ	142
--	---	----------------------------	------------

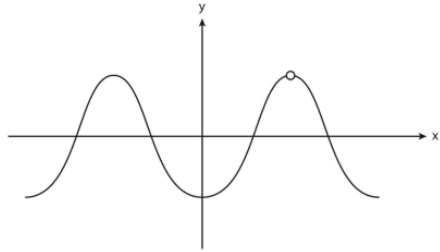
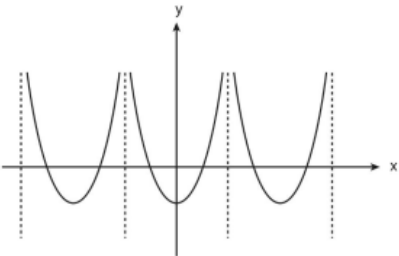


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. (1) משוואה II, $y = a \sin 2x$, $a < 0$ (2) $x_1 = \pi$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$ (3) $x_1 = \pi$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$. ב. $-a$. ג. גרף I.	לפניך חלק מן הגרף של הפונקציה המחזורית $f(x)$. גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בראשית הצירים, וחיתך את ציר ה-x גם בנקודות שבהן $x = x_0$ ו-$x = x_1$, כמתואר בציור. אחת המשוואות שלפניך (IV-I) מתארת את הפונקציה $f(x)$. $a \neq 0$ הוא פרמטר. $y = a^2 \sin x$. I $y = a \sin 2x$. II $y = a^2 \cos x$. III $y = a \cos 2x$. IV א. (1) קבע איזו מן המשוואות IV-I היא משוואת הפונקציה $f(x)$. נמק. (2) קבע מהו תחום הערכים האפשריים עבור הפרמטר a. נמק. (3) מה הם הערכים של x_0 ושל x_1? ב. הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x בתחום $x_0 \leq x \leq x_1$. נסמן: $S(t) = \int_{x_0}^t f(x) dx$. נתון: $x_0 \leq t \leq x_1$. ג. לפניך ארבעה גרפים (IV-I). איזה מן הגרפים IV-I מתאר את הפונקציה $S(t)$? נמק.    	קיצ' א', 2020 תש"פ	143
	אין	קיצ' ב', 2020 תש"פ	

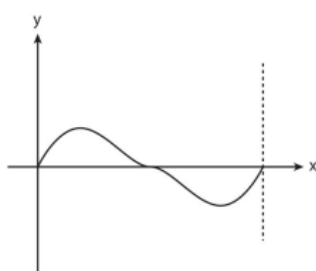


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. (1) הוכחה (2) $(\frac{3}{4}\pi, 0)$, $(\frac{1}{4}\pi, 0)$, $(-\frac{1}{4}\pi, 0)$, $(-\frac{3}{4}\pi, 0)$, $(0, -1)$ (3) $(\pi, -1)$ מינימום, $(\frac{1}{2}\pi, 1)$ מקסימום, $(0, -1)$ מינימום, $(-\frac{1}{2}\pi, 1)$ מקסימום, $(-\pi, -1)$ מינימום. ב. (1) $x \neq \frac{1}{2}\pi$, $-\pi \leq x \leq \pi$ (2) $x \neq \frac{1}{2}\pi$, $-\pi \leq x \leq \pi$ (3) לא. (4)  ג. $b = \frac{1}{2}$	7. נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sin^2 x - 1$, המוגדרת לכל x. ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום $-\pi \leq x \leq \pi$. א. (1) הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית. (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{\cos 2x(1 - \sin x)}{\sin x - 1}$. ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? (2) בעבור אילו ערכים של x $f(x) = g(x)$? נמק. (3) האם לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטות אנכיות? נמק. (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. ג. נתונה הפונקציה $h(x) = -f(x) + b$ (b הוא פרמטר), שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. נתון: $\int_{-\pi}^0 h(x) dx = \frac{3\pi}{2}$. מצא את ערכו של הפרמטר b.	144. חורף פברואר, 2021 תשפ"א
7. א. (1) $x \neq -\frac{\pi}{2}$, $x \neq \frac{\pi}{2}$, $-\frac{3}{2}\pi < x < \frac{3}{2}\pi$ (2) $x = -\frac{3}{2}\pi$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3}{2}\pi$ ב. הוכחה ג. $(\pi, -3)$ מינימום, $(0, -3)$ מינימום, $(-\pi, -3)$ מינימום ד.  ה. $b = -3$ ו. 4.91	7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 4$. ענה על סעיפים א-ה בעבור התחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה-x. ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית. ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(-x) + b$. b הוא פרמטר. נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה-x. מצא את b. ו. מצא בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x.	145. חורף נבצרים, 2021 תשפ"א

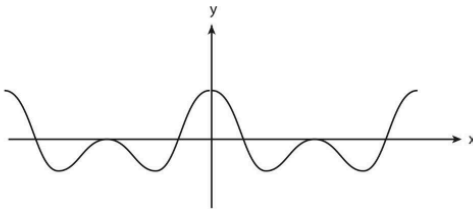
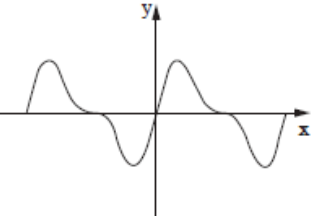
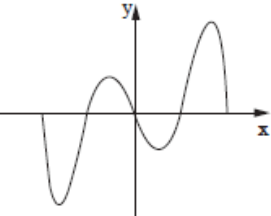
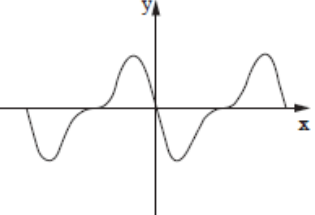
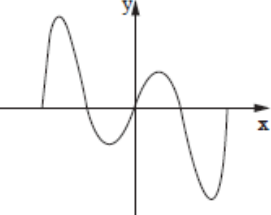


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

6. א. $(0,0)$ מינימום, $(\frac{\pi}{6}, \frac{3\sqrt{3}}{16})$ מקסימום, $(\frac{5\pi}{6}, -\frac{3\sqrt{3}}{16})$ מינימום, $(\pi, 0)$ מקסימום. ב.  ג. $y = ax$ ד. $a = 4$	6. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^3(x) \cdot \sin(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$. א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתונה הפונקציה $g(x) = a \cdot f(x)$, $a > 0$ הוא פרמטר. ג. הבע באמצעות a את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 0$. הישר שמצאת בסעיף ג אינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה נוספת. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר שמצאת בסעיף ג ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$ שווה ל- $\left(\frac{\pi^2}{2} - 1\right)$. ד. מצא את a.	146. חורף מאוחר, 2021 תשפ"א
	אין	קיץ מועד א', 2021 תשפ"א

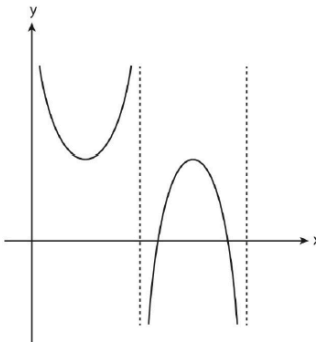
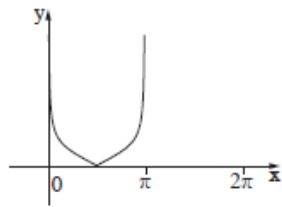
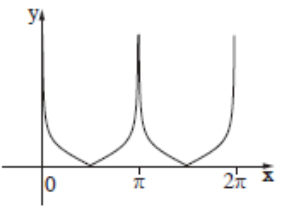
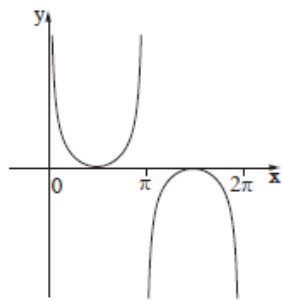
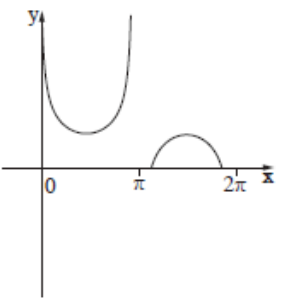


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. הוכחה ב. (1) עם $x: (\frac{\pi}{6}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{5\pi}{6}, 0)$ עם $y: (0, 2)$ (2) $(0, 2)$ מקסימום, $(0.29\pi, -1.12)$ מינימום, $(\frac{\pi}{2}, 0)$ מקסימום, $(0.71\pi, -1.12)$ מינימום, $(\pi, 2)$ מקסימום. ג.  ד. גרף א	7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos(mx) + \cos(2x)$, המוגדרת לכל x. m הוא פרמטר השונה מאפס. נתון כי בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא -2. א. הוכח כי m הוא מספר שלם שמתחלק ב-4 ללא שארית. הצב $m = 4$ וענה על סעיפים ב-ד שלפניך. ענה על סעיף ב בתחום: $0 \leq x \leq \pi$. ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. ענה על סעיפים ג-ד בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. הסבר את שיקולך. נתונה פונקציה $k(x)$ המקיימת: $k'(x) = f(x)$, $k(0) = 0$. ד. אחד מן הגרפים א-ד שלפניך מותאר את הפונקציה $k(x)$. היעזר בתשובתך על סעיף ג וקבע איזה מן הגרפים שלפניך מותאים לגרף הפונקציה $k(x)$. נמק את קביעתך. גרף א  גרף ב  גרף ג  גרף ד 	147. קיץ מועד מיוחד, 2021 תשפ"א
---	---	--

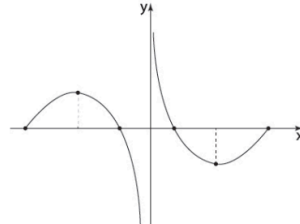
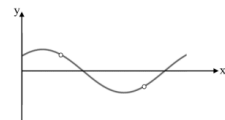


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. (1) $x \neq 0, 0 < x < 2\pi$ (2) $x = 0, x = \pi, x = 2\pi$ (3) עליה: $\pi < x < 1.5\pi$ או $\frac{\pi}{2} < x < \pi$; ירידה: $1.5\pi < x < 2\pi$ או $0 < x < \frac{\pi}{2}$ (4) $(\frac{3\pi}{2}, 3)$ מקסימום, $(\frac{\pi}{2}, 3)$ מינימום ב.  ג. $k(x)$: גרף ג', $g(x)$: גרף א'	7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\cos^2(x)}{\sin(x)} + 3$. ענה על הסעיפים שלפניך בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים. (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתונות שתי פונקציות: $g(x) = \sqrt{f(x) - 3}$, $k(x) = f(x) - 3$. ג. אחד מן הגרפים א-ד שלפניך מתאר את הפונקציה $k(x)$, ואחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $g(x)$. קבע איזה מן הגרפים מתאר כל אחת מן הפונקציות, ונמק את קביעותיך.  גרף א  גרף ב  גרף ג  גרף ד	148. קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א
	חורף, אין	

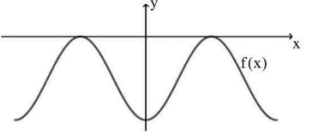


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

149	חורף נבצרים, תשפ"ב	2022 תשפ"ב
	7. נתונה הפונקציה $f(x) = \tan(x) + \frac{1}{x}$. ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה-x. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד ששיעוריה $(0, 2.798)$ בקירוב. ב. מצא את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$. נתונה גם הפונקציה $g(x) = \frac{\cos(x)}{x}$, המוגדרת לכל $x \neq 0$. ג. האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי-זוגית, או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכח את תשובתך. ד. (1) הראה כי בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ שיעור ה-x של אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ שווה לשיעור ה-x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x, וקבע את סוגה של נקודת קיצון זו. (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.	7. א. (1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ (2) $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}$ ב. תחומי החיוביות של $f(x)$: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $2.798 < x < \frac{3\pi}{2}$ תחומי השליליות של $f(x)$: $\frac{\pi}{2} < x < 2.798$ ג. $g(x)$ הינה פונקציה אי-זוגית. ד. (1) הוכחה. סוג הקיצור: מינימום. (2) 
150	קיץ מועד א', תשפ"ב	2022 תשפ"ב
	7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2 \cos x}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$. א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$. (2) הסבירו מדוע לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה-x. (3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים. ב. (1) הראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ מתקיים: $f'(x) = \cos x - \sin x$. (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן. ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$. (2) t הוא מספר. מצאו את כל ערכי t שבעבורם יש למשוואה $f(x) = t$ פתרון יחיד (בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$). ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי שני הישרים $x = \frac{3}{4}\pi$ ו-$x = \frac{5}{4}\pi$.	7. א. (1) $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ או $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ או $\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$ (2) הסבר. (3) $(0, 1)$, $(\frac{7\pi}{4}, 0)$, $(\frac{3\pi}{4}, 0)$ ב. (1) הוכחה. (2) $\max(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$, $\min(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2})$, $\min(0, 1)$, $\max(2\pi, 1)$ ג. (1)  ד. $t = -1$, $t = -\sqrt{2}$, $t = \sqrt{2}$ $S = \sqrt{2} = 1.414$

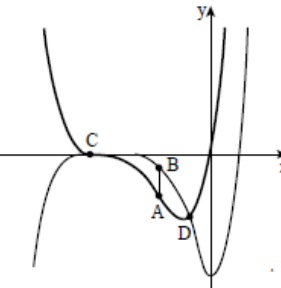


שאלה 6/7 – חדו"א - פונקציה טריגונומטרית

7. א. זוגית. ב. חוכחה. ג. $(0, -2)$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$. ד.  ה. $(\frac{\pi}{2}, -2)$ מינימום. ו. $(0, -2)$ מינימום. ז. $(-\frac{\pi}{2}, -2)$ מינימום. ח. $(\frac{\pi}{4}, 0)$ מקסימום. ט. $(-\frac{\pi}{4}, 0)$ מקסימום. י. $-S$.	7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$, המוגדרת לכל x. א. האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית? נמקו. ב. הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2 \leq f(x) \leq 0$. ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(2x)$, המוגדרת לכל x. ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, וקבעו את סוגן. ו. נתון כי $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x))dx = S$. הביעו באמצעות S את $\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x))dx$. הסבירו את התשובה.	151. קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב
---	---	---

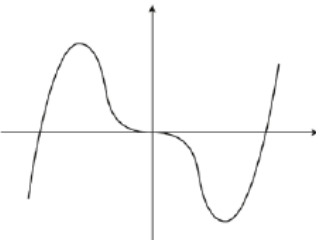
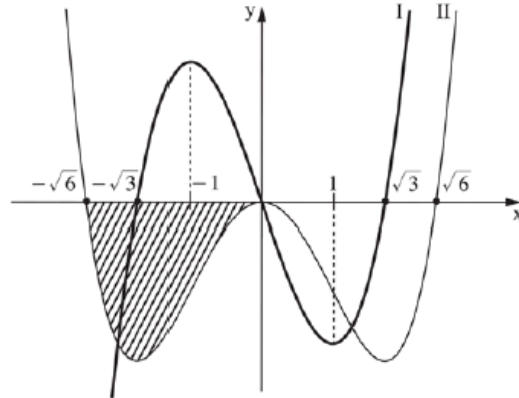


שאלה 6/7 – חדו"א - שונות

מועד הבגרות	השאלה	התשובה- יואל גבע
חורף, 2017 תשע"ז	אין	
קיץ א', 2017 תשע"ז	אין	
152. קיץ ב', 2017 תשע"ז	7. נ.א. $f(x): \Pi$, $f'(x): I$. ב. $b = 4$. ג. $x_A = x_B = -2$.  לפניך הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$. א. התאם בין הגרפים I ו-II לבין הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$. נמק. נתון: $f'(x) = x(x+b)^3$. $b > 1$ הוא פרמטר. לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול ב-$x = -1$. ב. מצא את b. C ו-D הן נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$ בתחום $x < 0$, כמתואר בציור. הנקודות A ו-B נמצאות על הגרפים I ו-II בהתאמה, כך הישר AB מאונך לציר ה-x. נתון: $x_D = 1 - \sqrt{5}$, $x_C = -4$, $x_C < x_A < x_D$. ג. מצא את שיעור ה-x של הנקודות A ו-B שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי (אפשר לפתור את הסעיף בלי למצוא את הפונקציה $f(x)$).	
חורף, 2018 תשע"ח	אין	
קיץ א', 2018 תשע"ח	אין	

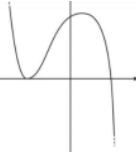
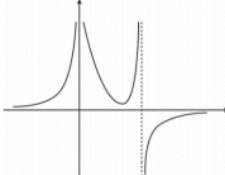


שאלה 6/7 – חדו"א - שונות

6. א. $f'(x) : I$, $f''(x) : II$. ב. (1) 2 (כמספר נקודות החיתוך של $f'(x)$ עם ציר x). ג. (2) 3 (כמספר נקודות החיתוך של $f''(x)$ עם ציר x). ד. $x=1$. ה. $S=t$. ו. $c=0$, $\frac{a}{b}=-\frac{1}{10}$. 	6. לפניך הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו-$f''(x)$ (פונקציית הנגזרת הראשונה ופונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$) בתחום $-2.5 \leq x \leq 2.5$. שני הגרפים עוברים בראשית הצירים.  א. התאם בין הגרפים I ו-II ובין הפונקציות $f'(x)$ ו-$f''(x)$. נמק. ב. (1) כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציה $f(x)$ בתחום המתואר בגרף? נמק את תשובתך. ג. (2) כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$ בתחום המתואר בגרף? נמק את תשובתך. ד. עבור איזה ערך של x בתחום $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ שיפוע המשיק לגרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, הוא מינימלי? נתון: $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית. ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.	153. קיץ ב', 2018 תשע"ח
	אין	חורף, 2019 תשע"ט
	אין	קיץ א', 2019 תשע"ט



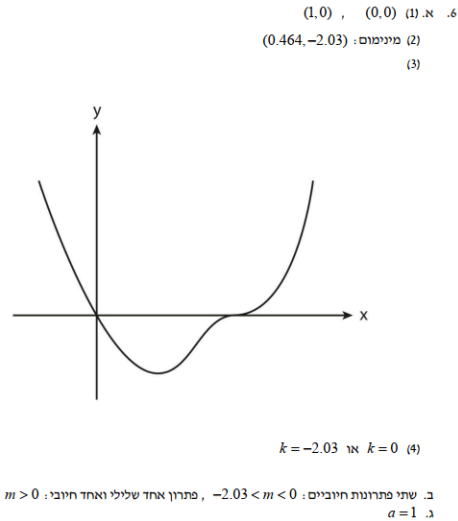
שאלה 6/7 – חדו"א - שונות

	איין	קיץ ב', 2019 תשע"ט	
	איין	חורף, 2020 תש"פ	
	איין	קיץ א', 2020 תש"פ	
6. א. (1) $(-3, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 162)$. (2) $\max(1, 256)$, $\min(-3, 0)$. (3)  ב. (1) $x \neq 0$, $x \neq 5$. (2) לא חותכת. (3) תחומי עלייה: $5 < x < 4$, $x < 0$; תחומי ירידה: $0 < x < 4$. (4)  ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה.	נתונה הפונקציה $f(x) = (x+3)^4(2-x)$ המוגדרת לכל x. א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)-3}$. ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? (2) האם הפונקציה $g(x)$ חותכת את הצירים, ואם כן, באילו נקודות? נמק את תשובתך. (3) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$? (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. ג. (1) הראה כי $f(x) \geq 48$ לכל $-1 \leq x \leq 1$. (2) הסבר מדוע $\int_2^4 g(x) dx \leq \frac{1}{24}$.	6. 	154



שאלה 6/7 – חדו"א - שונות

155.	חורף פברואר, 2021 תשפ"א	6. נתונה הפונקציה $f(x) = 6x(x^3 - 1)^3$, המוגדרת לכל x. ענה על הסעיפים א-ג. אם צריך, השאר בתשובותיך שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית. א. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים? (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה). (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. (4) בעבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$? ב. נתונה המשוואה $6x(x^3 - 1)^3 = m$. m הוא פרמטר. הסתמך על גרף הפונקציה $f(x)$, וקבע בעבור אילו ערכי m למשוואה הנתונה יש בדיוק שני פתרונות חיוביים שונים, ובעבור אילו ערכי m יש לה פתרון אחד שלילי ופתרון אחד חיובי. נמק את תשובותיך. ג. היעזר בסרטוט וקבע אם קיים $a > 0$ שבעבורו האינטגרל $\int_0^a f(x) dx$ מקבל ערך מינימלי. אם כן, מהו ערכו של a? זה? נמק את תשובתך.
	חורף נבצרים, 2021 תשפ"א	אין
	חורף מאוחר, 2021 תשפ"א	אין
	קיץ מועד א', 2021 תשפ"א	אין
	קיץ מועד מיוחד, 2021 תשפ"א	אין
	קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א	אין
	חורף, 2022 תשפ"ב	אין
	חורף נבצרים, 2022 תשפ"ב	אין
	קיץ מועד א', 2022 תשפ"ב	אין
	קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב	אין

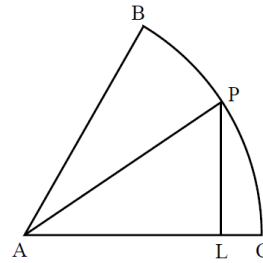


שאלה 6/7 – חדו"א - שונות

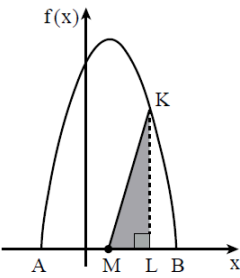


שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

מועד הבגרות	השאלה	התשובה- יואל גבע
156. חורף, 2017 תשע"ז	8. נתונה גזרת עיגול BAC שהיא $\frac{1}{6}$ מעיגול שרדיוסו R ומרכזו A. מנקודה כלשהי P, הנמצאת על הקשת BC, הורידו אנך ל-AC החותך את הרדיוס AC בנקודה L (ראה ציור). השטח האפור שבציור הוא השטח הכלוא בין הקשת BC ובין הרדיוסים AB ו-AP, והקטעים LP ו-LC. נתון שהשטח האפור המינימלי הוא $24\pi - 36$. א. מצא את הזווית PAC שעבורה השטח האפור שמתקבל הוא מינימלי. ב. מצא את R. ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש APL? נמק.	8. א. (1) $\frac{\pi}{4}$. (2) $R = 12$. ב. 36.

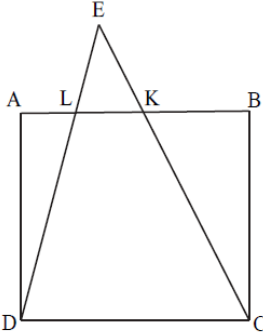
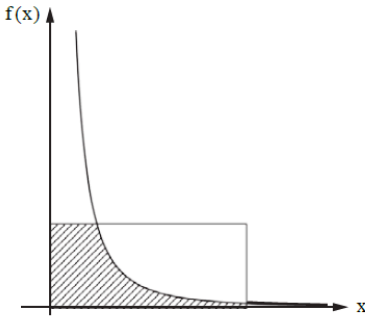


שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

157.	קיצ' א', 2017 תשע"ז	8.   8. בציר שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 2x + c$ בתחום האי-שליליות שלה. A ו-B הן נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x. נתון: $x_B = 2t$, $x_A = -t$ ($t > 0$). א. מצא את t ואת c.  M היא נקודת החיתוך של ציר הסימטריה של הפרבולה עם ציר ה-x. K היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$ מעל ציר ה-x. מהנקודה K הורידו אנך לציר ה-x, החותך את הקטע AB בנקודה L. ב. מצא עבור אילו שיעורי x של הנקודה K שטח המשולש KLM הוא מקסימלי. מצא את שני הפתרונות האפשריים. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.	
	קיצ' ב', 2017 תשע"ז	אין	
158.	חורף, 2018 תשע"ח	8.   8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^3}$. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = t$. נתון: $1 \leq t \leq 5$. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה A ואת ציר ה-y בנקודה B. הנקודה O היא ראשית הצירים. א. מצא את שיעור ה-x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מינימלי. ב. מצא את שיעור ה-x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מקסימלי.	

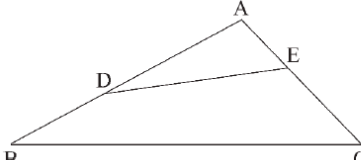
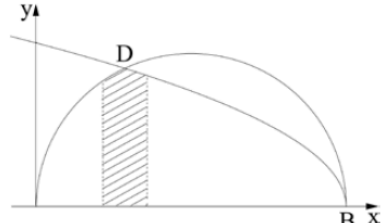


שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

8. א. $\frac{6x}{6-x}$. ב. $6-3\sqrt{2}$.	159. קיץ א', 2018 תשע"ח 8.   ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו 6 ס"מ. L ו-K הן נקודות על הצלע AB. נתון כי הישרים CK ו-DL חותכים זה את זה בנקודה E, הנמצאת מחוץ לריבוע ABCD (ראה ציור). נסמן: $LK = x$. א. הבע באמצעות x את גובה המשולש KLE. ב. עבור איזה ערך של x סכום שטחי המשולשים ADL, BCK ו-KLE הוא מינימלי? נמק. תוכל להשאיר שורש בתשובתך. 	160. קיץ ב', 2018 תשע"ח 8.   בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2}$ בתחום $x > 0$, ומלבן ששתיים מצלעותיו נמצאות על הצירים והוא נמצא ברביע הראשון. נתון: שטח המלבן הוא 4. נסמן ב-a את אורך צלע המלבן שנמצאת על ציר ה-x. נתון: $a \geq \frac{1}{4}$. א. הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי הצירים, על ידי צלעות המלבן ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$ (השטח המקווקו בציור). ב. עבור איזה ערך של a השטח שמצאת בסעיף א הוא מקסימלי? 
8. א. $S = \frac{4\sqrt{a}-1}{a}$. ב. $a = \frac{1}{4}$.		

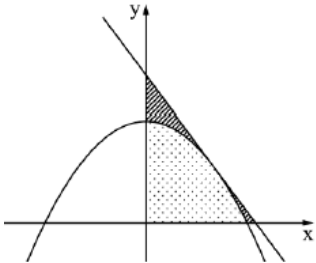


שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

8. א. $\frac{150}{x}$. ב. (1) $\sqrt{300-300\cos\alpha}$. (2) $\sqrt{150}$	8. במשולש ABC נתון: $AB = 30$, $AC = 20$. $\angle CAB = \alpha$. הוא קבוע. הנקודה D נמצאת על הצלע AB והנקודה E נמצאת על הצלע AC (ראי ציור). נתון: שטח המשולש ADE שנוצר באופן הזה הוא רבע משטח המשולש ABC. סמן את אורך הקטע AD ב- x. א. הבע באמצעות x את אורך הקטע AE. ב. (1) הבע באמצעות α את האורך המינימלי של הקטע DE. (2) הסק מתת-סעיף (1) את הערך של x שבעבורו היחס $\frac{DE}{BC}$ הוא מינימלי. הסבר. 	161. חורף, 2019 תשע"ט
8. א. (1) $f(x)$, $0 \leq x \leq 7$; $g(x)$, $x \leq 7$. (2) $x_D = 2$, $x_B = 7$. ב. (1) $a = 1.63$. (2) $a = 1$.	8. בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות $f(x) = \sqrt{-x^2 + 7x}$ ו- $g(x) = \sqrt{14 - 2x}$. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בראשית הצירים ובנקודה B, ואת גרף הפונקציה $g(x)$ הוא חותך בנקודות B ו-D, כמתואר בציור. א. (1) מצא את תחומי ההגדרה של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. (2) מצא את שיעורי ה- x של הנקודות B ו-D.  a הוא פרמטר המקיים $1 \leq a \leq 2$. השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, על ידי האנכים $x = a$ ו- $x = a + 1$. ועל ידי ציר ה- x, מסתובב סביב ציר ה- x. ב. (1) חשב את a שבעבורו נפח גוף הסיבוב המתקבל הוא המקסימלי. (2) מצא את a שבעבורו נפח גוף הסיבוב המתקבל הוא המינימלי. אם צריך, השאר בתשובתיך שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.	162. קיץ א', 2019 תשע"ט

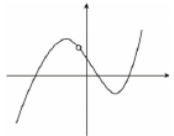


שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

163.	קיצ' ב', 2019 תשע"ט	7.  נתון מעגל ובו קוטר AB. רדיוס המעגל הוא 10. הנקודה P נמצאת על הקוטר AB בין מרכז המעגל ובין הנקודה B. דרך הנקודה P מעבירים אנך ל-AB החותך את המעגל בנקודות C ו-D. מצא את השטח המקסימלי של המשולש ACD.	$S_{\triangle ACD} = 75\sqrt{3}$ 7.
164.	חורף, 2020 תש"פ	8.  נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 1$. t הוא פרמטר. נתון: $0 < t < 1$. בנקודה שבה $x = t$ העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ (ראה ציור). א. הראה כי משוואת המשיק היא $y = -2tx + t^2 + 1$. נסמן ב-S את השטח המקווקו בציור (השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי הצירים). ב. מצא בעבור איזה ערך של t השטח S הוא מינימלי. תוכל להשאיר שורש בתשובתך. נסמן ב-A את השטח המנוקד (השטח ברביע הראשון המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים). ג. קבע בעבור כל אחת משתי הטענות שלפניך (i-i) אם היא נכונה או לא נכונה. נמק את תשובתך. (i) קיים ערך של t שבעבורו $\frac{A}{S}$ הוא מקסימלי. 	8. $t = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ב. א. הוכחה. ג. (i) הטענה נכונה. (ii) הטענה לא נכונה.



שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

8. א. (1) $x \neq -2$. לא. ב. (1) $x \neq -2$. (2) $(\sqrt{7}, -17.04)$ מינימום, $(-\sqrt{7}, 57.04)$ מקסימום. ג.  ד. $t = 4$.	נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40}{x + 2}$. א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? (2) האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית? נמק. נתונה הפונקציה $g(x) = x^3 - 21x + 20$. ב. (1) עבור אילו ערכים של x $f(x) = g(x)$? נמק. (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x הן $(4, 0)$, $(1, 0)$ ו-$(-5, 0)$. ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ד. $t > 0$ הוא פרמטר. עבור איזה ערך של t הביטוי $\int_0^t f(x) dx$ מקבל ערך מינימלי? נמק.	165. קיץ א', 2020 תש"פ
8. א. (1) הוכחה. (2) $x = 60^\circ$. ב. 2.	המשולש ABC חסום במעגל. נתון: $AC = 2$, $AB = 1$. נסמן: $\angle BAC = x$. א. (1) הראה כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC שווה ל-$\frac{\sqrt{5-4\cos x}}{2\sin x}$. (2) מצא את הערך של x שבעבורו רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא מינימלי. ב. מצא את קוטר המעגל בעבור ערך ה-x שמצאת בסעיף א(2).	166. קיץ ב', 2020 תש"פ

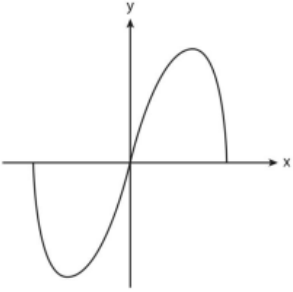


שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

8. א. (1) $A(2, 2\sqrt{2})$ (2) כן. ב. (1) $(-2, -2\sqrt{2})$ (2) $(-4, -2)$	8. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$, שתחום הגדרתה הוא $x > 0$. מבין כל הנקודות שעל גרף הפונקציה $f(x)$, הנקודה A היא הקרובה ביותר לראשית הצירים, O. א. (1) מצא את שיעורי הנקודה A. (2) האם הישר AO מאונך לישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A? נמק. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(-x)$, המוגדרת בתחום $x < 0$. ענה על סעיף ב בעבור התחום $-4 \leq x \leq -1$. ב. (1) מבין כל הנקודות הנמצאות על גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון, מה הם שיעורי הנקודה הקרובה ביותר לראשית הצירים? (2) מצא את שיעורי הנקודה הרחוקה ביותר מראשית הצירים, מבין כל הנקודות הנמצאות על גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.	167. חורף פברואר, 2021 תשפ"א
8. א. (1) $x \neq -1$ (2) אסימפטוטות: $y=1, x=-1$ עלייה: $-1 < x$ או $x < -1$ ירידה: אין (3) ב. $t = -3$	8. נתונה הפונקציה $f(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, ואת האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים. (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ב. העבירו ישר המקביל לציר ה-x. הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A ואת הישר $y = \frac{1}{2}x$ בנקודה B. נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t. נתון: $t < -1$. מצא את הערך של t שבעבורו האורך של הקטע AB הוא מינימלי.	168. חורף נבצרים, 2021 תשפ"א



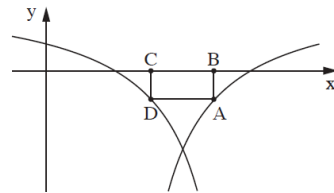
שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

8. א. $-\sqrt{a} \leq x \leq \sqrt{a}$ (1) הוכחה (2) (3)  ב. $a = 6$	169. 8. נתונה הפונקציה $f(x) = x \cdot \sqrt{a - x^2}$, $a > 0$ הוא פרמטר. א. (1) הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. (2) הוכח שהפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית. (3) בסרטוט שלפניך מתואר חלק מגרף הפונקציה $f(x)$. העתק את הסרטוט למחברתך והשלם אותו כך שיתאר את גרף הפונקציה $f(x)$ כולו. דרך נקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון מעבירים אנך לציר ה-x. האנך חותך את ציר ה-x בנקודה B. ישר העובר דרך נקודה A ודרך ראשית הצירים, O, חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה נוספת, C. דרך הנקודה C מעבירים אנך לציר ה-x. האנך חותך את ציר ה-x בנקודה D. נתון: הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים AOB ו-COD הוא $4\sqrt{2}$. ב. מצא את a.	חורף מאוחר, 2021 תשפ"א
8. א. $a + \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin x + \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin(\alpha + x)$ ב. $\frac{\pi - \alpha}{2}$ ג. הוכחה	170. 8. במשולש ABC אורך הצלע BC הוא a. נתון: $\angle BAC = \alpha$ (ברדיאנים). נסמן: $\angle ABC = x$ ($0 < x < \pi - \alpha$). א. הבע באמצעות a ו-α את היקף המשולש ABC. ב. הבע באמצעות α את ערך ה-x שבעבורו היקף המשולש ABC הוא מקסימלי. ג. הסבר מדוע מתקיים המשפט הזה: מכל המשולשים בעלי צלע נתונה וזווית מולת נתונה, המשולש בעל ההיקף המקסימלי הוא משולש שווה שוקיים.	קיץ מועד א', 2021 תשפ"א

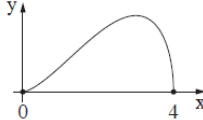
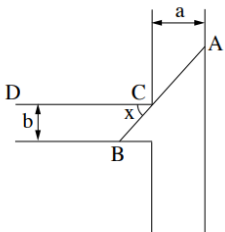


שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

8. א. $x \neq 1: g(x)$, $x \neq 3: f(x)$ (1) (2) $f(x): (0, \frac{1}{3}), (1, 0)$, $g(x): (0, 3), (3, 0)$ ב. $2 < t < 3$ ג. (1) $\frac{3-t}{t-1}$ (2) הוכחה (3) $\frac{(2t-4)(3-t)}{t-1}$ ד. $t = 2.41$	8. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{x-1}{x-3}$, $g(x) = \frac{x-3}{x-1}$. ענה על סעיף א בעבור כל אחת משתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה. (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים. בסרטוט שלפניך מתואר חלק מן הגרף של הפונקציה $f(x)$, חלק מן הגרף של הפונקציה $g(x)$, ומלבן החסום ביניהם ובין ציר ה- x. צלע BC של המלבן מונחת על ציר ה- x, והצלע הנגדית, AD, מחברת בין נקודה על הגרף של $f(x)$ ובין נקודה על הגרף של $g(x)$, כמתואר בסרטוט. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A. ב. קבע מהו תחום הערכים האפשרי של t. ג. (1) הבע באמצעות t את אורך הצלע AB. (2) הוכח ששיעור ה- x של הנקודה D הוא $4-t$. (3) הבע באמצעות t את שטח המלבן $ABCD$. ד. מצא את t שבעבורו שטח המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.	171. קיץ מועד מיוחד, תשפ"א
--	---	-----------------------------------



שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

8. א. (1) הוכחה II (2) ב. $x = 3.2$ ג. $-41.94a$ ד. $x = 3$	8. בסרטוט שלפניך מוצגת הפונקציה $f(x) = \sqrt{a \cdot x^4 + b \cdot x^3}$. נתון שתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $0 \leq x \leq 4$.  א. (1) הוכח כי $b = -4 \cdot a$. (2) לפניך שתי טענות I-II. רק אחת מהן נכונה. קבע מהי הטענה הנכונה, ונמק את קביעתך. I. $a > 0, b < 0$ II. $a < 0, b > 0$ הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $(f(x))^2$ המוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq 4$. מנקודה P מעבירים ישר המאונך לציר ה-x. M היא נקודת החיתוך של האנך עם ציר ה-x, O היא ראשית הצירים. ב. מהו שיעור ה-x של הנקודה P שבעבורו שטח המשולש PMO הוא מקסימלי? נמק את תשובתך. ג. בעבור שיעור ה-x ששמצאת בסעיף ב, בטא באמצעות a את השטח המקסימלי של המשולש PMO. ד. אם ידוע כי שיעור ה-x של הנקודה P נמצא בתחום שבו הפונקציה $(f(x))^2$ אינה יורדת, מהו שיעור ה-x של הנקודה P שבעבורו שטח המשולש PMO הוא מקסימלי? נמק את תשובתך.	172. קיץ מועד ב', 2021 תשפ"א
8. א. $AB = \frac{b}{\sin x} + \frac{a}{\cos x}$ ב. $x = 38.44^\circ$ ג. $b = 1.922$	8. תעלת מים ראשית ברוחב קבוע a מחוברת בניצב לתעלה משנית ברוחב קבוע b.  הנקודה C היא נקודת המפגש בין דופן של התעלה הראשית ובין דופן של התעלה המשנית (ראה סרטוט). מהנדסת מתכננת סכר ישר, שיצא מן הנקודה A שבדופן התעלה הראשית, יעבור דרך הנקודה C ויגיע עד הנקודה B שבדופן התעלה המשנית. הסכר ייצור זווית שגודלה x עם הדופן CD של התעלה המשנית, כמתואר בסרטוט. א. הבע באמצעות a, b ו-x את אורך הסכר AB. נתון כי $a = 2b$. ב. מצא את x שבעבורו אורך הסכר AB יהיה מינימלי. ג. ידוע כי האורך המינימלי של הסכר הוא 8. מצא את b.	173. חורף, 2022 תשפ"ב



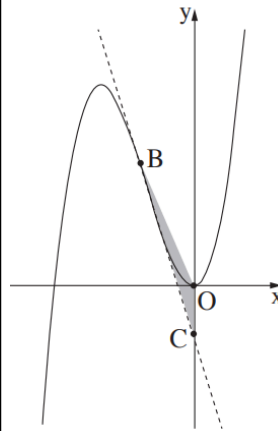
שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

174.	חורף נבצרים, 2022 תשפ"ב	8. חותכים חוט שאורכו k לשני חלקים. מחלק אחד של החוט יוצרים משולש שווה-צלעות ומן החלק האחר יוצרים מעגל. נסמן ב- x את אורך צלע המשולש. א. הבע באמצעות k את תחום ההגדרה של x . ב. הבע באמצעות k את אורך צלע המשולש, שעבורו סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי. ג. הראה כי כאשר סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי, אי אפשר לחסום את המשולש שהתקבל במעגל שהתקבל.	8. א. $0 < x < \frac{K}{3}$. ב. $0.21K$. ג. הוכחה
175.	קיץ מועד א', 2022 תשפ"ב	8. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^3$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$. א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$. (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x . נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של הפונקצייה $f(x)$ עם הפונקצייה $g(x)$. נסמן ב- p את שיעור ה- x של הנקודה A . p הוא פרמטר. ב. הביעו באמצעות p את אורך הקטע AB . ג. הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB . ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי? נמקו את התשובה.	8. א. (1) $f(x)$: כל x , $g(x)$: $x \geq 0$. (2) $(1,1)$, $(0,0)$. ב. $AB = p - p^2$. ג. $S_{\max} = \frac{128}{3,125} = 0.04096$. ד. לא.



שאלה 8 – בעיות ערך קיצון

176.	קיץ מועד ב', 2022 תשפ"ב	8. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^3 + 6x^2$, המוגדרת לכל x. הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני (ראו סרטוט). מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$. המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה C. נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה B. א. הביעו באמצעות t את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה B. ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה-x. ב. מהו תחום הערכים של t? הנקודה O היא ראשית הצירים. ג. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC.	8. א. $y = (3t^2 + 12t)x - 2t^3 - 6t^2$. ב. $-3 < t < 0$. ג. $\frac{2,187}{256}$.
------	----------------------------	--	---



דפי נוסחאות

טריגונומטריה וגאומטריה

זהויות:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\text{משפט הסינוסים: } \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \quad (\text{R – רדיוס המעגל החוסם})$$

$$\text{משפט הקוסינוסים: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma \quad (\gamma \text{ היא הזווית הכלואה בין } a \text{ ל- } b)$$

$$\text{שטח גזרה של } \alpha \text{ רדיאנים: } S = \frac{1}{2} \alpha R^2 \quad \text{אורך קשת של } \alpha \text{ רדיאנים: } \ell = \alpha R$$

$$\text{שטח משולש: } S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad (\alpha \text{ היא הזווית הכלואה בין } b \text{ ל- } c)$$

גופים במרחב

$$\text{פירמידה וחרוט: נפח: } V = \frac{B \cdot h}{3} \quad (B – \text{שטח הבסיס, } h – \text{גובה החרטום})$$

$$\text{חרוט: שטח מעטפת: } M = \pi R \ell \quad (R – \text{רדיוס העיגול, } \ell – \text{הקו היוצרת})$$

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (x^t)' = tx^{t-1} \quad (t \text{ ממשי})$$

$$(\sin x)' = \cos x \quad (\cos x)' = -\sin x \quad (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \quad \text{נגזרת של מכפלת פונקציות:}$$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} \quad \text{נגזרת של מנת פונקציות:}$$

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x) \quad \text{נגזרת של פונקציה מורכבת:}$$

$$u'(x) \text{ היא נגזרת של } u \text{ לפי } x \quad (\text{נגזרת פנימית})$$

$$f'(u) \text{ היא נגזרת של } f \text{ לפי } u \quad (\text{נגזרת חיצונית})$$

$$= -\frac{1}{x^2}$$

נוסחאות מתמטיקה

5 יחידות לימוד

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$\text{משוואה ריבועית: } (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{השורשים: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:
$S = \frac{a_1}{1-q}$ סכום אינסופי:		

$$\text{גדילה ודעיכה: } M_t = M_0 \cdot q^t \quad t: \text{זמן, } q: \text{שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן}$$

לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

הסתברות

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad \text{ההסתברות להצלחה היא } p$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

אינטגרלים:

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1, \text{ ממשי } t)$$

$$\text{אם } F(x) \text{ היא פונקציה קדומה של הפונקציה } f(x) \text{ אז: } \int f(mx+b) dx = \frac{1}{m} F(mx+b) + C$$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

מספרים מרוכבים

$$[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi) \quad \text{משפט דה-מואבר:}$$

$$z_k = \sqrt[n]{R} \left[\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) \right] \quad : z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

וקטורים

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad \text{אורך של וקטור:}$$

$$\underline{x} = a + t(b-a) + s(c-a) \quad \text{מישור דרך קצות הווקטורים } \underline{a}, \underline{b}, \underline{c} :$$

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha \quad \text{מכפלה סקלרית:}$$

$$\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{v}|} \quad \text{מרחק בין נקודה } \underline{p} \text{ למישור } \underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|} \quad \text{מציאת זווית בין הישר } \underline{a} + t\underline{b} \text{ למישור } \underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|} \quad \text{מציאת זווית בין המישורים } \underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0, \underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0 :$$

גאומטריה אנליטית

קו ישר:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{שיפוע, } m, \text{ של ישר העובר דרך הנקודות } (x_1, y_1), (x_2, y_2) :$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{משוואת ישר } y = mx + b \text{ עם שיפוע } m, \text{ העובר בנקודה } (x_1, y_1) :$$

$$\left(\frac{\ell x_1 + k x_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + k y_2}{k + \ell} \right) \quad \text{שקצותיו הם } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \text{ ביחס } \frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell} \quad \text{שיעורי הנקודה } C \text{ המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \text{שני ישרים, בעלי שיפועים } m_1, m_2 \text{ מאונכים זה לזה אם ורק אם}$$

$$d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right| \quad \text{מרחק הנקודה } (x_0, y_0) \text{ מהישר } Ax + By + C = 0 :$$

מעגל:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \quad \text{משוואת המשיק למעגל } (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \text{ בנקודה } (x_0, y_0) \text{ על המעגל:}$$

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

פרבולה:

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0) \quad \text{משוואת המשיק לפרבולה } y^2 = 2px \text{ בנקודה } (x_0, y_0) \text{ על הפרבולה:}$$

$$x = -\frac{p}{2} \quad \text{מדרוך של פרבולה:}$$

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right) \quad \text{מוקד של פרבולה:}$$

אליפסה:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{משוואת אליפסה:}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} \quad \text{מרחק המוקד מהראשית:}$$

$$r_1 + r_2 = 2a \quad \text{סכום מרחקי נקודה על האליפסה מהמוקדים:}$$

נוסחאות מורחב במתמטיקה

5 יחידות לימוד

וקטורים: מרחק בין נקודה $p = (p_1, p_2, p_3)$ למישור $v_1x + v_2y + v_3z + e = 0$:

$$d = \left| \frac{v_1p_1 + v_2p_2 + v_3p_3 + e}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}} \right|$$

$$S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

אלגברה: סכום סדרה חשבונית:

גאומטריה אנליטית:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

משוואת אליפסה

חזקות: ($b \neq 0, a \neq 0$)

$$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x ; \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} ; (a^x)^y = a^{x \cdot y} ; \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} ; a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} ; a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x} \quad (y \neq 0, a \neq 0)$$

טריגונומטריה:

$$P = 2\pi R \quad S = \pi R^2$$

שטח עיגול והיקפו:

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

זהויות בסיסיות:

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

נופים במרחב:

$$V = B \cdot h$$

נפח: $(B -$ שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

$$M = P \cdot h$$

שטח מועטפת: $(P -$ היקף הבסיס, h - גובה הגוף)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{mx+b})' = \frac{m}{2\sqrt{mx+b}}$$

$$\left(\frac{1}{mx+b}\right)' = \frac{-1 \cdot m}{(mx+b)^2}$$

אינטגרלים:

$$\int (mx+b)^t dx = \frac{1}{t+1} \cdot \frac{(mx+b)^{t+1}}{m} + C \quad (t \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{(mx+b)^2} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{-1}{(mx+b)} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{mx+b}} dx = \frac{2}{m} \cdot \sqrt{mx+b} + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos(mx+b) dx = \frac{1}{m} \sin(mx+b) + C$$

$$\int \sin(mx+b) dx = -\frac{1}{m} \cos(mx+b) + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^{mx+b} dx = \frac{1}{m} e^{mx+b} + C$$

$$\int a^{mx+b} dx = \frac{a^{mx+b}}{m \cdot \ln a} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad t \neq -1$$

$$\int \frac{1}{mx+b} dx = \frac{1}{m} \ln|mx+b| + C$$