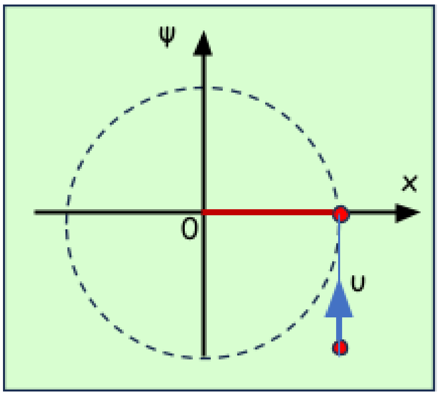
Υλικό σημείο σε κυκλική κίνηση

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο υπάρχει σχεδιασμένο σύστημα ορθογωνίων αξόνων Χ,Ψ . Νήμα μη εκτατό με μήκος R=1m ,έχει το ένα άκρο του στερεωμένο στο σημείο O(0,0) του συστήματος ενώ στο άλλο άκρο του είναι προσδεμένο σφαιρίδιο μάζας m και με τεντωμένο το νήμα το σφαιρίδιο βρίσκεται στη θέση A(1m , 0). Ένα δεύτερο όμοιο σφαιρίδιο έρχεται πάνω στο επίπεδο ,κάθετα στο νήμα με ταχύτητα υ και συγκρούεται πλαστικά με το πρώτο την t=0 , οπότε το συσσωμάτωμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση αντίθετα των δεικτών του ρολογιού περνώντας για 4η φορά από τη θέση κρούσης την t= 8s



1)Ποια η ταχύτητα του δεύτερου σφαιριδίου πριν τη κρούση.

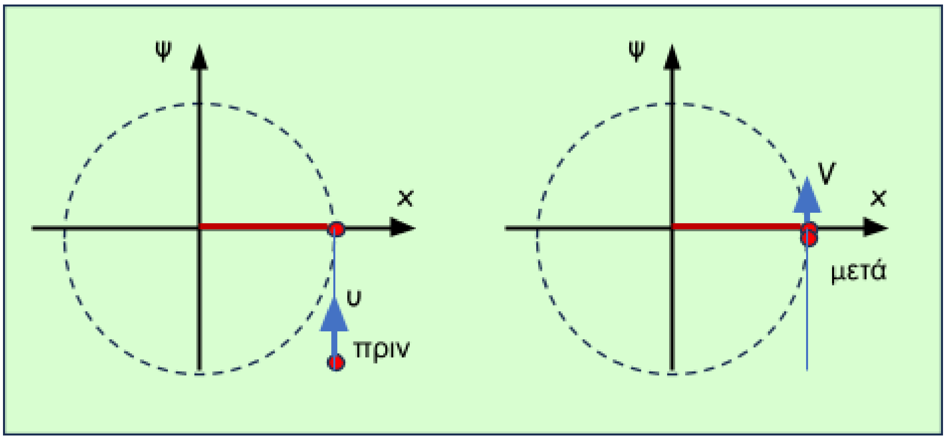
2)Να προσδιορίσετε τη θέση του συσσωματώματος ως προς το σύστημα Χ,Ψ την t=2,5s

3)Να παραστήσετε γραφικά την τεταγμένη του συσσωματώματος (απόσταση του συσσωματώματος από τον άξονα των x) σε σχέση με το χρόνο κατά την κίνηση του.

4)Ποιες χρονικές στιγμές η τεταγμένη του συσσωματώματος θα είναι 0,5m ενώ το συσσωμάτωμα θα βρίσκεται στο τόξο του 2ου τεταρτημόριου της κυκλικής κίνησης.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1)



Για το μονωμένο σύστημα των δύο σφαιριδίων ισχύει η ΑΔΟ οπότε: $m\upsilon + 0 = 2mV \Rightarrow \upsilon = 2V \ (1)$ όπου V είναι η γραμμική ταχύτητα της ομαλής κυκλικής κίνησης του συσσωματώματος ,το οποίο σύμφωνα με την εκφώνηση έχει συχνότητα

$$f = \frac{N}{t} \xrightarrow[t=8]{N=4} f = 0,5Hz \ \ \kappa\alpha\iota \ \ \omega = 2\pi f = 2\pi 0,5 \Rightarrow \omega = \pi \frac{r}{s}$$

$$\Gamma\nu\omega\rho\acute{\iota}\zeta o\upsilon\mu\varepsilon \ \acute{o}\tau\iota: \ V = \omega R \Rightarrow V = \pi \frac{m}{s}$$

$$A\pi\acute{o} \ \tau\eta\nu \ (1) \Rightarrow \upsilon = 2\cdot\pi \Rightarrow \upsilon = 2\pi \frac{m}{s}$$

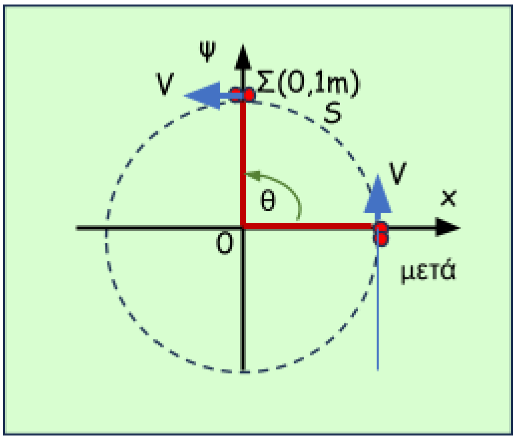
2) Την θέση του συσσωματώματος κάποια χρονική στιγμή μπορούμε να την βρούμε με διάφορους τρόπους.

1ος τρόπος:

$$\eta \ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha \ \sigma\tau\rho o\varphi\acute{\eta}\varsigma \ \theta = \omega t \xrightarrow{t=2,5s}$$

$$\theta = 2,5\pi \ rad = \left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right) rad$$

Άρα το συσσωμάτωμα θα έχει διαγράψει μια περιφορά και ένα τέταρτο αυτής δηλαδή θα βρεθεί Σ(0, 1m)



2ος τρόπος:

Το μήκος του τόξου που διαγράφει το συσσωμάτωμα με σταθερού μέτρου ταχύτητα είναι:

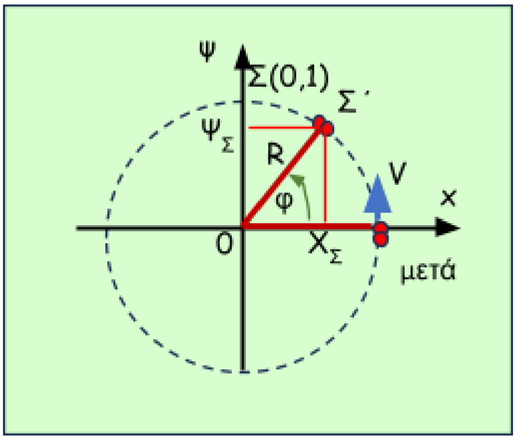
$$S = Vt \xrightarrow{t=2,5s} S = \pi 2,5 \Rightarrow S = 2,5\pi \ m$$

$$A\lambda\lambda\acute{\alpha} \ \upsilon = \omega R \Rightarrow \frac{S}{t} = \frac{\theta}{t} R \Rightarrow S = R\cdot\theta \Rightarrow \theta = \frac{S}{R} = \frac{2,5\pi}{1} \Rightarrow \theta = 2,5\pi \ rad \ \kappa.\lambda.\pi$$

$$\acute{o}\pi\omega\varsigma \ \pi\rho o\eta\gamma o\upsilon\mu\acute{\varepsilon}\nu\omega\varsigma$$

3ος τρόπος (με υπολογισμό συντεταγμένων)

Θεωρώντας το συσσωμάτωμα σε τυχαία θέση Σ΄ μετά στροφή φ=ωt ,θα υπολογίσουμε τις συντεταγμένες $Χ_Σ$ και $Ψ_Σ$



$$Χ_Σ = Rσυνφ = Rσυν(ωt) = 1συν(π2,5) =$$
$$1 \cdot συν\left(2π + \frac{π}{2}\right)m = 1 \cdot συν\frac{π}{2} \Rightarrow Χ_Σ = 0$$

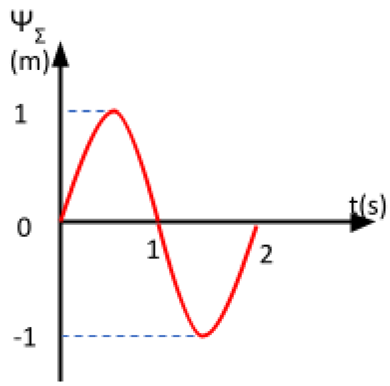
$$Ψ_Σ = Rημφ = Rημ(ωt) = 1ημ(π2,5) =$$
$$1 \cdot ημ\left(2π + \frac{π}{2}\right) = 1 \cdot ημ\frac{π}{2} \Rightarrow Ψ_Σ = 1m$$

Άρα τελικά η θέση του συσσωματώματος την t=2,5s ως προς το σύστημα Χ,Ψ θα είναι : Σ(0m, 1m)

3) Στο προηγούμενο ερώτημα και στον 3° τρόπο επίλυσης βρήκαμε την τεταγμένη $Ψ_Σ$ σε σχέση με το χρόνο η οποία είναι:

$$Ψ_Σ = Rημφ \Rightarrow Ψ_Σ = 1 \cdot ημ(πt)\ SI$$

Ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου με περίοδο $Τ = \frac{2π}{ω} = \frac{2π}{π} \Rightarrow Τ = 2s$



4)Από τη σχέση :

$$Ψ_Σ = 1 \cdot ημ(πt)\ SI \xrightarrow{ψ_Σ = 0,5m} 0,5 = 1ημ(πt) \Rightarrow ημ(πt) = \frac{1}{2} \Rightarrow πt = 5\frac{π}{6} + 2κπ \Rightarrow$$
$$t = \frac{5}{6} + 2κ\ \ με\ \ κ = 0,1,2,...$$

ΣΧΟΛΙΟ

Μια χρήσιμη παρατήρηση που θα την χρειαστείτε για του χρόνου.

Ενώ το συσσωμάτωμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση η τεταγμένη του ή αλλιώς η προβολή του στον άξονα Ψ , αν την φανταστούμε σαν υλικό σημείο εκτελεί, ταλάντωση μεταξύ των ακραίων θέσεων +R, -R .

Παντελεήμων Παπαδάκης

18/9/2024