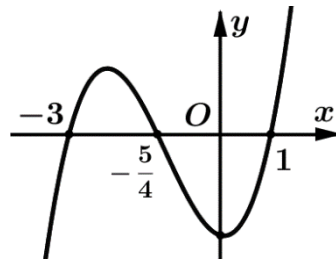


Câu 1. [2D1-6.3-3] (Cụm 8 trường Chuyên Lần 1) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + m$, $(a, b, c, d, m \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tập nghiệm của phương trình $f(x) = m$ có số phần tử là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Đàm Văn Thương ; Fb: Thương Đàm

Chọn D

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ (1)

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm đơn là -3 , $-\frac{5}{4}$, 1 .

Do đó $f'(x) = a(x+3)(4x+5)(x-1)$, $a \neq 0$. Hay $f'(x) = 4ax^3 + 13ax^2 - 2ax - 15a$ (2).

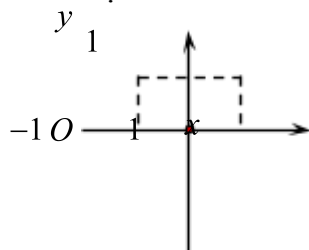
Từ (1) và (2) suy ra $b = \frac{13}{3}a$, $c = -a$ và $d = -15a$.

Khi đó phương trình $f(x) = m \Leftrightarrow ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx = 0 \Leftrightarrow a\left(x^4 + \frac{13}{3}x^3 - x^2 - 15x\right) = 0$

$\Leftrightarrow 3x^4 + 13x^3 - 3x^2 - 45x = 0 \Leftrightarrow x(3x-5)(x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{5}{3} \vee x = -3$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là $S = \left\{\frac{5}{3}; 0; -3\right\}$. **Chọn D**

Câu 2. [2D1-6.3-3] (CHUYÊN THÁI BÌNH LẦN V NĂM 2019) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = \log_2 m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $1 < m < 2$

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $m \geq 2$.

D. $m > 0$.

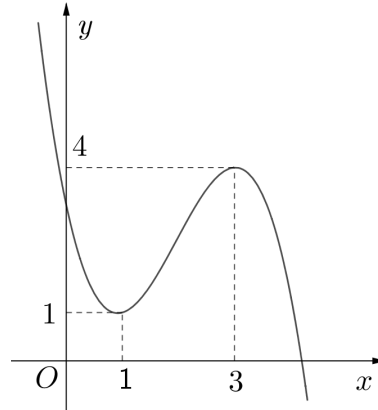
Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Ngọc; Fb: Van Ngoc Nguyen

Chọn A

Dựa vào đồ thị hình vẽ để phương trình $-x^4 + 2x^2 = \log_2 m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi $0 < \log_2 m < 1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Câu 3. [2D1-6.3-3] (CỤM-CHUYÊN-MÔN-HẢI-PHÒNG) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a, b, c, d là các số thực, có đồ thị như hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(e^{x^2}) = m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. Vô số.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tuấn Phương ; Fb: Nguyễn Tuấn Phương

Chọn C

Đặt $t = e^{x^2}$.

Ta có $t' = 2xe^{x^2}$.

$t' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên ta có bảng biến thiên

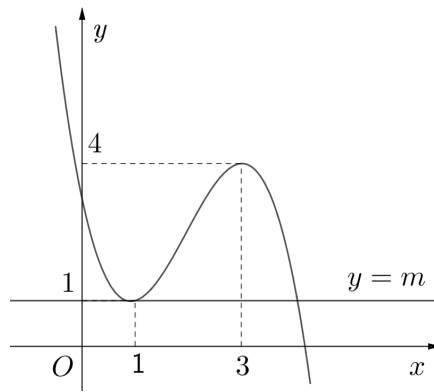
x	$-\infty$	0	$+\infty$
t'	$-$	0	$+$
t	$+\infty$	1	$+\infty$

Do đó $t \in [1; +\infty)$.

Phương trình đã cho trở thành $f(t) = m$ (1) với $t \in [1; +\infty)$.

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có một nghiệm

$t_1 = 1$ (ứng với nghiệm $x_1 = 0$) và nghiệm $t_2 > 1$ (ứng với hai nghiệm $x_{2,3} = \pm\sqrt{\ln t_2}$).



Dựa vào đồ thị hàm số suy ra có duy nhất một giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại hai điểm có hoành độ t_1, t_2 thỏa mãn điều kiện trên là $m = 1$.
 Vậy có duy nhất một giá trị nguyên của m thỏa mãn. Chọn đáp án C.

- Câu 4. [2D1-6.3-3] (SỞ BÌNH THUẬN 2019)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{1+x} + \sqrt{8-x} + \sqrt{8+7x-x^2} = m$ có nghiệm thực?
- A. 13. B. 12. **C. 6.** D. 7.

Lời giải

Tác giả: Lê Mai Hương; Fb: Le Mai Huong

Phản biện: Trần Đại Lộ; Fb: Trần Đại Lộ

Chọn C

Điều kiện: $x \in [-1; 8]$.

Đặt $t = \sqrt{1+x} + \sqrt{8-x}$ (*) $\Rightarrow t \in \left[\frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{8-x}} = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \right]$.

Mà $t(-1) = t(8) = 3; t \in \left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right] \Rightarrow t \in \left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]$.

Ta có (*) $\Rightarrow \sqrt{8+7x-x^2} = \frac{t^2-9}{2}$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t + \frac{t^2-9}{2} = m$ (*) $t \in \left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]$.

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow m \in \left[\min_{t \in \left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]} f(t); \max_{t \in \left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]} f(t) \right]$ với $f(t) = t + \frac{t^2-9}{2}$.

Xét hàm số $f(t) = t + \frac{t^2-9}{2}$ trên $\left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]$. Ta có: $f'(t) = 1+t > 0; t \in \left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]$ $\Rightarrow \begin{cases} \min_{t \in \left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]} f(t) = f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \\ \max_{t \in \left[\frac{3}{2}, 3\sqrt{2} \right]} f(t) = f(3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} + \frac{9}{2} \end{cases}$.

Suy ra $m \in \left(3\sqrt{2} + \frac{9}{2}, 3\sqrt{2} + \frac{9}{2}\right]$ mà $m \in \mathbb{Z}$.

Vậy $m \in \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ hay có 6 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.