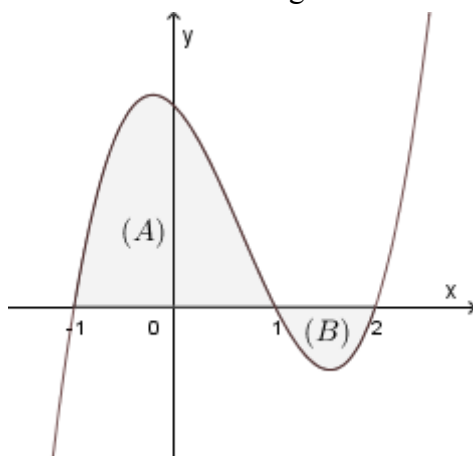


Câu 1. [2D3-5.7-3] (CHUYÊN THÁI BÌNH LẦN V NĂM 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích các hình phẳng (A) và (B) lần lượt

bằng 15 và 3. Tích phân $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x} f(3 \ln x + 2) dx$ bằng



A. 4.

B. -4.

C. 6.

D. -6.

Lời giải

Tác giả: Phan Minh Quốc Vinh; Fb: Vinh Phan

Chọn A

Hình phẳng (A) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$ và có phần đồ thị

nằm phía trên trục hoành nên ta có $\int_{-1}^1 f(x) dx = 15$.

Hình phẳng (B) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ và có phần đồ thị

nằm phía dưới trục hoành nên ta có $\int_1^2 f(x) dx = -3$.

$$I = \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x} f(3 \ln x + 2) dx$$

Xét tích phân

$$t = 3 \ln x + 2 \Rightarrow dt = \frac{3}{x} dx \Rightarrow \frac{dt}{3} = \frac{dx}{x}.$$

Đổi cận

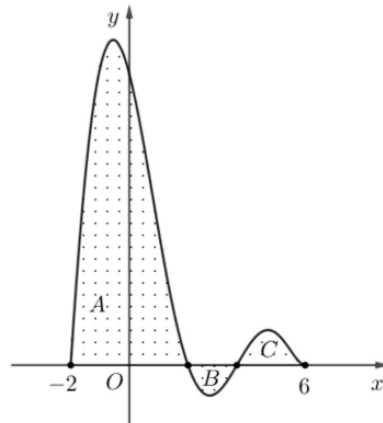
$$\text{Với } x = \frac{1}{e} \Rightarrow t = -1.$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow t = 2.$$

$$I = \int_{-1}^2 f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_{-1}^2 f(t) dt = \frac{1}{3} \left(\int_{-1}^1 f(t) dt + \int_1^2 f(t) dt \right) = \frac{1}{3} (15 - 3) = 4.$$

Do đó

Câu 2. [2D3-5.7-3] (Đặng Thành Nam Đề 12) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 6]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích các hình phẳng A, B, C trong hình vẽ lần lượt bằng $32; 2; 3$. Tích phân $\int_{-2}^2 (f(2x+2)+1)dx$ bằng (thiếu dấu cách)



A. 22,5.

B. 19,5.

C. 37.

D. 20,5.

Lời giải

Chọn D

Đổi biến $t = 2x + 2 \Rightarrow dt = 2dx; x = -2 \Rightarrow t = -2; x = 2 \Rightarrow t = 6$.

Khi đó:

$$I = \int_{-2}^2 (f(2x+2)+1)dx = \int_{-2}^6 (f(t)+1) \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_{-2}^6 f(t)dt + \frac{1}{2} \int_{-2}^6 dt = \frac{1}{2} \int_{-2}^6 f(t)dt + 4.$$

$$f(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = a \\ t = b \\ t = 6 \end{cases} \quad (-2 < a < b < 6).$$

Trên đoạn $[-2; 6]$ ta có

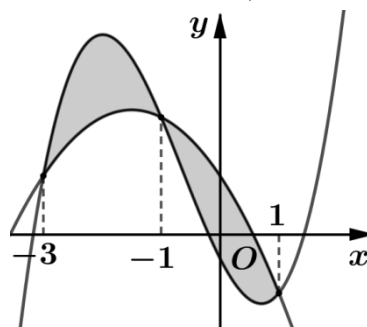
Dựa trên diện tích các hình phẳng

$$\int_{-2}^a f(t)dt = S_A = 32; \int_a^b f(t)dt = -S_B = -2; \int_b^6 f(t)dt = S_C = 3.$$

có:

$$\int_{-2}^6 f(t)dt = \int_{-2}^a f(t)dt + \int_a^b f(t)dt + \int_b^6 f(t)dt = 32 - 2 + 3 = 33. \quad \text{Vậy } I = \frac{33}{2} + 4 = 20,5.$$

Câu 3. [2D3-5.7-3] (Cụm 8 trường Chuyên Lần 1) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho (miền tô đậm) có diện tích bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Lan; Fb: Ngoclan nguyen

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là

$$ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2} = dx^2 + ex + 1 \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = 0$$

Do đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là

$$-3; -1; 1 \text{ nên } ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = k(x+3)(x+1)(x-1) \quad (1) \text{ trong đó } k \neq 0.$$

$$(1) \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = k(x^3 + 3x^2 - x - 3)$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = kx^3 + 3kx^2 - kx - 3k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = k \\ b-d = 3k \\ c-e = -k \\ -\frac{3}{2} = -3k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b-d = \frac{3}{2} \\ c-e = -\frac{1}{2} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $f(x) - g(x) = \frac{1}{2}(x^3 + 3x^2 - x - 3)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho (miền tô đậm) là

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{-3}^{-1} \frac{1}{2}(x^3 + 3x^2 - x - 3) dx \right| + \left| \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(x^3 + 3x^2 - x - 3) dx \right| \\ &= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{4}x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x \right) \right|_{-3}^{-1} + \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{4}x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x \right) \right|_{-1}^1 = 2 + 2 = 4. \end{aligned}$$