

**الجزء الثاني :** في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

لتكن النقط  $A, B, J, K$  و لواحها على الترتيب :  $z_A = 1+i, z_B = 1-i, z_J = i\sqrt{2}$  و

$$z_K = e^{\frac{3i\pi}{4}}.$$

**التمرين الأول :**

1. أكتب العبارة المركبة للانسحاب الذي شعاعه  $\vec{u}(-1;2)$ .

2. أكتب العبارة المركبة للتحاكي ذي المركز  $O$  مبدأ المعلم ونسبته 3.

3.  $\Omega$  نقطة لاحقتها العدد المركب  $\omega = 1-i$ .

✓ عين العبارة المركبة للتحاكي ذي النسبة  $-\frac{1}{2}$  والمركز  $\Omega$ .

4. أكتب عبارة مركبة للدوران الذي مركزه  $O$  مبدأ المعلم وزاويته  $\frac{\pi}{6}$ .

**التمرين الثاني :**  $t$  تحويل نقطي في المستوي يحول  $M(z)$  إلى  $M'(z')$  حيث  $z' = \alpha z + \beta$

في كل من الحالات المقترحة أدناه ، عيّن طبيعة التحويل  $t$  مع ذكر عناصره المميزة .

1.  $\alpha = 1$  و  $\beta = 3+i$  . ب.  $\alpha = i$  و  $\beta = 1-i$  .

ج.  $\alpha = \frac{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{2}$  و  $\beta = 0$  . د.  $\alpha = \frac{5}{2}$  و  $\beta = \frac{2i}{5}$  .

**التمرين الرابع :**

$K$  هو التحويل في المستوي الذي يرفق بكل نقطة  $M(x;y)$  النقطة  $M'(x';y')$

$$\left. \begin{aligned} x' &= -3x + 3y + 10 \\ y' &= -3x - 3y + 5 \end{aligned} \right\} \text{ حيث}$$

نضع  $z = x + iy$  و  $z' = x' + iy'$ .

أ. أكتب  $z'$  بدلالة  $z$  . ب. ما هي طبيعة التحويل  $T$  مبينًا عناصره المميزة ؟

**التمرين الخامس :** نعتبر النقط  $A(1;0)$  ,  $A'(-3;-5)$  ,  $B(-4;5)$  ,  $B'(-3;0)$

(1) أعط العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$  الذي يحول  $A$  إلى  $A'$  و يحول  $B$  إلى  $B'$

(2) ما هي العناصر الهندسية المميزة للتشابه المباشر  $S$  ؟

(3) عين إحداثيي النقطة  $C'$  صورة النقطة  $C(-1;5)$  بالتشابه

**التمرين السادس :** **الجزء الأول :**

نعتبر  $P$  كثير الحدود المعرف على  $\mathbb{C}$  بـ :  $p(z) = z^3 - (2+i\sqrt{2})z^2 + 2(1+i\sqrt{2})z - 2i\sqrt{2}$

1. أثبت أن العدد المركب  $z_0 = i\sqrt{2}$  هو حل للمعادلة  $p(z) = 0$ .

2. **a)** عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث :  $p(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$ .

### التمرين الثالث :

❖  $T$  هو التحويل في المستوى الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات الإحداثيتين  $(x, y)$  ، النقطة  $M'$  ذات الإحداثيتين  $(x', y')$  حيث : 
$$\begin{cases} x' = 1 - y \\ y' = x - 2 \end{cases}$$
 نضع  $z = x + iy$  و  $z' = x' + iy'$

أ - أكتب  $z'$  بدلالة  $z$  . ب - ما هي طبيعة التحويل  $T$  مبينا عناصره المميزة ؟

❖  $F$  هو التحويل في المستوى الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات الإحداثيتين  $(x, y)$  ، النقطة  $M'$  ذات الإحداثيتين  $(x', y')$  حيث : 
$$\begin{cases} x' = 2x - \frac{3}{2} \\ y' = 2y + \frac{1}{2} \end{cases}$$

أ - أكتب العبارة المركبة للتحويل  $F$  . ب - ما هي طبيعة التحويل  $F$  مبينا عناصره المميزة ؟

### التمرين الثامن :

نعتبر كثير الحدود حيث :  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$  و  $z$  عدد مركب .

(1) أحسب  $P(-1)$  ، ثم حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $P(z) = 0$  .

(2) المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس  $\left( \vec{o}; \vec{u}, \vec{v} \right)$  ، نعتبر النقط

$A, B, C, D$  و  $G$  من المستوي لواحقها على الترتيب هي :

$$z_G = 3 \text{ و } z_D = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_C = 2 - i\sqrt{3}, z_B = 2 + i\sqrt{3}, z_A = -1$$

1. علم النقط  $A, B, C, D$  و  $G$  .

2. أكتب  $z_D^{2015}$  على الشكل المثلثي ثم عين الشكل الجبري لـ :  $(z_D)^{2015}$  .

3. أحسب الأطوال  $AB, BC$  و  $AC$  . إستنتج طبيعة المثلث  $ABC$

4. عين عمدة العدد المركب  $z_G - z_C$  ، ثم إستنتج طبيعة المثلث  $GAC$  . 
$$\frac{z_A - z_C}{z_C - z_D}$$

هـ. عين عمدة العدد المركب  $z_A - z_D$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا . 
$$\frac{z_C - z_D}{z_A - z_D}$$

(3) نعتبر  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث :

$$CG = 12 \cdot \left( -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right) \dots\dots\dots (1)$$

✓ بين أن النقطة  $G$  هي مرجح الجملة  $\{(A, -1); (B, 2); (C, 2)\}$  .

✓ بين أن العلاقة (1) تكافئ  $\overrightarrow{GM} \cdot \overrightarrow{CG} = -4 \dots\dots\dots (2)$

✓ بين أن النقطة  $A$  تنتمي إلى المجموعة  $(E)$  .

✓ بين أن العلاقة (2) تكافئ  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{GC} = 0$

✓ إستنتج طبيعة المجموعة  $(E)$  ثم أنشئها .

الأستاذ : دهيم أسامة

(1) أنشئ النقط  $A, B, J$  و  $K$  .

2. إستنتج الطبيعة الهندسية والعناصر المميزة للتحويل  $S$ .

3. ليكن  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $x + y + 1 = 0$

أكتب معادلة المستقيم  $(D)$  صورة المستقيم  $(\Delta)$  بالتحويل  $S$ .

4. أكتب العبارة المركبة للتحويل  $S \circ S$ .

5. برهن أن  $S \circ S$  هو تشابه مباشر ' يطلب إستنتاج نسبته وزاويته.

2) لتكن النقطة  $L$  نظيرة النقطة  $J$  بالنسبة إلى النقطة  $K$ .

• برهن أن لاحقة النقطة  $L$  هي  $z_L = -\sqrt{2}$ .

3) أثبت أن النقط  $A, B, J, L$  تنتمي إلى نفس الدائرة (S) يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

4) لتكن النقطة  $D$  ذات اللاحقة  $z_D = -1 + i$ . الدوران الذي مركزه  $O$  ويحول  $J$  إلى  $D$

✓ أوجد زاوية الدوران  $\alpha$

✓ لتكن النقطة  $C$  صورة النقطة  $L$  بالدوران  $R$ . أوجد لاحقة النقطة  $C$

### التمرين السابع :

1) ليكن  $z_1 = \sqrt{2}(1-i)$  ,  $z_2 = \frac{\sqrt{2} + (-1 + \sqrt{2})i}{1 - z_1}$ .

(1) أكتب العدد  $z_1$  على الشكل المثلثي .

(2) برهن أن  $z_2 = -i$  .

2) لتكن  $M$  و  $M'$  نقطتان من المستوي لاحقتاهما عل الترتيب  $z = x + iy$  و

$$z' = (x' + iy')$$

$S$  تحويل نقطي يرفق بكل نقطة  $M$  النقطة  $M'$  حيث

$$\begin{cases} x' = \sqrt{2}(x + y + 1) \\ y' = \sqrt{2}(-x + y + 1) - 1 \end{cases}$$

1. أكتب  $z'$  بدلالة  $z$  .