3.2 STATISTIK UJI PEARSON KHI-KUADRAT

Statistik uji Pearson chi-kuadrat merupakan alat analisis untuk menguji hubungan atau pengaruh dua buah peubah nominal dan mengukur kuat tidaknya hubungan antara peubah yang satu dengan peubah lainnya. Statistik uji Pearson chi-kuadrat merupakan statistik uji untuk tabel kontingensi terdiri dari penjumlahan semua sel dan menghasilkan statistik uji dengan derajat kebebasan $(I - 1)(J - 1)$. Derajat kebebasan dapat ditentukan dengan menggunakan alasan yang sama yang diberikan dalam Bab 2; yaitu, mengingat frekuensi marjinal, hanya $(I - 1)(J - 1)$ frekuensi sel yang "bebas" untuk bervariasi, sedangkan frekuensi sel yang tersisa ditentukan berdasarkan frekuensi marjinal.

Dengan kata lain, hipotesis nol untuk contoh ini menyatakan bahwa distribusi hasil gejala depresi harus sama di ketiga kelompok perlakuan yang berbeda. Jika demikian halnya, maka distribusi keseluruhan gejala depresi yang berkurang, atau distribusi gejala yang marginal, akan sama untuk setiap kelompok perlakuan. Oleh karena itu, distribusi yang diharapkan dari penurunan gejala depresi dalam setiap kelompok perlakuan dihitung berdasarkan distribusi marginal dari hasil gejala depresi. Data hipotetis untuk contoh kita disajikan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.3 Frekuensi Pengamatan untuk Perlakuan Obat terhadap Penurunan Gejala Depresi

		Penurunan Gejala Depresi		Total
		Ya	Tidak	
Perlakuan	Obat baru	16	9	25
	Obat yang ada	12	13	25
	Kontrol	5	20	25
Total		33	42	75

Dengan menggunakan frekuensi yang diamati, distribusi probabilitas marginal dari hasil gejala depresi adalah sebagai berikut:

P(penurunan gejala depresi = Ya) = $p_{.1}$ = 33/75 = 0,44;
P(penurunan gejala depresi = Tidak) = $p_{.2}$ = 42/75 = 0,56.

Terkait independen, distribusi probabilitas ini harus berlaku untuk masing-masing kelompok perlakuan. Misalnya, karena ada 25 orang yang menerima obat baru, di bawah kemerdekaan 44% di antaranya diharapkan menunjukkan penurunan gejala depresi dan 56% di antaranya tidak diharapkan menunjukkan penurunan gejala depresi. Oleh karena itu, distribusi frekuensi untuk grup tersebut (atau pada baris tabel tersebut) diharapkan menjadi:

Tabel 3.4 Frekuensi Harapan Pengamatan untuk Perlakuan Obat terhadap Penurunan Gejala Depresi

		Penurunan Gejala Depresi		Total
		Ya	Tidak	
Perlakuan	Obat baru	11	14	25
	Obat yang ada	11	14	25
	Kontrol	11	14	25
	Total	33	42	75

- Frekuensi harapan dari penurunan gejala depresi = (0,44)(25) = 11;
- Frekuensi harapan tidak ada penurunan gejala depresi = (0,56)(25) = 14.

Selain itu, dengan asumsi hipotesis nol benar, probabilitas marjinal 0,44 dan 0,56 untuk apakah pasien melaporkan gejala depresi yang lebih rendah, masing-masing, berlaku untuk ketiga kelompok perlakuan dan, karena semua kelompok kebetulan memiliki 25 individu, frekuensi yang sama distribusi diharapkan untuk ketiga kelompok perlakuan. Frekuensi yang diharapkan ini diringkas dalam Tabel 3.4 dan mencerminkan fakta bahwa di bawah hipotesis nol, probabilitas keseluruhan 0,44 dan 0,56 di seluruh kategori hasil diharapkan bertahan dalam masing-masing kelompok. Perhatikan sekali lagi bahwa frekuensi marginal yang diharapkan pada Tabel 3.3 identik dengan frekuensi marginal yang diamati pada Tabel 3.2.

Oleh karena itu, untuk contoh perlakuan obat, derajat kebebasannya adalah (3 – 1)(2 – 1) = 2, dan statistik ujinya adalah:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\frac{\left(O_{ij}-E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{\left(O_{11}-E_{11}\right)^2}{E_{11}}+\frac{\left(O_{12}-E_{12}\right)^2}{E_{12}}+\frac{\left(O_{21}-E_{21}\right)^2}{E_{21}}+\frac{\left(O_{22}-E_{22}\right)^2}{E_{22}}+\frac{\left(O_{31}-E_{31}\right)^2}{E_{31}}+\frac{\left(O_{32}-E_{32}\right)^2}{E_{32}}\\ &= \frac{\left(16-11\right)^2}{11}+\frac{\left(9-14\right)^2}{14}+\frac{\left(12-11\right)^2}{11}+\frac{\left(13-14\right)^2}{14}+\frac{\left(5-11\right)^2}{11}+\frac{\left(20-14\right)^2}{14}=10,065\end{aligned}$$

3.3 STATISTIK UJI RASIO LIKELIHOOD

Metode rasio likelihood membandingkan likelihood (probabilitas) dari data yang diamati yang diperoleh dengan menggunakan proporsi yang ditentukan di bawah hipotesis nol dengan likelihood data yang diamati diperoleh dengan menggunakan estimasi sampel yang diamati. Likelihood diperoleh berdasarkan hipotesis nol dilambangkan dengan L_0 dan likelihood yang diperoleh dengan menggunakan estimasi sampel dilambangkan dengan L_1. Rasio L_0/L_1 mewakili rasio likelihood. Jika L_1 (likelihood yang diperoleh dari data yang diamati) jauh lebih besar dari

L_0 (likelihood di bawah H0), rasio likelihood akan jauh lebih kecil dari satu dan akan menunjukkan bahwa data memberikan bukti terhadap hipotesis nol. Statistik uji rasio likelihood diperoleh dengan mengambil logaritma natural (ln) dari rasio likelihood dan mengalikannya dengan -2. Secara khusus, statistik uji rasio likelihood :

$$G^2 = -2\ln\left(\frac{L_0}{L_1}\right) = -2\left[\ln\left(L_0\right) - \ln\left(L_1\right)\right]$$

Statistik uji rasio likelihood mengikuti distribusi chi-kuadrat. Untuk contoh perlakuan obat, derajat kebebasannya adalah (3 – 1)(2 – 1) = 2, dijumlahkan pada semua sel dalam Tabel 3.3, menghasilkan

$$G^2 = 2\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} O_{ij}\ln\left(\frac{O_{ij}}{E_{ij}}\right) \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\left[O_{11}\ln\left(\frac{O_{11}}{E_{11}}\right) + O_{12}\ln\left(\frac{O_{12}}{E_{12}}\right) + O_{21}\ln\left(\frac{O_{21}}{E_{21}}\right) + O_{22}\ln\left(\frac{O_{22}}{E_{22}}\right) + O_{31}\ln\left(\frac{O_{31}}{E_{31}}\right) + O_{32}\ln\left(\frac{O_{32}}{E_{32}}\right)\right] \\
&= 2\left[16\ln\left(\frac{16}{11}\right) + 9\ln\left(\frac{9}{14}\right) + 12\ln\left(\frac{12}{11}\right) + 13\ln\left(\frac{13}{14}\right) + 5\ln\left(\frac{5}{11}\right) + 20\ln\left(\frac{20}{14}\right)\right] \\
&= 10,581
\end{aligned}$$

Statistik uji yang diperoleh sebesar 10,581 dengan distribusi chi-kuadrat dengan derajat kebebasan sama dengan 2, kita melihat bahwa statistik uji melebihi nilai kritis 5,99 pada tingkat signifikansi 5% sehingga hipotesis nol dapat ditolak. Kesimpulan di sini sama dengan yang diperoleh dengan statistik X^2 sebelumnya; yaitu, kemungkinan penurunan gejala depresi tidak sama untuk ketiga kelompok perlakuan.

3.4 UJI INDEPENDENSI

Uji independensi digunakan untuk melihat ada tidaknya hubungan antara dua peubah atau lebih. Pengujian ini hampir sama dengan korelasi, akan tetapi pada uji independensi dengan menggunakan metode *chi square*, peubah-peubah yang dianalisis haruslah berupa peubah yang bersifat kategorik atau berskala pengukuran nominal / ordinal. Berikut ini uji independensi tabel kontingensi dua-arah:

- H_0 : $p_{ij} = p_{i\bullet} \times p_{\bullet j}$ (tidak ada hubungan antara peubah *X* dan peubah *Y*)

H_1 : $p_{ij} \neq p_{i\bullet} \times p_{\bullet j}$ (ada hubungan antara peubah *X* dan peubah *Y*)

$i = 1, 2, 3, ..., I$ $\quad\quad$ $j = 1, 2, 3, ..., J$

- Taraf signifikansi : α = 0,05
- Statistik uji :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \frac{\left(O_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}}$$

- Kriteria keputusan :

H_0 ditolak jika $\chi^2_{hitung} \geq \chi^2_{tabel}$ dengan derajat bebas 1

p-value < α

- Kesimpulan

Berikut ini uji independensi tabel kontingensi tiga-arah:

- H_0 : $p_{ijk} = p_{i\bullet\bullet} \times p_{\bullet j \bullet} \times p_{\bullet\bullet k}$ (tidak ada hubungan antara peubah *X*, *Y* dan *Z*)

H_1 : $p_{ijk} \neq p_{i\bullet\bullet} \times p_{\bullet j \bullet} \times p_{\bullet\bullet k}$ (ada hubungan antara peubah *X*, *Y* dan *Z*)

- Taraf signifikansi : α = 0,05
- Statistik uji :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \frac{\left(O_{ijk} - E_{ijk}\right)^2}{E_{ijk}}$$

- Kriteria keputusan :

H_0 ditolak jika $\chi^2_{hitung} \geq \chi^2_{tabel}$ dengan derajat bebas (*I* – *1*)(*J* – *1*) (*K* – *1*)

p-value < α

- Kesimpulan

3.5 UJI KEHOMOGENAN

Uji homogenitas merupakan uji untuk kesamaan proporsi dilakukan dengan model dua sampel yang terpisah. Hipotesis untuk uji homogenitas yaitu:

- H_0 : $p_{i1\bullet} = p_1$; $p_{i2\bullet} = p_2$; …; $p_{ij\bullet} = p_j$; i = 1, 2, 3,… (homogen)

H_1 : $p_{i1\bullet} \neq p_1$; $p_{i2\bullet} \neq p_2$; …; $p_{ij\bullet} \neq p_j$ (tidak homogen/heterogen)

- Taraf signifikansi : $\alpha = 0,05$
- Statistik uji :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\frac{\left(O_{ijk} - E_{ijk}\right)^2}{E_{ijk}}$$

- Kriteria keputusan :

  H_0 ditolak jika $\chi^2_{hitung} \geq \chi^2_{tabel}$ dengan derajat bebas $(I-1)(J-1)(K-1)$

  p-value $< \alpha$
- Kesimpulan

Uji kehomogenen berbeda dengan uji independensi. Uji homogenitas didasarkan pada 2 sampel terpisah, sedangkan pada uji independensi didasarkan pada 1 sampel,.