

***Розробка нестандартних уроків  
з геометрії за темою  
«Розв’язування прямокутних  
трикутників»***

**Упорядник:**

*Плейзор К.Т., вчитель  
математики  
Навчально-виховного  
комплексу №2  
м. Хмельницький*

**2023**

## Зміст

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Опис .....                                                                                 | 4  |
| 2. План вивчення теми.....                                                                    | 7  |
| 3. Урок-мандрівка. «Теорема Піфагора».....                                                    | 8  |
| 4. Урок-дослідження. «Теорема Піфагора. Різні доведення теореми Піфагора».....                | 18 |
| 5. Урок-«бенефіс». «Розв'язування задач».....                                                 | 30 |
| 6. Урок-консультація «Розв'язування задач».....                                               | 37 |
| 7. Урок-захист проекту. «Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника»..... | 42 |
| 8. Урок – прес-конференція. «Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника».. | 48 |
| 9. Урок-проблемна лекція. «Розв'язування прямокутних трикутників».....                        | 56 |
| 10. Урок-практикум з розв'язування задач. «Розв'язування прямокутників трикутників»...        | 59 |
| 11. Урок-презентація. «Розв'язування прикладних задач».....                                   | 61 |
| 12. Урок-практикум з розв'язування задач. «Розв'язування задач».....                          | 67 |
| 13. Урок-скарбниця. «Розв'язування задач».....                                                | 72 |
| 14. Урок-семінар. «Розв'язування задач».....                                                  | 77 |
| 15. Урок-контрольна робота. «Контрольна робота»...                                            | 82 |
| 16. Урок-огляд знань. «Аналіз контрольної роботи».....                                        | 85 |

## Опис

**Назва проєкту:** Розробка уроків з геометрії з теми «Розв'язування прямокутних трикутників» для 8 класу

Обґрунтування вибору проблеми.

Тема займає важливе значення в курсі геометрії не тільки 8 класу, а й у старших класах, насичена великою кількістю понять та завдань практичного характеру, традиційні уроки знижують інтерес до вивчення предмету. Система нестандартних уроків сприятиме формуванню в учнів інтересу до вивчення геометрії та активізації навчальної діяльності учнів.

**Завдання проєкту**

- 1.Розробити план вивчення теми.
- 2.Розробити конспекти кожного заняття.
3. Розробити діагностичні матеріали з теми.

**Характеристика проєкту:**

**За кінцевим результатом:** практико-орієнтовний;

**За змістом:** монопредметний;

**За кількістю учасників:** індивідуальний;

**За тривалістю:** короткочасний;

**За ступенем самостійності:**

репродуктивно-дослідний

**За характером контактів:** внутрішній.

**База реалізації проекту:** Хмельницький НВК №2

**Учасники проекту:**

1.Вчитель математики Плейзор К.Т.

**Прогнозований результат:** сформоване вміння

учнів мислити , а не накопичувати певну суму

знань і поглядів; розвинена комунікабельність,

вміння працювати злагоджено у парах та групах і

спільно досягати мети.

**Ресурси:**

**Людські:** вчитель

**Матеріально-технологічні :** наявність досвіду,

комп'ютер, ксерокс, папір.

## **План вивчення теми**

1. Теорема Піфагора.
2. Перпендикуляр і похила, їх властивості.
3. Розв'язування задач
4. Розв'язування задач
5. Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника.
6. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.
7. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.
8. Розв'язування прямокутних трикутників.
9. Розв'язування прямокутних трикутників.
10. Прикладні задачі.
11. Розв'язування задач
12. Розв'язування задач
13. Контрольна робота
14. Аналіз контрольної роботи. Розв'язування задач

## **1. Урок-мандрівка**

Тема уроку: Теорема Піфагора.

Мета уроку: засвоєння учнями формулювання та доведення теореми Піфагора; розвивати вміння аналізувати та робити висновки; формувати вміння використовувати набуті знання на практиці; розвивати інтерес до вивчення геометрії; виховувати культуру викладу своїх думок та культуру виконання геометричних записів; вміння виступати публічно.

Тип уроку: урок засвоєння нових знань, вмінь та навичок.

Метод проведення: пояснювально-спонукальний.

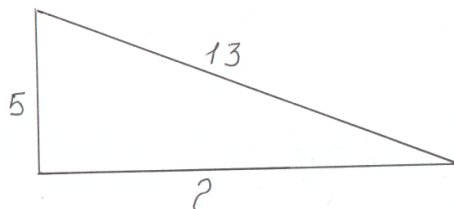
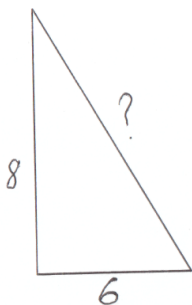
Форма організації навчання: учень-учитель.

### **Хід уроку**

I. Вступне слово вчителя про те, що урок буде нестандартним, а саме: урок-мандрівка. Провести його допоможуть учні-гіди, які виконуватимуть роль учителя.

Гаслом нашого уроку стануть слова  
Й.Кеплера «Геометрія володіє двома скарбами:  
один з них – це теорема Піфагора, а другий – поділ  
відрізка у середньому і крайньому відношенні...  
Перший можна порівняти з мірою золота, а другий  
більше нагадує коштовний камінь».

Сьогодні ми розпочнемо дізнаватись чому  
теорему Піфагора можна порівняти з мірою  
золота.



## II. Мотивація навчання .

Проектуємо малюнок:

Чи можемо знайти невідомі сторони?

У цьому допоможе теорема Піфагора.

## III. Повідомлення теми й мети уроку.

IV. Учень, який виконує роль учителя, знайомить усіх з маршрутом учасників мандрівки.

Використати наступну таблицю:

| Станція<br>«Історична»                                                                     | Станція<br>«Навчальна»                            | Станція<br>«Практична»                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| «Історію математики не можна відділити від загальної історії культури»<br>Б. Вандер Ванден | «Геометрія є пізнання всього існуючого»<br>Платон | «У величезному саду геометрії кожен може підібрати собі букет за смаком» |

V. Засвоєння учнями нових знань.

1. Один з гідів (учень) веде мандрівників до станції «Історична».

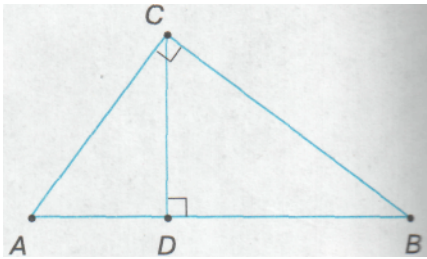
Дає історичну довідку: Піфагор Самоський (бл. 580 – 500 р. до н. е.) народився у Стародавній

Греції на острові Самосі у багатій купецькій сім'ї. Здобув добру освіту, запозичив багато знань з математики Єгипту та Вавилону. Займався музикою, гімнастикою, був переможцем олімпійських ігор. У місті Кротоні (грецькій колонії на півдні Італії) створив свою школу, яка діяла майже 30 років і здобула велику популярність досягненнями в галузі математики й астрономії. Йому належить доведення теореми, яка носить його ім'я. Піфагор один з перших вважав, що Земля має форму кулі і є центром Всесвіту, що Сонце, Місяць і планети мають власний рух.

Піфагор загинув, коли йому було майже 90 років.

2. Інший учень-гід веде учнів до станції «Навчальна».

- формулює теорему Піфагора;
- проектує на дошку рисунок:



- пояснює доведення теореми, учні користуються підручником.

- підводить підсумок: фронтальне опитування: 1) Яку теорему вивчили? 2) Що використали при доведенні?

- повернімось до початку уроку.

Чи можна знайти невідомі сторони поданих трикутників? (Знаходять колективно).

3. Другий гід пропонує сформулювати обернену теорему:

«Якщо квадрат сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших його сторін, то цей трикутник – прямокутний».

- Пропонує учням готову таблицю з доведенням:



$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

Довести:  $\angle ACB = 90^\circ$ .

Доведення.

1) Будуємо  $CD \perp AC$  у точці С.

2) Відкладаємо  $CD = BC$ .

3) Сполучаємо А і D, дістаємо прямокутний  $\triangle ACD$ . У  $\triangle ACD$   $AD^2 = AC^2 + CD^2$  за теоремою Піфагора. За умовою:  $AB^2 = AC^2 + BC^2$ . Порівнюючи  $AD^2$  і  $AB^2$  і враховуючи, що  $CD = BC$ , маємо, що  $AD = AB$ . Отже,  $\triangle ABC = \triangle ACD$ . Тому  $\angle ACB = \angle ACD = 90^\circ$ .

4. Перший гід: за два тисячоліття до нашої ери, ще до Піфагора, єгипетські землеміри будували прямий кут, встромивши кілки у землю і натягнувши у формі трикутника мотузку з вузлами на відстані 3, 4 і 5 одиниць так, щоб вузли співпали кілками. Цей трикутник називається єгипетським або «Піфагоровим». У нього :  $5^2 = 3^2 + 4^2$ . Кут, що лежить проти більшої сторони, прямий.

- Підсумок: засвоїли формулювання та доведення теореми Піфагора.

- Розв'язування задачі з підручника: «сторона ромба – 10 см., а одна з діагоналей – 16 см..

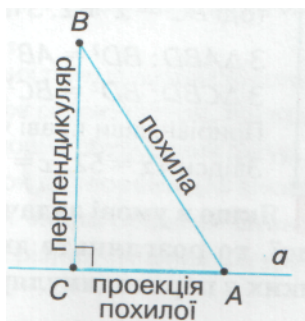
Знайдіть другу сторону ромба». Учень пояснює.

Решта здійснюють запис за підручником.

- Знаходження сторони, висоти, діагоналі деяких фігур.

Потрібно виділити прямокутний трикутник на малюнку. Скористатись властивостями фігури і застосувати теорему Піфагора.

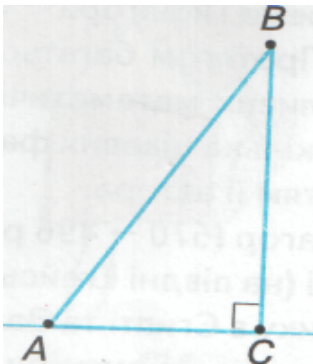
- Другий гід за малюнком дає учням відомості про перпендикуляр та похилу та їх властивості:

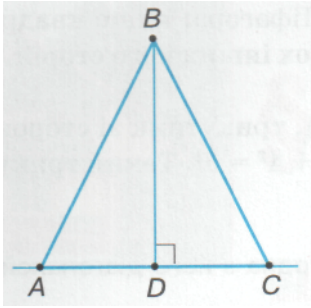


- 1) будь-яка похила більша за перпендикуляр;
- 2) рівні похилі мають рівні проекції;
- 3) з двох похилих більша та, в якій проекція більша.

5. Учні колективно показують, що ці властивості випливають з теореми Піфагора:

1)

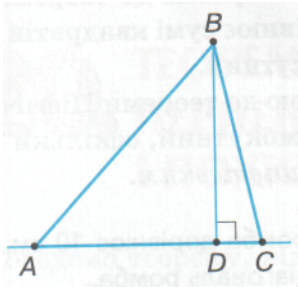




З прямокутних трикутників  $\triangle ABD$  і  $\triangle CBD$

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2}, \quad DC = \sqrt{BC^2 - BD^2} \quad (\text{за умовою } AB = BC)$$

Отже,  $AD = DC$



З прямокутних трикутників  $\triangle ABD$  і  $\triangle CBD$ :  $AB =$

$$\sqrt{AD^2 + BD^2}, \quad BC = \sqrt{DC^2 + BD^2}. \quad \text{У цих рівностях } AD > DC. \quad \text{Отже, } AB > BC$$

6. Гід пропонує учням опрацювати за підручником задачу:

«З точки до прямої проведено дві похилі, проекції яких дорівнюють 5см. і 9см. Знайдіть похилі, якщо одна з них на 2см. більша за другу».

7. Підсумок: навчилися застосовувати теорему Піфагора на практиці.

Фронтальна бесіда:

- Сформулюйте теорему Піфагора;
- Сформулюйте теорему, обернену до теореми Піфагора;
- Як використовується теорема Піфагора, щоб знайти деякий елемент геометричної фігури?
- Чи цікавою була мандрівка і чим?

8. Підсумок уроку: Теорема Піфагора протягом багатьох століть була поштовхом до цікавих геометричних досліджень. Тому наступний наш урок буде уроком-дослідженням.

9. Завдання додому: 1) учні поділяються на пари, кожній пропонується окреме завдання; 2) для всіх учнів завдання з підручника

## **2. Урок-дослідження.**

Тема уроку: Теорема Піфагора. Різні доведення теореми Піфагора.

Мета уроку: засвоєння учнями різних способів доведення теореми Піфагора; формування вмінь використовувати теорему для розв'язування вправ; розвивати вміння аналізувати, співставляти, порівнювати, робити висновки; формувати вміння викладати думки математичною мовою; формувати вміння виступати перед аудиторією.

Тип кроку: урок формування вмінь та навичок.

Метод проведення: робота під керівництвом вчителя.

Форма організації навчання: робота в парах.

## Хід уроку.

### I. Робота учня – консультанта.

### II. Актуалізація опорних знань учнів

#### 1. Геометричний диктант:

- сформулюйте теорему Піфагора;
- сформулюйте теорему, обернену до теореми Піфагора;
- Продовжіть речення: ” Щоб за сторонами прямокутного трикутника знайти його третю сторону, треба...”
- похила це...
- основа похилої – це...
- проекція похилої – це...
- вставте слово у речення:
  - 1).будь – яка похила ... за перпендикуляр;
  - 2).рівні похилі мають... проекції;
  - 3).з двох похилих більша та, у якої проекція ;
- єгипетський трикутник - це...

2. Підсумок (перевірити шляхом обміну зошитами та колективними відповідями на питання)

3. Фронтальна бесіда (проводить інший учень-консультант )

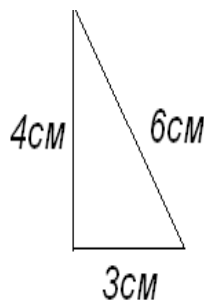
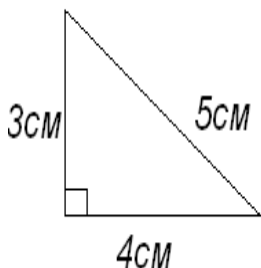
- чи правильно, що:

1). квадрат гіпотенузи дорівнює різниці квадратів катетів;

2). гіпотенуза дорівнює сумі квадратів катетів;

3). квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.

4). Чи правильно на рисунках вказано довжини сторін прямокутних трикутників?

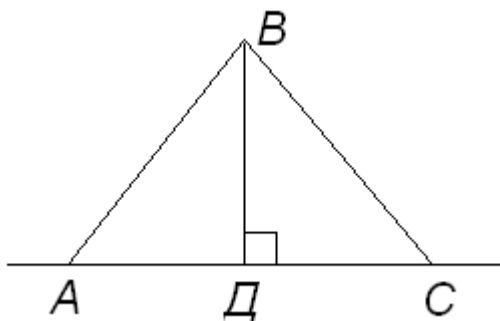


5). Виконайте завдання на слух:

- Накресліть пряму  $a$ ;
- Поза прямою позначте точку  $A$ ;
- З точки  $A$  до прямої  $a$  проведіть перпендикуляр  $AB$  і похилу  $AC$

Зробіть висновок.

6). Розгляньте рис. 3.



$AD$  і  $DC$  –  
проекції  
похилих  $AB$  і  
 $BC$ .

Відомо, що  
 $AD < DC$ .

Яке із співвідношень правильне?

1).  $AB = BC$ ; 2).  $AB > BC$ ; 3).  $AB < BC$ .

4. Підсумок. Консультанти оцінюють роботу учнів під керівництвом учителя.

### III. Перевірка домашнього завдання

(За готовими таблицями учні співставляють свої відповіді. Консультант перевіряє.)

Підсумок: аналізуються допущені помилки.

### IV. Мотивація навчальної діяльності.

Вчитель проводить з учнями бесіду про те, які ще існують способи доведення теореми Піфагора.

### V. Повідомлення теми й мети уроку.

### VI. Засвоєння учнями різних доведень теореми.

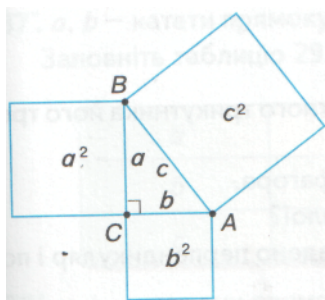
Учні працюють під керівництвом учителя.

#### 1. Виступ першої пари.

Серед досягнень піфагорійців найбільшим вважається теорема, названа Піфагоровою та її доведення. Сьогодні встановлено, що її застотосовували у давньому Вавилоні за 1500 років до Піфагора. Існує понад 300 доведень теореми.

#### 2. Один з учнів формулює й пояснює доведення теореми:

“У прямокутному трикутнику площа квадрата, побудованого на гіпотенузі, дорівнює сумі площ квадратів, побудованих на катетах.”



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ .

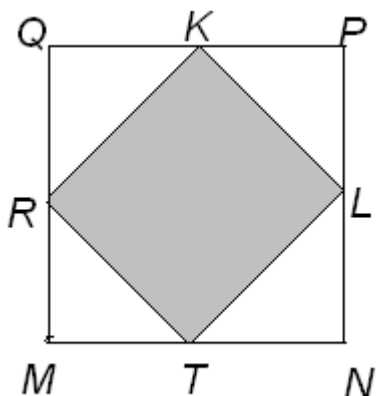
Довести:  $AB^2 = BC^2 + AC^2$ .

Доведення.

1). Введемо позначення:

$AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $AC = b$ .

2). Побудуємо два рівні квадрата  $MNPQ$  та  $M_1N_1P_1Q_1$ , кожна сторона яких дорівнює сумі катетів  $\triangle ABC$ . Нехай  $MN = MT + TN = a + b$ .



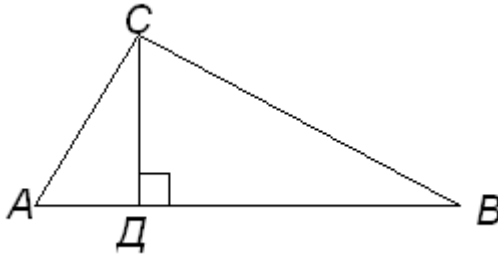
3). Розіб'ємо квадрат  $MNPQ$  на 4 трикутники, що дорівнюють  $\triangle ABC$  за двома катетами

( $MT=RK=LK=PF=a$  і  $RM=KT=KF=LP=b$ ), та два квадрати, у яких  $QR=a$ ,  $TN=b$ , а квадрат  $M_1N_1P_1Q_1$  - на 4 трикутники, що дорівнюють  $\triangle ABC$  теж за двома катетами ( $M_1T_1=N_1L_1=P_1K_1=Q_1R_1=a$  і  $T_1N_1=L_1P_1=K_1Q_1=R_1M_1=b$ ), та квадрат  $T_1L_1K_1R_1$   $T_1L_1K_1R_1$  – квадрат, кожна сторона якого дорівнює гіпотенузі  $\triangle ABC$  і кути прямі ( $\angle R_1K_1L_1=180^\circ-(\angle R_1K_1Q_1+\angle P_1K_1L_1)=90^\circ$ ). Отже, сума площ квадратів  $QRKL$  і  $TNFK$ , побудованих на катетах, дорівнює площі квадрата  $MNPQ$  без суми площ чотирьох рівних трикутників, а площа квадрата  $T_1L_1K_1R_1$ , побудованого на гіпотенузі, дорівнює площі квадрата  $M_1N_1P_1Q_1$ , який дорівнює квадрату  $MNPQ$ , без суми площ чотирьох таких самих трикутників. Отже,  $c^2=a^2+b^2$

3. Один з учнів другої пари доводить теорему з використанням подібності трикутників.

1 – Формулює теорему: «У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі

квадратів катетів. Використовує таблицю з  
рисунок:



1) Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ .

2) Проведемо висоту  $CD$  з вершини  $C$ . Утворились  
прямокутні трикутники  $ADC$  і  $BDC$ , які подібні  
 $\triangle ABC$  і подібні між собою. З того, що  $\triangle ADC \sim$   
 $\triangle ABC \Rightarrow AC/AB = AD/AC$ ,  $AC^2 = AB \cdot AD$  –  
катет  $AC$  прямокутного трикутника є середнім  
пропорційним між гіпотенузою  $AB$  і проекцією  
 $AD$  цього катета на гіпотенузу.

З того, що  $\triangle BDC \sim \triangle ABC \Rightarrow BC/AB = BD/BC$ ,  
 $BC^2 = AB \cdot BD$  – катет  $BC$  прямокутного  $\triangle ABC$  є  
середнім пропорційним між гіпотенузою  $AB$  і  
проекцією  $BD$  катета  $BC$  на гіпотенузу  $AB$ .

Додамо рівності, врахувавши, що  $AD + DB = AB$ .

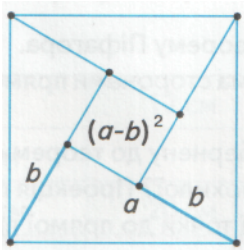
Маємо:  $AC^2 + BC^2 = AB \cdot (AD + DB) = AB \cdot AB = AB^2$ .

З того, що  $\triangle ADC \sim \triangle BCS \Rightarrow AD/DC = CD/BD$ ,  $CD^2 = AD \cdot BD$ . У цьому випадку теорема формулюється : «Висота, проведена з вершини прямого кута на гіпотенузу, є середнім пропорційним між двома відрізками, на які вона поділяє гіпотенузу», або «Квадрат висоти, опущеної на гіпотенузу, дорівнює площі прямокутника, побудованого на відрізках гіпотенузи.

#### 4. Виступ третьої пари.

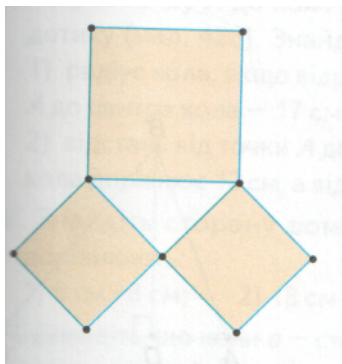
- Багато доведень теореми Піфагора ґрунтується на рівно великості і рівно складності геометричних фігур. Для цього на гіпотенузі й катетах даного прямокутного трикутника будуть фігури, розміщені певним чином, порівнюючи і зіставляючи їх, переконуються у правильності теореми.

(кодоплівка)



- Теорему Піфагора для випадку рівнобедреного прямокутного трикутника жартوما називають «Піфагоровими штанами».

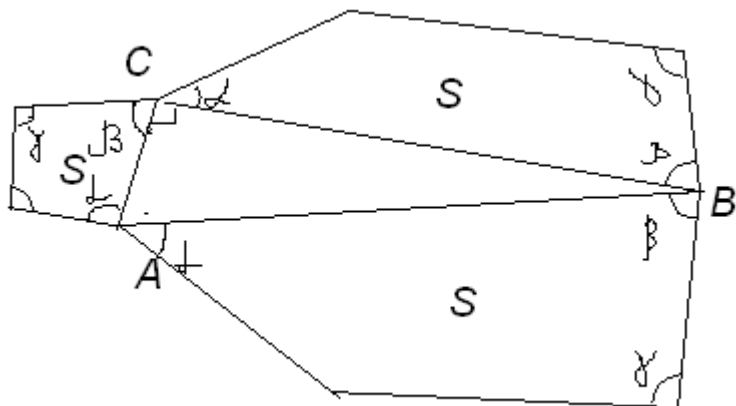
Проектується рисунок:



отували різні доведення

ителя: теорема Піфагора має  
ь квадратів побудувати  
ж собою фігури, проектує

малюнок:



Доведемо, що  $S_a + S_b = S_c$ .

З властивості подібних фігур:

$$S_a/S_c = a^2/c^2, \quad S_a \cdot c^2 = a^2 \cdot S_c;$$

$$S_b/S_c = b^2/c^2, \quad S_b \cdot c^2 = b^2 \cdot S_c.$$

Додамо рівності почленно:

$$c^2 (S_a + S_b) = (a^2 + b^2) \cdot S_c.$$

Враховуючи, що  $c^2 = a^2 + b^2$ , маємо  $S_a + S_b = S_c$ .

Висновок: площа фігури, побудованої на гіпотенузі прямокутного трикутника, дорівнює сумі площ подібних їй фігур, побудованих на катетах цього трикутника.

Теорема Піфагора поширюється і на просторові фігури, що розглядатимемо пізніше.

VIII. Оцінювання.

1. Спочатку кожна пара оцінює свою роботу.
2. Потім роботу сусідніх пар.
3. Оцінює вчитель, виставляє бали.

IX. Підсумок уроку: довели теорему Піфагора різними способами, розширили знання про теорему Піфагора.

X. Домашнє завдання: кожен учень отримує окреме завдання й готується до уроку – «бенефісу».

### **3. Урок - «бенефіс».**

Тема уроку: Розв'язування задач

Мета уроку: формування вмінь та навичок учнів використовувати знання теореми Піфагора на

практиці; розвивати увагу, математичну мову, спостережливість; виховувати впевненість у собі, стимулювати творчу активність учнів.

Тип уроку: урок формування вмінь та навичок.

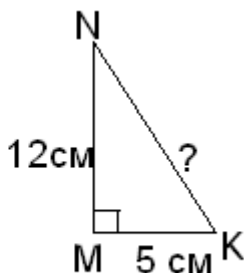
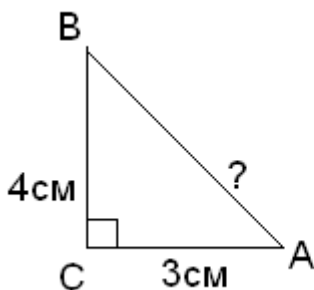
Метод проведення: робота під керівництвом учителя.

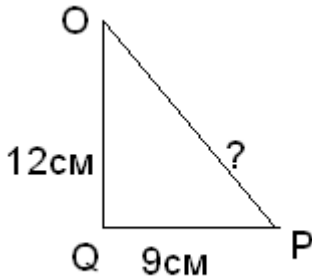
Форма навчальної діяльності: колективна робота по захисту отриманих учнями розв'язків.

### Хід уроку

I. Підготовка учнів до активної розумової діяльності.

1) За поданими рисунками знайти невідомі сторони:



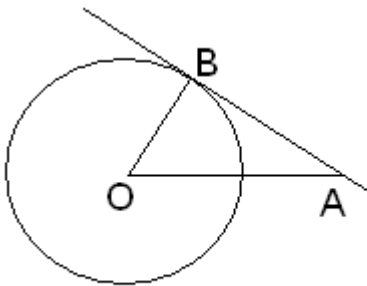


Підсумок: використали теорему Піфагора.

2) Математична вікторина.

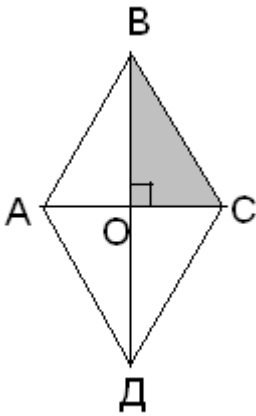
«Серед рівних розумом – за однакових інших умов – переважає той, хто знає геометрію». Б.Паскаль.

Завдання

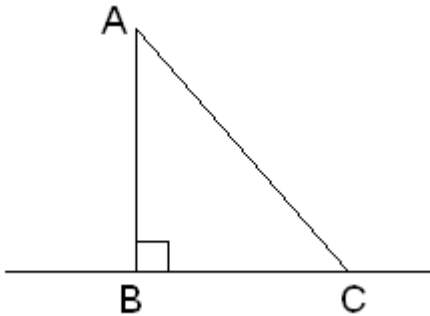


Знайдіть радіус кола, якщо відрізок дотичної  $AB = 8$  см, а відстань від точки A до центра кола – 17 см.

- Відстань від точки А до центра кола, якщо радіус кола дорівнює 12см., а відрізок дотичної АВ – 16см.

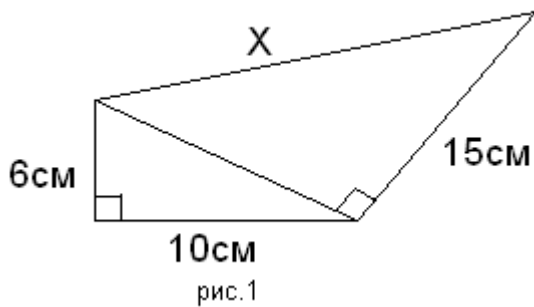


Знайдіть сторону ромба, якщо його діагоналі дорівнюють 6 см і 8 см.



Знайдіть похилу AC, якщо її проекція  $BC = 24$  см, а перпендикуляр  $AB = 10$  см.

- За даними рисунків знайдіть невідомий відрізок  $x$ :



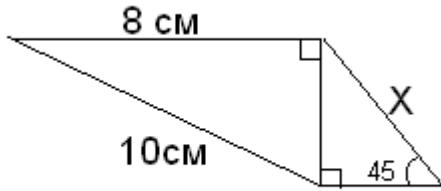


рис.2

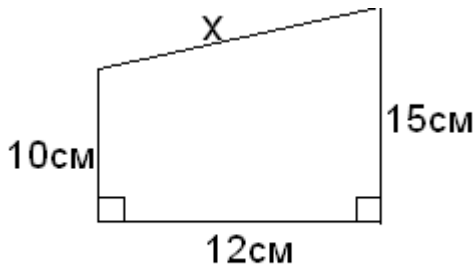


рис.3

3) Підсумок: навчились використовувати теорему Піфагора.

II. Актуалізація опорних знань учнів.

1. Фронтальна бесіда за питаннями:

- сформулюйте теорему Піфагора;
- сформулюйте теорему, обернену до теореми Піфагора;

- сформулюйте означення квадрата;
- сформулюйте властивості квадрата.

### III. Мотивація навчання:

Існують задачі, які мають кілька розв'язків, а потрібно вибрати найраціональніший. Це, так звані, «бенефісні задачі».

### IV. Повідомлення теми й мети уроку.

Девіз: «Геометрія – правителька всіх розумових пошуків». М.Ломоносов.

### V. Представлення учнями «бенефісної» задачі:

«Дано:  $ALKC$  – квадрат,  $ABCD$  – квадрат. Довести:

$$S_{ALKC} = 2S_{ABCD} \gg$$

1) Учні по черзі викладають способи розв'язування цієї задачі. (Однакові розв'язки не повторюються. Якщо учні не змогли розглянути усі випадки, вчитель допомагає).

2) Очікувані розв'язки:

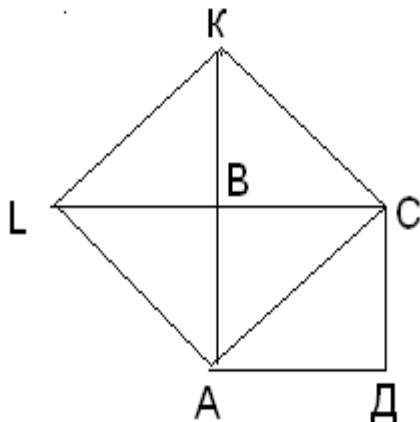
а) І спосіб.

Нехай  $AC=c$ ,  $AD=CD=a$ , тоді  $S_{ABCD}=a^2$ ,  $S_{ALKC} = c^2$ ,

▲  $ACD$  – прямокутний. Тому за теоремою

Піфагора  $c^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$ , отже  $S_{ALKC} = 2S_{ABCD}$ .

Вчитель проектує на дошку малюнок:



б) II спосіб.

В квадраті  $ACKL$  поміщається 4 трикутники  $ABC$ ,

а в квадраті  $ABCD$  – їх два. Звідси випливає, що

$$S_{ACKL} = 2S_{ABCD}.$$

в) III спосіб.

$S_{\triangle AKC}$  –половина площі квадрата  $ACKL$ . Але

$S_{\triangle AKC} = S_{ABCD}$  , так як кожен складається з двох трикутників, що дорівнюють  $\triangle ABC$ .

г) IV спосіб

Розглянемо прямокутний трикутник  $ACD$ . На його гіпотенузі  $AC$  побудовано квадрат  $ACKL$ , на катеті  $CD$  – квадрат  $ABCD$ , на катеті  $AD$  – квадрат  $ABCD$ . А потім застосувати теорему Піфагора.

3) Вибирається найраціональніший спосіб.

4) Підсумок: навчались творчо підходити до розв'язування задач, ознайомились з поняттям «бенефісна» задача.

VI Оцінювання учнів здійснюється вчителем аргументовано.

VII. Домашнє завдання: за вибором учнів відповідно до їх навчальних можливостей (задачі з підручника).

## **4. Урок-консультація.**

Тема уроку: Розв'язування задач.

Мета уроку: формування вмінь та навичок розв'язувати задачі, використовуючи теорему Піфагора; розвивати вміння аналізувати, виділяти головне, вміння консультуватися, здійснювати взаємонавчання.

Тип уроку: урок формування вмінь та навичок.

Метод організації навчання:  
інструктивно-практичний.

Форма організації навчання: парне  
взаємонавчання.

Обладнання: підручник.

Хід уроку

I. Учень-консультант проводить фронтальну бесіду за вивченим матеріалом:

- формулювання теореми Піфагора;
- формування теореми, оберненої до теореми Піфагора;
- означення перпендикуляра та похилої;

- властивості перпендикуляра і похилої.

Підсумок: опитування учнів (виділення питань, з яких необхідна консультація вчителя).

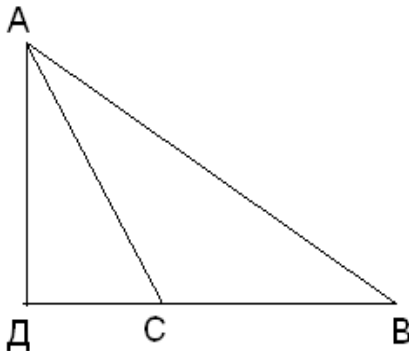
II. Засвоєння учнями вмінь розв'язувати задачі.

Девіз: «Математика має в собі риси вольової діяльності, умоглядного міркування і прагнення естетичної досконалості». Р.Курант.

1. Консультація вчителя щодо розв'язання задач:

Задача 1.

а) Доведіть, що у довільному трикутнику квадрат сторони, яка лежить проти тупого кута, дорівнює сумі квадратів двох інших сторін, доданий до подвоєного добутку однієї з цих сторін на проекцію другої сторони на першу. (Малюнки проектуються)



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB > 90^\circ$

Довести:  $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC \cdot DC$ .

Доведення.

з  $\triangle ADB$ :  $AB^2 = AD^2 + BD^2$  ;

з  $\triangle ADC$ :  $AC^2 = AD^2 + DC^2$  .

Віднімемо почленно рівності:

$AB^2 - AC^2 = BD^2 - DC^2$  (врахуйте, що  $BD = BC + DC$ ).

Отримаємо:  $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC \cdot DC$ .

б) Задача 2.

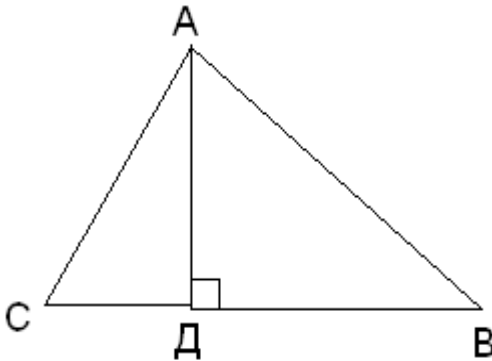
Доведіть, що в будь-якому трикутнику квадрат сторони, яка лежить проти гострого кута, дорівнює сумі квадратів двох інших сторін без подвоєного добутку однієї з цих сторін на проекцію другої сторони на першу.

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB < 90^\circ$ .

Довести:  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD$ .

Доведення.

Проведемо висоту  $AD$  з вершини  $A$ .



Застосуємо  
теорему  
Піфагора до  
прямокутних  
трикутників  
АДС і АДВ:

$$AB^2 = BD^2 + AD^2, \quad AC^2 = CD^2 + AD^2.$$

Відніmemo почленно ці рівності, врахувавши, що

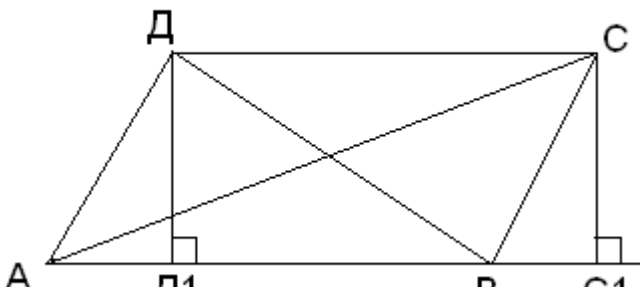
$BD = BC - CD$ , матимемо:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD.$$

в) Задача 3.

Доведіть, що в будь-якому паралелограмі сума квадратів діагоналей дорівнює сумі квадратів сторін.

Малюнок спроектувати.



Доведення.

Протилежні кути рівні, діагоналі розбивають паралелограм на два рівні трикутники. Сума внутрішніх кутів, які прилягають до однієї сторони  $180^\circ$ . Тому, якщо сторона AC трикутника ABC лежить проти тупого кута, то сторона BD  $\triangle ABD$  лежить проти гострого кута. З  $\triangle ABC$  і  $\triangle ABD$  маємо:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2AB \cdot BC_1$ ,  
 $BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2AB \cdot AD_1$ .

Додати дані рівності:  $AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2$  (враховано, що  $BC_1 = AD_1$  і  $AB = DC$ ).

2. Розв'язування задач учнями (самостійно).

Учні працюють в парах, консультуючи один одного і консультуючись з учителем. (Задачі підібрані з підручника).

III. Підсумок уроку: вчилися використовувати теорему Піфагора для розв'язування задач.

IV. Домашнє завдання: §20. Завдання диференційоване.

## **5. Урок-захист проєктів.**

Тема уроку: Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника.

Мета уроку: засвоєння учнями означення синуса, косинуса й тангенса гострого кута прямокутного трикутника, їх властивостей; розвивати вміння будувати кути, якщо відомо синус, косинус, тангенс кута. Виховувати впевненість у собі, вміння публічно виступати.

Тип уроку: урок засвоєння знань, вмінь та навичок.

Метод організації навчання: пояснювально-спонукальний.

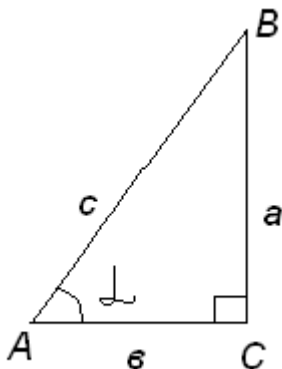
Форма організації роботи: захист проєктів.

Обладнання: таблиці, підручник.

Хід уроку

## I. Актуалізація опорних знань учнів.

Фронтальна бесіда:



За рисунком назвіть:

- катет протилежний куту  $\alpha$
- катет прилеглий до кута  $\alpha$  ;
- запишіть відношення прилеглого катета до гіпотенузи;
- протилежного катета до гіпотенузи;
- протилежного катета до прилеглого;
- прилеглого катета до протилежного;
- ознаки подібності прямокутних трикутників за двома кутами.

## II. Мотивація навчання.

Під час будівництва будинку майстру замість градусної міри кута нахилу даху дається відношення довжин сторін. Сьогоднішня тема уроку має важливе практичне значення.

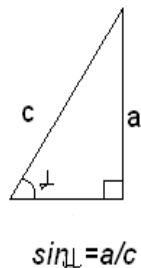
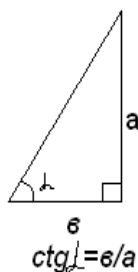
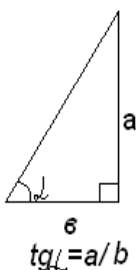
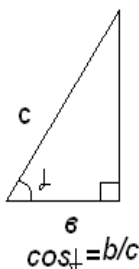
III. Повідомлення теми й мети уроку.

Девіз уроку: «Знання збираються по краплині, як вода в долині».

IV. Захист учнівських проєктів.

а) Перший учень захищає проєкт «Поняття синусу, косинуса, тангенса гострого прямокутного трикутника» за планом:

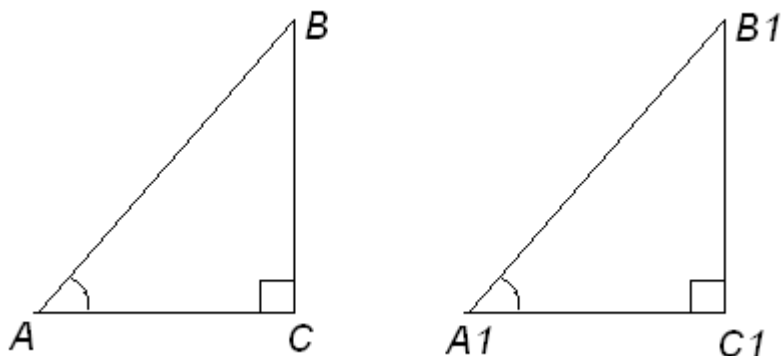
- 1) означення синусу, косинуса, тангенса;
- 2) робота за таблицею (підручник);



3) залежність синуса, косинуса й тангенса від розмірів трикутника.

Формулює: «Синус, косинус, тангенс гострого кута прямокутного трикутника залежить тільки від градусної міри кута і не залежить від розмірів трикутника».

Доводить, решта учнів записують.



Нехай  $\angle A = \angle A_1$ .

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$  за двома кутами. Отже,

$$AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = AC/A_1C_1;$$

$$BC/AB = B_1C_1/A_1B_1, \sin \angle A = \sin \angle A_1;$$

$$AC/AB = A_1C_1/A_1B_1, \cos \angle A = \cos \angle A_1;$$

$$BC/AC = B_1C_1/A_1C_1, \operatorname{tg} \angle A = \operatorname{tg} \angle A_1.$$

Підсумок:

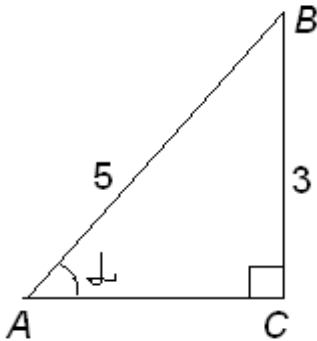
1) засвоїли означення синуса, косинуса, тангенса, котангенса.

2) довели незалежність  $\sin \alpha$  ,  $\cos \alpha$  ,  $\operatorname{tg} \alpha$  від розмірів трикутника.

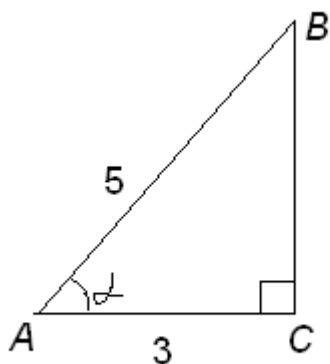
б) Робота над незрозумілими етапами проекту (з допомогою вчителя).

2. Захист проекту «Побудова синуса, косинуса, тангенса гострого кута прямокутного трикутника».

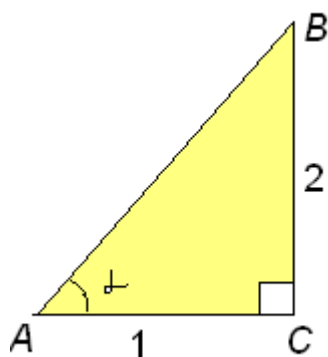
а) Побудуйте кут, синус якого дорівнює  $3/5$ .



б) Побудуйте кут, косинус якого дорівнює  $0,6$ .



в) Побудуйте кут, тангенс якого дорівнює 2.



Підсумок: навчились будувати  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tg$  гострого кута прямокутного трикутника.

IV. Колективна робота над розв'язуванням задач з підручника.

V. Підсумок уроку: засвоїли означення синуса, косинуса, тангенса; довели, що  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$  гострого кута прямокутного трикутника не залежить від розмірів трикутника, навчились будувати кути за даними  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ .

VI. Домашнє завдання: задачі з підручника за вибором учнів. Задачі випереджувального характеру до наступного уроку

## **6. Урок – прес-конференція.**

Тема уроку: Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Значення синуса, косинуса, тангенса деяких кутів.

Мета уроку: засвоєння учнями співвідношень між сторонами і кутами прямокутного трикутника; розвивати вміння аналізувати, порівнювати. співставляти; розвивати інтерес до вивчення

геометрії; розвивати пошукові здібності, вміння конкретно відповідати на питання.

Тип уроку: урок засвоєння нових знань, вмінь, навичок.

Метод проведення: пояснювально-пошуковий.

Форма організації навчання: прес-конференція.

Обладнання: таблиці.

### Хід уроку

I. Актуалізація навчального процесу.

Вступне слово вчителя.

У давнину відстані і кути спочатку вимірювали безпосередньо інструментами. Вавилоняни користувались транспортиром. Ще за 2000 років до н. е. Але на практиці безпосередньо виміряти відстані й кути не завжди можливо. Як виміряти відстань між пунктами, розділеними перешкодами, як виміряти висоту дерева, гори, як знайти кут підйому дороги або кут, під яким спускаємось з гори. Стали використовувати рівні або подібні трикутники, геометричні побудови. Але,

використовуючи ці прийоми, діставали не досить точні результати, особливо при вимірюванні значних відстаней на місцевості. Тому виникла необхідність, коли більша частина результатів буде обчислена з допомогою елементів прямокутного трикутника. Основою таких прийомів стало використання  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\operatorname{tg}$ . Накопичення обчислювальних прийомів розв'язування задач призвело до створення нового розділу математики – тригонометрія (trigonon – трикутник, metreo – вимірюю).

II. Повідомлення теми й мети уроку.

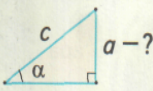
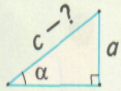
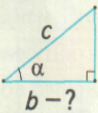
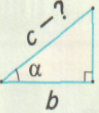
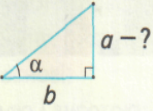
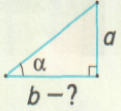
III. Проведення прес-конференції.

Науковці-фахівці із знань про співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника займають місця за столом, а журналісти – за партами.

На дошці вислів: «Предмет математики такий серйозний, що корисно не нехтувати нагодою робити його трохи цікавим». Б Паскаль.

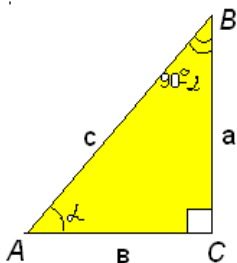
#### IV. Виступи науковців за планом:

- 1) Чому дорівнює катет, протилежний куту  $\alpha$  ?
- 2) Чому дорівнює катет, прилеглий до кута  $\alpha$  ?
- 3) Чому дорівнює катет, протилежний куту  $\alpha$  через другий катет?

|   |                                                                                   |   |                                                                                   |                                          |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------|---|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1 |  | 4 |  | $c = \frac{a}{\sin \alpha}$              |
| 2 |  | 5 |  | $c = \frac{b}{\cos \alpha}$              |
| 3 |  | 6 |  | $b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$ |

4) Пропонують таблицю:

5) Обчислення значень  $\sin \alpha$  ,  $\cos \alpha$  і  $\operatorname{tg} \alpha$  .



$$\sin \alpha = a/c; \quad \cos (90^\circ - \alpha) = a/c,$$

$$\cos \alpha = b/c;$$

$$\sin (90^\circ - \alpha) = b/c.$$

$$\text{Отже, } \cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

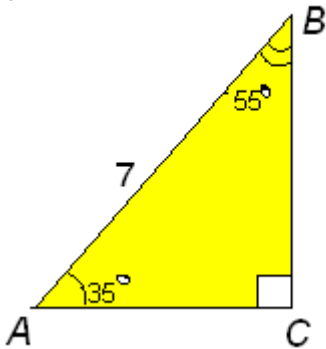
$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha .$$

6) Обчислення для кутів  $45^\circ$ ,  $30^\circ$  і  $60^\circ$ .

V. Діяльність інформаційного агентства.

Питання журналістів.

1.

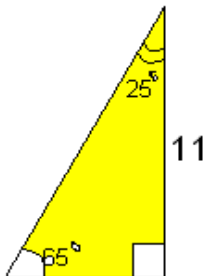


Значення якого  
виразу дорівнює  
довжині катета BC:

- 1)  $7 \sin 55^\circ$ ;
- 2)  $7 \cos 55^\circ$ ;
- 3)  $7 \operatorname{tg} 35^\circ$ ?

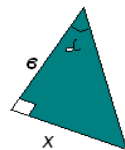
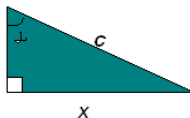
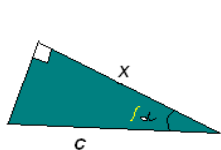
Чому?

2.



Як визначити довжину  
катета AC?

3. Знайти  $x$ :



4. Заповніть таблицю, поставивши у відповідній клітинці знак «+»

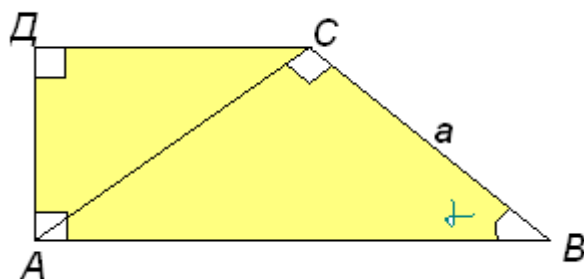
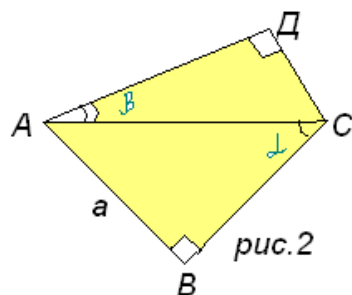
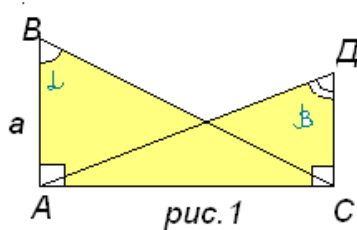
| Сторона |     | Вираз                 |                       |                                    |                         |                         |
|---------|-----|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|
|         |     | $c \cdot \cos \alpha$ | $c \cdot \sin \alpha$ | $b \cdot \operatorname{tg} \alpha$ | $\frac{a}{\sin \alpha}$ | $\frac{b}{\cos \alpha}$ |
|         | $a$ |                       |                       |                                    |                         |                         |
|         | $b$ |                       |                       |                                    |                         |                         |
|         | $c$ |                       |                       |                                    |                         |                         |

5. Знайдіть гіпотенузу АВ прямокутного трикутника ABC ( $\angle C=90^\circ$ ), якщо  $BC=16\text{см.}$ ,  $\cos \angle B=1/8$ .

6. Знайдіть гіпотенузу АВ прямокутного трикутника ABC ( $\angle C=90^\circ$ ), якщо  $BC=24\text{см.}$ ,  $\sin \angle A=3/8$ .

7. Знайдіть катет ВС прямокутного трикутника ABC ( $\angle C=90^\circ$ ), якщо  $AC=8\text{см.}$ ,  $\operatorname{tg} \angle A=0,6$ .

8. За даними малюнків (таблиці) знайдіть відрізки  $AD$  і  $CD$ .



9. Заповніть таблицю:

| $\alpha$                   | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ |
|----------------------------|------------|------------|------------|
| $\sin \alpha$              |            |            |            |
| $\cos \alpha$              |            |            |            |
| $\operatorname{tg} \alpha$ |            |            |            |

10. Розв'язати задачу. Сторона ромба 6см., а один з кутів –  $60^\circ$ . Знайдіть висоту ромба.

11. Обчисліть:  $\sin 85^\circ$ ,  $\cos 13^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 19^\circ$ . Підсумок: на скільки зуміли науковці відповісти на питання журналістів.

VI. Підсумок уроку: бесіда з учнями (чи сподобався урок, чи був ефективним, чи забезпечував міцність засвоєння знань, вмінь, навичок).

VII. Домашнє завдання: завдання дається після пояснення вчителя. Обчислити:  $\sin 20^\circ$ ,  $\sin 75^\circ$ ,  $\cos 67^\circ$ ,  $\cos 24^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 65^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 1^\circ$ .

## 7. Урок-проблемна лекція.

Тема: Розв'язування прямокутних трикутників.

Мета уроку: засвоєння учнями вмінь розв'язувати прямокутні трикутники, формувати вміння слухати, брати участь в проблемній лекції, розвивати лекторські здібності.

Тип уроку: урок засвоєння знань та вмінь.

Метод проведення: проблемна лекція.

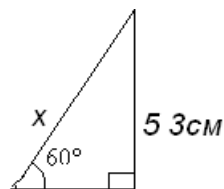
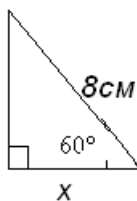
Обладнання: таблиці.

### Хід уроку

I. Підготовка учнів до активної розумової діяльності.

1. Фронтальна бесіда:

1) За малюнками знайти  $x$ :



2) Як визначити катет, прилеглий до кута та катет, протилежний куту .

2. Самостійна робота за тригонометричними таблицями

Перевірка колективна.

II. Мотивація навчання.

Серед геометричних фігур прямокутний трикутник відіграє особливу роль. Будь-який многокутник можна розбити на трикутники.

Вміючи знаходити кутові й лінійні елементи цих трикутників, можна знайти і всі елементи цього многокутника. А будь-який трикутник можна розбити на два прямокутні трикутники. Тому потрібно вміти розв'язувати прямокутні трикутники.

III. Повідомлення теми й мети уроку.

IV. Проблемна лекція.

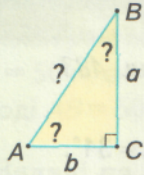
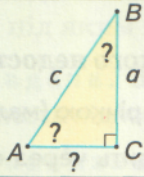
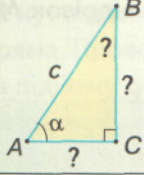
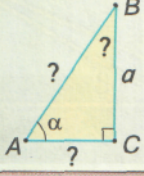
Лекцію читає учень-консультант за планом:

1) Що означає розв'язати прямокутний трикутник?

(Розв'язати прямокутний трикутник означає – за

даними двома сторонами або стороною і гострим кутом знайти інші його сторони і кути).

2) Види задач (таблиця):

| Умова задачі |                                                                                                                                                                                                    | Алгоритм розв'язування                                                                                                                                             |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1            |  <p>Дано: <math>AC = a</math>,<br/><math>BC = b</math>.<br/>Знайти: <math>AB, \angle A, \angle B</math></p>       | <p>1) <math>AB = \sqrt{a^2 + b^2}</math><br/> 2) <math>\operatorname{tg} A = \frac{a}{b}</math>,<br/> 3) <math>\angle B = 90^\circ - \angle A</math></p>           |
| 2            |  <p>Дано: <math>AB = c</math>,<br/><math>BC = a</math>.<br/>Знайти: <math>AC, \angle A, \angle B</math></p>       | <p>1) <math>AC = \sqrt{c^2 - a^2}</math><br/> 2) <math>\sin A = \frac{a}{c}</math>,<br/> 3) <math>\angle B = 90^\circ - \angle A</math></p>                        |
| 3            |  <p>Дано: <math>AB = c</math>,<br/><math>\angle A = \alpha</math>.<br/>Знайти: <math>AC, BC, \angle B</math></p>  | <p>1) <math>\angle B = 90^\circ - \alpha</math>,<br/> 2) <math>AC = c \cdot \cos \alpha</math>,<br/> 3) <math>BC = c \cdot \sin \alpha</math></p>                  |
| 4            |  <p>Дано: <math>BC = a</math>,<br/><math>\angle A = \alpha</math>.<br/>Знайти: <math>AB, AC, \angle B</math></p> | <p>1) <math>\angle B = 90^\circ - \alpha</math>,<br/> 2) <math>AB = \frac{a}{\sin \alpha}</math>,<br/> 3) <math>AC = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}</math></p> |

3) Розв'язування задач.

а) Розв'язати прямокутний трикутник за гіпотенузою  $c=16$  і кутом  $\alpha = 76^\circ 21'$ .

б) Розв'язування задач з підручника.

V. Підсумок уроку: засвоїли вміння розв'язувати прямокутні трикутники.

VI. Оцінювання роботи лектора.

VII. Домашнє завдання: учні обирають вправу з підручника за бажанням.

## **8. Урок-практикум з розв'язування задач.**

Тема уроку: Розв'язування прямокутних трикутників.

Мета уроку: формування в учнів умінь розв'язувати прямокутні трикутники; розвивати обчислювальні навички; виховувати культуру геометричних записів; виховувати вміння співпрацювати.

Тип уроку: урок формування вмінь та навичок.

Метод проведення: інструктивно-практичний.

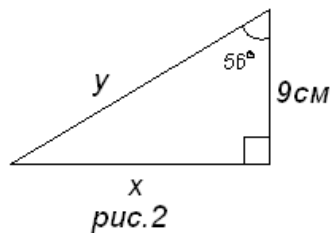
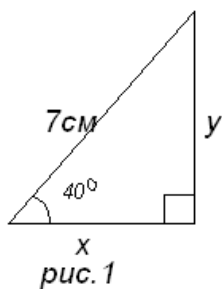
Форма організації роботи: в парах.

## Хід уроку

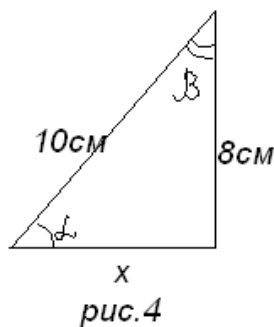
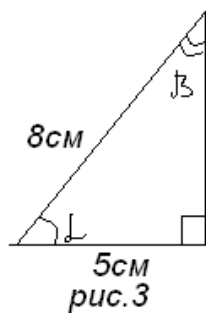
### I. Актуалізація опорних знань учнів.

#### 1. Самостійна робота.

а) За малюнками знайдіть  $x$  та  $y$ :



б) Знайдіть кути  $\alpha$  і  $\beta$ :



в) Перевірка колективна.

#### 2. Геометричний диктант:

- розв'язати прямокутний трикутник означає...;

- катет, протилежний куту  $\alpha$  , дорівнює...;
- катет, прилеглий до кута  $\alpha$  , дорівнює...
- можливі такі види задач, в яких вимагається розв'язати прямокутний трикутник: ...

Перевірити колективно.

II. Повідомлення теми й мети уроку.

III. Проведення практикуму з розв'язування задач.

1. Самостійне розв'язування задач з підручника: з наступним коментарем їх розв'язання учнями.

2. Окремі учні виконують завдання, а потім один з учнів кожної пари презентує розв'язки.

IV. Оцінювання роботи учнів: 1) самооцінка, 2) оцінка товаришами, 3) оцінка вчителем.

V. Підсумок уроку: сформулювали вміння розв'язувати прямокутні трикутники.

VI. Домашнє завдання:

Кожний учень отримує задачу з підручника прикладного характеру. Учні попереджено про те,

що вони будуть свої розв'язки презентувати на наступному уроці

## **9. Урок-презентація.**

Тема уроку: Розв'язування прикладних задач.

Мета уроку: формування вмінь розв'язувати прикладні задачі, використовуючи розв'язування прямокутних трикутників, спираючись на життєвий досвід учнів; розвивати вміння складати математичні моделі; формувати інтерес до вивчення геометрії.

Тип уроку: урок формування вмінь та навичок.

Метод організації навчальної діяльності: інструктивно-практичний.

Форма організації роботи на уроці: презентація розв'язків задач.

Обладнання: заготовлені малюнки.

Хід уроку

I. Актуалізація опорних знань учнів.

Фронтальне повторення вивченого матеріалу за темою «Розв'язування прямокутних трикутників»:

- види задач, в яких вимагається розв'язати прямокутний трикутник.

- II. Мотивація навчання.

Існує багато задач, в яких присутні нематематичні поняття. Ці задачі називаються прикладними.

Багато з них розв'язуються складанням математичної моделі, коли потрібно розв'язати прямокутний трикутник.

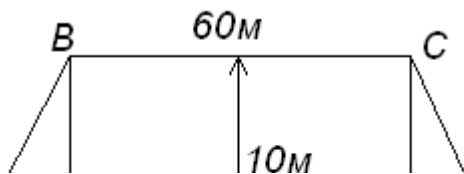
III. Повідомлення теми й мети уроку.

IV. Формування вмінь та навичок розв'язувати прикладні задачі.

1. Вчитель пропонує задачу:

«Ширина верхньої частини насипу шосейної дороги, поперечний переріз якого – рівнобічна трапеція, дорівнює 60м. Яка ширина основи насипу, якщо висота дорівнює 10см., а кут укосу –  $60^\circ$  ».

Проектується малюнок:



Математична модель:

Дана рівнобічна трапеція, верхня основа якої 60м.

і кут при основі  $60^\circ$ . Знайти нижню основу.

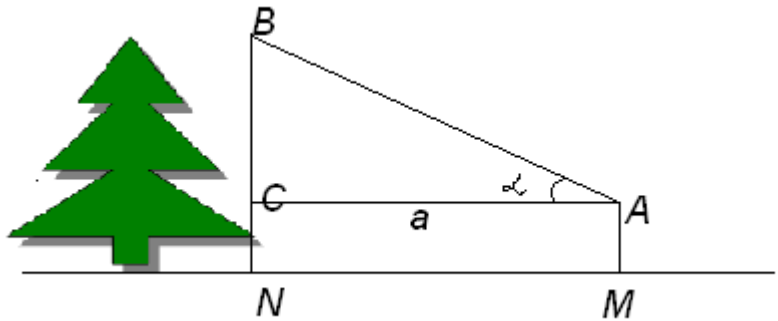
Провести висоти  $BM$  та  $CN$ ,  $BM=CN=10\text{м.}$ ,

$MN=60\text{м.}$

Задача зводиться до розв'язування прямокутного трикутника.

2. Презентація розв'язування задач учнями.

1) Знайти висоту дерева.



$BN=a \operatorname{tg} \alpha + h$ ,  $h$  – висота кутомірного приладу.

2) Знайти висоту вежі, яка відокремлена від нас річкою.

На горизонтальній прямій, яка проходить через основу вежі, позначаємо дві точки А і В та вимірюємо відрізок  $MN=a$  і кути  $\alpha$  і  $\beta$

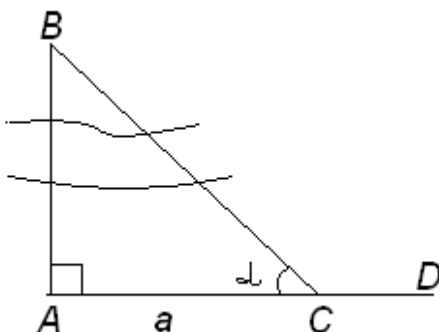
З прямокутних трикутників  $ADC$  і  $BDC$ :

$AC=DC/\operatorname{tg} \alpha$  ,  $BC=DC/\operatorname{tg} \beta$  . Почленно віднімемо:

$AC - BC=DC/\operatorname{tg} \alpha - DC/\operatorname{tg} \beta \Rightarrow AB=DC, (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha) / \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$  . Отже,  $DC=a \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta / (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)$

. Додавши висоту приладу  $AM=h$ , маємо:  $(a \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta) / (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha) + h$ .

3) Знайти відстань між пунктами, розділеними річкою.

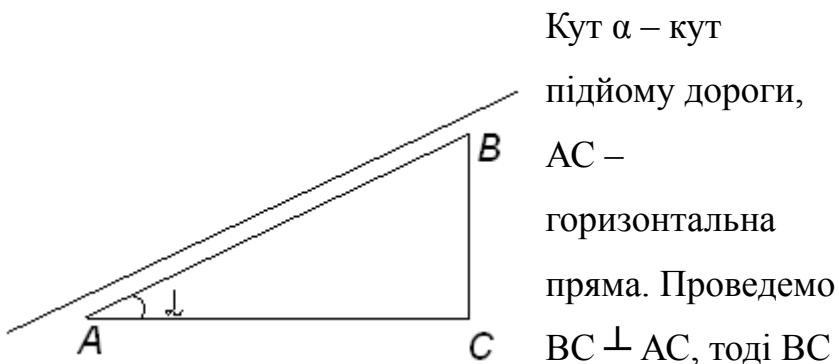


Провішуємо пряму  $AD \perp AB$  і означаємо на ній точку С.

Вимірюємо  $AC=a$  і кут  $\alpha$ .

З прямокутного трикутника  $ABC$  маємо  $AB= a \operatorname{tg} \alpha$ .

4) Знайти кут підйому шосейної дороги, якщо на відстані 200м. висота підйому становить 8м.



– висота підйому дороги. За умовою:  $AB=200\text{м}$ ,  $BC=8\text{м}$ . з прямокутного трикутника  $ABC$ :

$$\sin \alpha = BC/AB = 8/200 = 0,04.$$

$$\alpha \approx 2^\circ 18'$$

3. Визначення видів представлених задач:

- 1) На знаходження висоти предмета, основа якого доступна.
- 2) Задачі на знаходження висоти предмета, основа якого недоступна.

3) Задачі на знаходження відстані між двома пунктами, розділеними перешкодою.

4) Задачі на знаходження кутів.

V. Оцінювання роботи учнів. Підсумок уроку: сформуvalи вміння розв'язувати деякі види прикладних задач.

VI. Домашнє завдання: стор.199. Розв'язати одну з практичних задач на вибір.

## **10. Урок-практикум з розв'язування задач.**

Тема уроку: Розв'язування задач

Мета уроку: формування вмінь та навичок розв'язувати задачі за темою «Розв'язування прямокутних трикутників», розвивати вміння аналізувати та робити висновки, розвивати інтерес до вивчення геометрії.

Тип уроку: урок формування вмінь та навичок.

Метод проведення: самостійна робота з підручником.

Обладнання: підручник.

### Хід уроку

I. Актуалізація опорних знань учнів.

1) Робота за таблицею (стор. 193).

2) Відпрацювання навичок роботи з тригонометричними таблицями.

3) Підсумок: повторити знання, які використовують при розв'язуванні задач за темою «Розв'язування прямокутних трикутників».

II. Повідомлення теми та мети уроку.

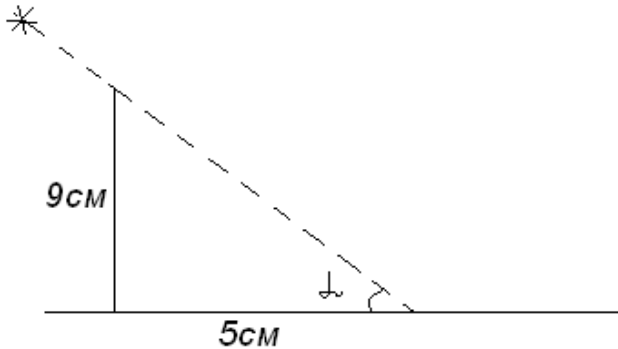
III. Проведення практикуму з розв'язування задач.

Учні працюють в парах, допомагають один одному.

1. Учням пропонується задача:

Тінь стовпа, висота якого 9м. , становить 5м.

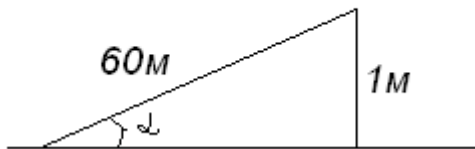
Виразіть у градусах висоту сонця над горизонтом.



1) Знайти  $\operatorname{tg} \alpha$  :  $\operatorname{tg} \alpha = 9/5 = 1,8$ .

2)  $\alpha = 61^\circ$ .

2. Гірська залізниця на одному з перегонів підіймається на 1 м на кожні 60 м шляху. Знайдіть кут підйому дороги на цій ділянці.

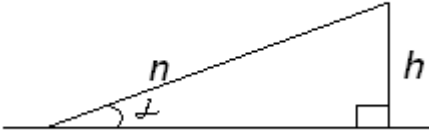


$$\sin \alpha = 1/60 \approx 0,0167$$

$$\alpha \approx 61^\circ$$

3. На яку висоту  $h$  піднявся пішохід, який пройшов  $n$  км прямою дорогою, що піднімається під кутом  $\alpha$  до горизонту?

$$h = n \sin \alpha$$



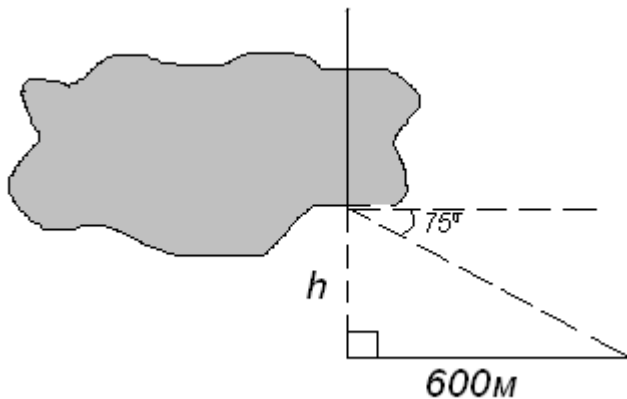
Якщо  $h = 1,5$  км,  $\alpha = 4^\circ 30'$ .

$$h = 1.5 \sin 4^\circ 30' = 1.5 \sin 4.5^\circ \approx 1,5 \cdot 0,0787 \approx 0,118 \text{ км.}$$

$$4^\circ 30' = 4 \frac{30}{60} = 4,5$$

Відповідь: 0, 118км.

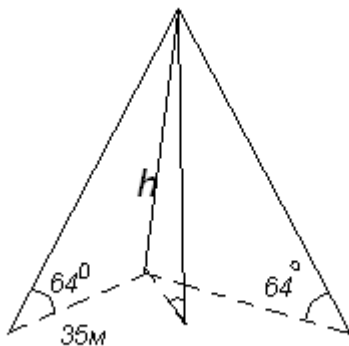
4. Вертикальний промінь прожектора перетинає хмару. Яка висота нижньої межі хмари, якщо спостерігач, який стоїть на відстані 600м від прожектора, бачить місце перетину променя прожектора і хмари під кутом  $75^\circ$  ?



$$h = 600 / \operatorname{tg} 75^{\circ} = 600 / 0,268 \approx 2239 \text{ м}$$

Відповідь : 2239 м.

5. Щогла закріплена трьома однаковими тросами, які нахилені до землі під кутом  $64^{\circ}$ . Нижні кінці тросів віддалені від щогли на 35м. На якій відстані закріплені на щоглі верхні кінці тросів.



$$h = 35 \operatorname{tg} 64^{\circ} \approx 35 \cdot 2.05 = 71,75 \text{ м}$$

IV. Підсумок уроку: набули навичок розв'язування прикладних задач.

V. Оцінювання роботи учнів учителем.

VI. Домашнє завдання: завдання за вибором учнів.

## **11. Урок-скарбниця.**

Тема уроку: Розв'язування задач.

Мета уроку: формування знань, вмінь та навичок учнів розв'язувати задачі за темою «Розв'язування прямокутних трикутників»; розвивати вміння аналізувати, узагальнювати та робити висновки,

розвивати увагу та математичну інтуїцію;

виховувати інтерес до вивчення геометрії.

Тип уроку: урок формування умінь та навичок.

Метод проведення: інструктивно-практичний.

Форма організації навчальної діяльності:

колективна робота.

Обладнання: таблиці, слайди, скарбничка, у якій є відділення для кожного учня з написом прізвища, фішки.

### Хід уроку

I. Створення сприятливого мікроклімату для активізації навчальної діяльності учнів.

1) Геометрична розминка (фронтальне опитування), (здійснює учень-консультант).

- формулювання теореми Піфагора;

- формулювання теореми, оберненої до теореми Піфагора;

- інше формулювання теореми Піфагора;

- означення синуса гострого кута прямокутного трикутника;

- означення косинуса гострого кута прямокутного трикутника;
- означення тангенса гострого кута прямокутного трикутника;
- властивість синуса, косинуса, тангенса гострого кута прямокутного трикутника;
- як визначити катет, протилежний куту  $\alpha$  ;
- катет, прилеглий до кута  $\alpha$  .

2) Підсумок: проаналізувати, хто найбільше поповнив свою скарбницю.

3) Геометричний диктант:

а) У прямокутному трикутнику дано сторони  $a$ ,  $b$ ,  $c$  і кут  $\alpha$  .

Запишіть вирази для визначення:

- сторони  $a$ ,
- сторони  $b$ ,
- сторони  $c$ , розгляньте всі випадки.

в)  $-\sin(90^\circ - \alpha) =$

-  $\cos(90^\circ - \alpha) =$

-  $\cos 45^\circ =$  ,  $\sin 45^\circ =$  ,  $\operatorname{tg} 45^\circ =$  ,  $\cos 30^\circ =$  ,  
 $\sin 30^\circ =$  ,  $\operatorname{tg} 30^\circ =$  ,  $\cos 60^\circ =$  ,  $\sin 60^\circ =$  ,  
 $\operatorname{tg} 60^\circ =$  .

- Дано прямокутний трикутник ABC ( $\angle C = 90^\circ$ ).

Запишіть рівність, яка виражає теорему Піфагора.

- Якщо дано  $\triangle MNK$  ( $\angle N = 90^\circ$ ).

в) Підсумок: учень-консультант допомагає перевірити за готовими відповідями, роздає фішки.

II. Формування вмінь та навичок учнів розв'язувати задачі.

1. Конкурс знавців теореми Піфагора.

Розв'яжіть задачі:

а) Знайдіть діагональ квадрата, якщо його сторона дорівнює  $2\sqrt{2}$

б) Знайдіть катети рівнобедреного трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 8 см.

в) Знайдіть висоту рівнобедреного трикутника, якщо його сторона дорівнює 10 см.

г) Знайдіть висоту рівнобедреного трикутника, проведену до основи, якщо бічна сторона і основа відповідно дорівнюють 26см і 20см

д) З точки А до прямої проведено перпендикуляр АВ і похилу АС.

Знайдіть похилу АС, якщо її проекція ВС дорівнює 24см, а перпендикуляр АВ=10см.

Перпендикуляр АВ, якщо похила АС дорівнює 17см, а її проекція ВС=8см.

е) Катети прямокутного трикутника відносяться, як 3:4, а гіпотенуза дорівнює с. Знайдіть катети трикутника, якщо  $c=25\text{см}$ .

2. Конкурс знавців співвідношень у прямокутному трикутнику.

а) Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює в, а кут при основі —  $\alpha$  .

Знайдіть: 1) основу трикутника, 2) висоту, проведену до основи.

б) Основа рівнобедреного трикутника дорівнює а , а кут між бічними сторонами —  $\alpha$  .

Знайдіть: 1) висоту, проведену до основи, 2) бічну сторону трикутника.

в) У рівнобедреному трикутнику кут при основі дорівнює  $\alpha$ , а радіус вписаного кола –  $r$ .

Знайдіть: 1) основу трикутника, 2) бічну сторону трикутника.

г) Сторона  $AD$  прямокутника  $ABCD$  дорівнює  $d$  і утворює з діагоналлю  $AC$  кут  $\alpha$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо прямокутника.

4. Підсумок: аналіз проведеної роботи, підрахунок фішок.

5. Конкурс для найрозумніших.

а) З точки до прямої проведено дві похилі. Одна з них дорівнює  $a$ , а її проекція –  $b$ . Знайдіть довжину другої похилої, якщо вона утворює з прямою кут  $\beta$ .

б) Більша діагональ ромба дорівнює  $d$ , а його гострий кут –  $\alpha$ .

III. Проведення підсумків. Оцінювання учнів за результатами заповнення скарбниці.

IV. Домашнє завдання: різнорівневі, з підручника.

## **12. Урок-семінар.**

Тема уроку: Розв'язування задач.

Мета уроку: систематизувати знання, вміння та навички учнів за темою «Розв'язування прямокутних трикутників». Розвивати вміння аналізувати, узагальнювати, робити висновки, співставляти, приводити у систему набуті знання; розвивати смислове запам'ятовування.

Тип уроку: урок систематизації знань, вмінь та навичок.

Метод проведення: навчальна бесіда.

Форма проведення: робота в парах.

Девіз: «...математика – ланцюг понять; випаде ланка – і не зрозуміле буде наступне».

### **Хід уроку**

I. Створення сприятливого мікроклімату.

Гра «Математичний футбол».

Учень з пари дає питання з вивченого матеріалу другій парі, якщо та відповідає, то наступна пара наносить «удар» наступній, якщо не відповідає, то хід пропускає, і так далі.

Питання кожна пара підготувала до уроку. Та пара, яка набрала більше правильних відповідей, аналізує відповіді однокласників. Всі разом приходять до спільної думки: «Чому не змогли дати відповіді на питання», дають правильні відповіді та правильно розв'язують вправи.

II. Систематизація знань, вмінь та навичок за вивченою темою.

1. Геометричний диктант.

- сформулюйте теорему Піфагора,
- назвіть властивості похилих,
- синус гострого кута прямокутного трикутника – це...,
- косинус гострого кута прямокутного трикутника – це...,

- тангенс гострого кута прямокутного трикутника
- це...,
- щоб знайти за двома сторонами прямокутного трикутника його гострі кути, треба...,
- назвіть види задач на розв'язування прямокутних трикутників.

Перевірка: колективне зачитування відповідей.

2. Підсумок: що саме основне потрібно знати з вивченої теми?

3. Учень-консультант проводить фронтальне опитування за готовою таблицею (Урок 7) по знаходженню елементів трикутника.

Підсумок підводить учень.

4. Учні отримують завдання на картках (за даними елементами прямокутного трикутника визначити невідомі елементи).

Перевіряє консультант з допомогою вчителя.

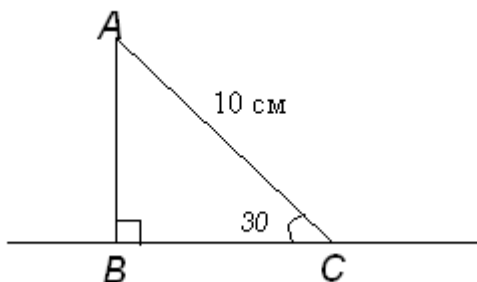
5. Систематизація задач за темою.

1) Учням пропонуються задачі типу:

а) Поясніть за малюнком, як знайти діагональ прямокутника, коли відомі його сторони.

б) Як знайти бічну сторону рівнобедреного трикутника, якщо відомі його основа і висота.

в)



Знайти

довжину перпендикуляра.

г) Катети прямокутного трикутника відносяться, як 6:8, а гіпотенуза дорівнює 10см. Знайдіть катети трикутника.

д) У рівнобічній трапеції менша основа дорівнює  $v$ , а бічна сторона утворює з висотою кут  $\alpha$ .

Знайдіть більшу основу трапеції.

Учні розв'язують задачі, починаючи з першої, працюючи в парах.

Кожна задача аналізується під керівництвом вчителя.

2) Робота над розв'язуванням вправ з підручника.

а) Спочатку проводиться колективний аналіз задачі.

б) Потім кожна пара розв'язує окремо задачу.

в) Один з представників пар презентує розв'язання.

3) Колективне розв'язування задач.

а) Знайдіть сторони трикутника, якщо радіус вписаного кола дорівнює  $r$ , а кути трикутника дорівнюють  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

б) Доведіть, що площа прямокутного трикутника ABC ( $\angle C = 90^\circ$ ) обчислюється за формулою:

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B.$$

в) Доведіть, що площа гострокутного трикутника

ABC обчислюється за формулою:  $S = \frac{1}{2}bc$

$$\sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C.$$

III. Підсумок уроку: систематизували знання та вміння за темою «Розв'язування прямокутних трикутників».

IV. Оцінювання знань, вмінь та навичок учнів з обов'язковим коментуванням.

V. Домашнє завдання:

1) побудувати кути , якщо:

$$\cos \alpha = 2/3; \sin \alpha = 4/7; \operatorname{tg} \alpha = 1; \operatorname{ctg} \alpha = 2.$$

2) Підготуватися до контрольної роботи.

### **13. Урок-контрольна робота.**

Тема уроку: Контрольна робота.

Мета уроку: виявити рівень навчальних досягнень учнів за темою «Розв'язування прямокутних трикутників»; розвивати зосередженість, увагу; виховувати наполегливість та відповідальність.

Тип уроку: урок контролю та корекції знань, вмінь та навичок.

Метод проведення: контрольна робота за тестовими завданнями.

Обладнання: картки.

Хід уроку

I. Організація класу, налаштування учнів.

II. Актуалізація опорних знань учнів.

Фронтальна бесіда за темою «Розв'язування прямокутних трикутників».

III. Проведення роботи за картками наступного зразка:

1°. Знайдіть діагональ прямокутника, якщо його сторони дорівнюють 9см і 12см.

A. 21см            Б. 3см            В. 20см            Г 15см.

2°. Знайдіть бічну сторону рівнобедреного трикутника, якщо його основа дорівнює 10см, а висота – 12см.

A. 22см            Б. 14см            В. 13см            Г. 16см

3°. З точки до прямої проведено похилу довжиною 8см, яка утворює кут  $60^\circ$ .

Знайдіть проекцію похилої на пряму.

A. 4см            Б. 2см            В. 6см            Г. 16см

4. Катети прямокутного трикутника відносяться, як 3:4, а його гіпотенуза дорівнює 10см. Знайдіть катети трикутника.

А. 3см і 4см      Б. 30см і 40см      В. 6см і 8см  
Г. 4см і 6см.

5\*. Основи прямокутної трапеції дорівнюють 5см і 17см, а більша бічна сторона – 15см. Знайдіть меншу діагональ трапеції.

А. 12см      Б. 13см      В. 22см      Г. 20см

Додаткове завдання: доведіть, що в прямокутній трапеції різниця квадратів діагоналей дорівнює різниці квадратів основ.

IV. Підсумок уроку.

V. Домашнє завдання: підготуватися до уроку-огляду знань за темою «Розв'язування прямокутних трикутників».

## **14. Урок-огляд знань.**

Тема уроку: Аналіз контрольної роботи

Мета уроку: узагальнити знання учнів за темою «Розв'язування прямокутних трикутників»; перевірити наявність знань учнів за темою;

розвивати критичність та гнучкість мислення, математичну уяву; розвивати інтерес до вивчення геометрії; виховувати вміння публічно виступати, проектувати відповіді.

Тип уроку: урок систематизації знань, вмінь та навичок учнів.

Метод проведення: продуктивно-практичний.

Форма організації роботи: робота в групах.

### Хід уроку

I. Вступне слово вчителя про важливість проектування своєї діяльності, а отже, й життя.

II. Організація класу: визначено експерта-помічника вчителя, клас поділяється на групи: 1) теоретики-дослідники, 2) практики.

III. Актуалізація опорних знань учнів.

1. Проведення естафети «Знання збираються по краплині, як вода в долині».

- Яку тему вивчаємо?

- Який трикутник називається прямокутним, назвіть його елементи;
- сформулюйте теорему Піфагора;
- сформулюйте теорему, обернену до теореми Піфагора;
- поясніть, як знайти деякий елемент фігури (сторону, висоту, діагональ);
- як визначити синус гострого кута;
- косинус гострого кута;
- тангенс гострого кута;
- які ви знаєте співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.

Підсумок проводить консультант під керівництвом учителя.

IV. Повідомлення теми й мети уроку.

V. Мотивація навчальної діяльності.

Слово вчителя: «Всюди, у природі, поруч з нами геометрія – рослинництво, садівництво, квітникарство, будівництво, дизайн, інтер'єр. Все

це створюється з використанням геометрії. Де геометрія – там затишок й краса».

Чи чули ви слово «проект»? Де його використовують? Все починається з малого проекту, а найбільший проект – це життя людини. Хто навчиться складати малі проекти, той зможе проектувати своє життя. На уроці ми будемо вчитись складати малі проекти – проектувати свої відповіді, свою діяльність на уроці.

VI. Ознайомленням з планом роботи.

1. Презентація проектів:

- а) виступи теоретиків-дослідників;
- б) виступи практиків;
- в) робота в математичній лабораторії;
- г) оцінювання відповідей учнів, їх робота на уроці.

VII. Узагальнення знань учнів за темою

«Розв’язування прямокутних трикутників». Девіз:

«Важко у навчанні – легко у житті».

1. Теоретики-дослідники презентують проект

«Розв’язування прямокутних трикутників».

План відповіді.

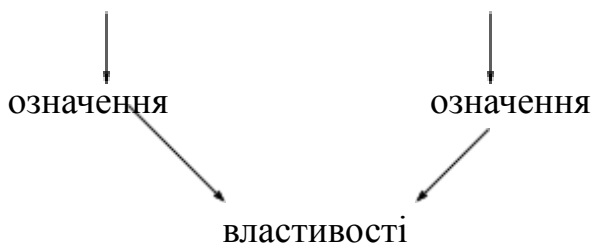
1) Теорема Піфагора → інші формулювання



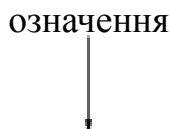
Доведення теореми.

(Використовує таблиці, кодоплівки з метою економії часу).

2) Перпендикуляр і похила



3) Синус, косинус, тангенс гострого кута прямокутного трикутника.



## властивість

4) Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.

Робота за таблицею 33 (стор. 180).

5) Обчислення значень  $\sin \alpha$  ,  $\cos \alpha$  ,  $\operatorname{tg} \alpha$  .

а) Доведення рівностей  $\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$  ,  $\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$  .

б) Знаходження  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$  кутів:  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ .

6) Розв'язування прямокутних трикутників.

Робота з таблицею 36 ( стор. 193)

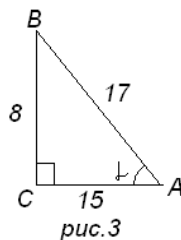
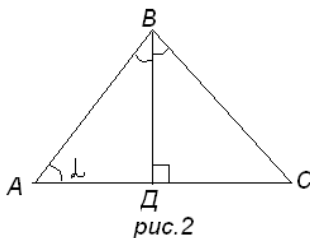
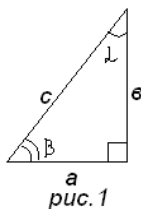
7) Підсумок: узагальнили знання про визначну теорему геометрії – теорему Піфагора та наслідки з неї, про алгоритм знаходження за однією із сторін прямокутного трикутника і гострим кутом двох інших сторін, а за двома сторонами – гострих кутів.

2. Презентація проекту практиків.

Девіз: «Не досить оволодіти знаннями. потрібно вміти використовувати їх.»

1) Розв'яжи усно:

а)



Для кожного рисунка запишіть:

$\sin \alpha$ ,  $\sin \beta$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \beta$ .

б) Робота з таблицею 32 (стор 177)

в) Робота за таблицею 34 (стор 183).

2) Бліц опитування (запис на дошці)

| $\alpha$                   | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ |
|----------------------------|------------|------------|------------|
| $\sin \alpha$              |            |            |            |
| $\cos \alpha$              |            |            |            |
| $\operatorname{tg} \alpha$ |            |            |            |

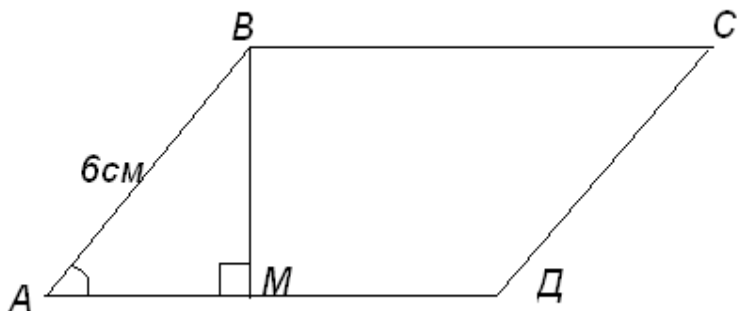
3) Конкурс «будівельників»

Хто швидше побудує кути, якщо

$\cos \alpha = 5/6$ ;  $\sin \alpha = 3/5$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = 4/7$ .

4) Робота над розв'язуванням вправ з підручника.

а)



ABCD – ромб,

$AB = 6 \text{ см}, \angle A = 60^\circ$

Знайти: висоту.

б) Знайдіть радіус  $r$  кола, вписаного в рівносторонній трикутник, і радіус  $R$  кола, описаного навколо цього трикутника, якщо сторона трикутника дорівнює  $a$ .

в) Знайдіть відношення діаметрів кіл, вписаного в квадрат і описаного навколо цього квадрата.

г) За відстанню в метрах від місця підйому літака ростуть дерева висотою 20 м. Під яким кутом має підійматися літак, щоб не зачепити дерева.

5. Робота з чотиризначними математичними таблицями:

а) Запишіть у порядку зростання:

$\sin 15^\circ$ ,  $\sin 46^\circ$ ,  $\sin 45^\circ$ ,  $\sin 10^\circ$ ,  $\sin 11^\circ$ .

$\cos 50^\circ$ ,  $\cos 34^\circ$ ,  $\cos 20^\circ$ ,  $\cos 72^\circ$ ,  $\cos 25^\circ$ .

6. Підсумок: навчилися застосовувати знання до розв'язування геометричних задач та задач практичного змісту.

VIII Аналіз контрольної роботи за планом:

1) Аналіз помилок по кожному завданню.

2) Повторення необхідних теоретичних знань.

3) Розв'язування подібних завдань.

IX Оцінювання учнів:

- самооцінка;
- взаємооцінка;
- оцінка вчителя

X Підсумок уроку:

Девіз: «Не чому вчилися, а чому

навчилися»

- Чи цікаво було працювати?

- Що сподобалось на уроці , а що-ні?