

المدة : 3 ساعة

المستوى : نهائي علوم تجريبية

تمرين 03 : (06 نقاط)

نعتبر المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: (1)..... $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$

1. حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z :

$$z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = (z - 8)(z^2 + az + b)$$

2. حل في C المعادلة (1) .

3. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$ و لتكن النقط A ، B و

C

لواحقها على الترتيب $\alpha = 2 - 2i\sqrt{3}$ و $\beta = 2 + 2i\sqrt{3}$ و $\delta = 8$.

أ) احسب الطويلة و العمدة للعدد المركب α ثم انشئ النقط A ، B و C .

ب) ليكن العدد المركب k حيث $k = \frac{\alpha - \delta}{\beta - \delta}$.

أكتب k على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي ، استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج) عين إحداثيتي النقطة G مرجح الجملة $\{(A, 4); (B, 4); (C, 8)\}$ ثم أنشئه.

8) حدد E مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 12$

تمرين 02 : (07 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته الديكارتية: $2x + y - 2z + 4 = 0$ والنقط:

$$A(3; 2; 6), B(1; 2; 4) \text{ و } C(4; -2; 5).$$

(1) تحقق أن النقط A, B و C تشكل مستوي ثم تحقق أن المستوي (ABC) هو المستوي (P).

(2) أ- بين أن المثلث ABC قائم.

ب- عيّن تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) الذي يشمل المبدأ O و عمودي على المستوي (P).

ج- لتكن K المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (P).

- أحسب المسافة OK.

د- أحسب حجم الهرم OABC.

(3) نعتبر الجملة المثقلة: $S = \{(O; 3); (A; 1); (B; 1); (C; 1)\}$

أ- تحقق أن الجملة S تقبل مرجحاً G.

ب- ليكن I مركز ثقل المثلث ABC.

- بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم (OI).

ج- عيّن المسافة بين النقطة G و المستوي (P).

(4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|\vec{3MO} + \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 5$

- عيّن طبيعة المجموعة (Γ).

- حدّد طبيعة المجموعة (P) \cap (Γ) و عناصرها المميزة.

تمرين 03 : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $R - \{\ln 2\}$: $f(x) = x + \ln|e^x - 2|$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) ادرس تغيرات الدالة f.

(2) بين أنه من أجل كل x من $R - \{\ln 2\}$ يمكن كتابة f(x) على الشكل :

$$f(x) = 2x + \ln|1 - 2e^{-x}|$$

(3) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتها على التوالي :

$$y = 2x \text{ و } y = x + \ln 2$$

4) عيّن احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل .

5) أرسم (Δ) و (Δ') ثم المنحني (C_f) .