ثانوية القطار **الاختبار الثاني في الرياضيات**

المستوى : نهائي علوم تجريبية **المدة** : 3 ساعة

تمرين 03 : (06 نقاط)

نعتبر المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^3-12z^2+48z-128=0$.....(1)

1. حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z :

$$z^3-12z^2+48z-128=(z-8)(z^2+az+b)$$

2. حل في C المعادلة (1) .

3. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ و لتكن النقط A ، B و C

لواحقها على الترتيب $\alpha=2-2i\sqrt{3}$ و $\beta=2+2i\sqrt{3}$ و $\delta=8$.

أ) احسب الطويلة و العمدة للعدد المركب α ثم انشئ النقط A ، B و C .

ب) ليكن العدد المركب k حيث $k=\dfrac{\alpha-\delta}{\beta-\delta}$.

أكتب k على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي ، استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ) عين إحداثيتي النقطة G مرجح الجملة $\{(A,4);(B,4);(C,8)\}$ ثم أنشئه.

د) حدد E مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\vec{MA}+\vec{MB}+2\vec{MC}\right\|=12$.

تمرين 02 : (07 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته الديكارتية: $2x + y - 2z + 4 = 0$ و النقط:

$A(3; 2; 6)$,$B(1; 2; 4)$ و $C(4; -2; 5)$.

1) تحقق أن النقط A , B و C تشكل مستوي ثم تحقق أن المستوي (ABC) هو المستوي (P) .

2) أ- بيّن أن المثلث ABC قائم .

ب- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل المبدأ O و عمودي عل المستوي (P) .

جـ- لتكن K المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (P) .

- أحسب المسافة OK .

د- أحسب حجم الهرم $OABC$.

3) نعتبر الجملة المثقلة: $S = \{(O; 3); (A; 1); (B; 1); (C; 1)\}$

أ- تحقق أن الجملة S تقبل مرجحا G .

ب- ليكن I مركز ثقل المثلث ABC .

- بيّن أن النقطة G تنتمي الى المستقيم (OI) .

جـ- عيّن المسافة بين النقطة G و المستوي (P) .

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $||3\vec{MO} + \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|| = 5$

- عيّن طبيعة المجموعة (Γ) .

- حدّد طبيعة المجموعة $(P) \cap (\Gamma)$ و عناصرها المميزة .

تمرين 03 : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $R - \{ln2\}$ بـ: $f(x) = x + ln|e^x - 2|$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f .

2) بيّن أنه من أجل كل x من $R - \{ln2\}$ يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$$f(x) = 2x + ln\left|1 - 2e^{-x}\right|$$

3) بيّن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على التوالي :

$$y = x + ln2 \quad و \quad y = 2x$$

4) عيّن احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل .

5) أرسم (Δ) و (Δ') ثم المنحني (C_f) .