

## Треугольник Паскаля

1	5	15	35	70
1	4	10	20	35
1	3	6	10	15
1	2	3	4	5
1	1	1	1	1

Запишем в каждой клетке таблицы число способов дойти до нее из левой нижней клетки, двигаясь только вправо или вверх.

1. Чего больше: способов выбрать 5 предметов из 12 или 7 из 12?
2. Докажите, что  $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$ .
3. Докажите, что сумма первых  $k$  чисел в строке таблицы равна  $k$ -му числу в следующей строке (например,  $1+3+6+10=20$ ). Какое тождество для чисел сочетаний это дает?

Повернем нашу таблицу так, чтобы все числа  $C_n^k$  были на одном уровне.

Результат называется треугольником Паскаля. На краях этого треугольника стоят единицы, а каждое число внутри является суммой двух, стоящих над ним.  $k$ -е число  $n$ -й строки

треугольника Паскаля равно  $C_n^k$  (строки нумеруются сверху вниз, начиная с нуля, а числа в строках нумеруются слева направо, также начиная с нуля).

					1					
				1		1				
			1		2		1			
		1		3		3		1		
	1		4		6		4		1	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

4. На рисунке выписаны первые 5 строк треугольника Паскаля. Выпишите следующие 5 строк. Найдите при помощи треугольника Паскаля числа  $C_9^4$ ,  $C_{10}^5$ .
5. а) Найдите сумму чисел в каждой из первых 6 строк треугольника Паскаля.  
б) Найдите сумму чисел в  $n$ -й строке треугольника Паскаля. Запишите возникающее тождество для чисел сочетаний.
6. Найдите сумму  $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots \pm C_n^n$  с помощью треугольника Паскаля.
7. У Тома Сойера есть забор из  $2n$  досок и белая краска. Сколькими

способами он может покрасить в этом заборе четное число досок?

8. Докажите, что каждое число  $a$  в треугольнике Паскаля, уменьшенное на 1, равно сумме всех чисел, заполняющих параллелограмм, ограниченный теми правой и левой диагоналями, на пересечении которых стоит число  $a$  (сами эти диагонали в рассматриваемый параллелограмм не включаются).