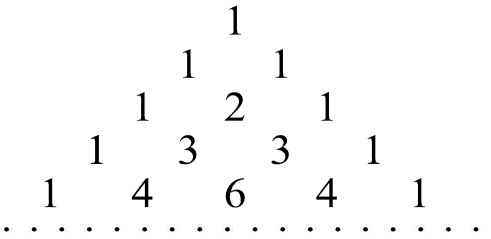
Треугольник Паскаля

1	5	15	35	70
1	4	10	20	35
1	3	6	10	15
1	2	3	4	5
1	1	1	1	1

Запишем в каждой клетке таблицы число способов дойти до нее из левой нижней клетки, двигаясь только вправо или вверх.

1. Чего больше: способов выбрать 5 предметов из 12 или 7 из 12?
2. Докажите, что $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k} = C_n^k$.
3. Докажите, что сумма первых k чисел в строке таблицы равна k-му числу в следующей строке (например, 1+3+6+10=20). Какое тождество для чисел сочетаний это дает?

Повернем нашу таблицу так, чтобы все числа $C_n^{\text{что-то}}$ были на одном уровне. Результат называется треугольником Паскаля. На краях этого треугольника стоят единицы, а каждое число внутри является суммой двух, стоящих над ним. k-е число n-й строки треугольника Паскаля равно C_n^k (строки нумеруются сверху вниз, начиная с нуля, а числа в строках нумеруются слева направо, также начиная с нуля).



4. На рисунке выписаны первые 5 строк треугольника Паскаля. Выпишите следующие 5 строк. Найдите при помощи треугольника Паскаля числа C_9^4, C_{10}^5.
5. а) Найдите сумму чисел в каждой из первых 6 строк треугольника Паскаля.

б) Найдите сумму чисел в n-й строке треугольника Паскаля. Запишите возникающее тождество для чисел сочетаний.

6. Найдите сумму $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \ldots \pm C_n^n$ с помощью треугольника Паскаля.
7. У Тома Сойера есть забор из $2n$ досок и белая краска. Сколькими

способами он может покрасить в этом заборе четное число досок?

8. Докажите, что каждое число a в треугольнике Паскаля, уменьшенное на 1, равно сумме всех чисел, заполняющих параллелограмм, ограниченный теми правой и левой диагоналями, на пересечении которых стоит число a (сами эти диагонали в рассматриваемый параллелограмм не включаются).