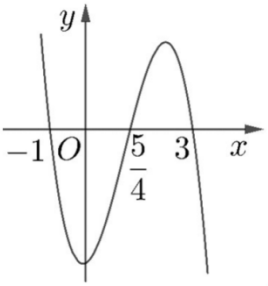
Câu 1. **[2D1-6.3-4] (Đặng Thành Nam Đề 1)** Cho hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r\ (m,\ n,\ p,\ q,\ r\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ có số phần tử là



A. 4 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 2 .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Anh Đào; Fb: Đào Nguyễn

Chọn B

Cách 1:

Dựa trên đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3), k<0.$

Mặt khác $f'(x)=4mx^3+3nx^2+2px+q.$

Đồng nhất ta có

$$4mx^3+3nx^2+2px+q=k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3),\forall x$$

$$\Leftrightarrow 4mx^3+3nx^2+2px+q=k\left(x^3-\frac{13}{4}x^2-\frac{x}{2}+\frac{15}{4}\right),\forall x$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4m=k\\3n=-\frac{13}{4}k\\2p=-\frac{1}{2}k\\q=\frac{15}{4}k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\frac{1}{4}k\\n=-\frac{13}{12}k\\p=-\frac{1}{4}k\\q=\frac{15}{4}k\end{cases}\Rightarrow f(x)=k\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x\right)+r.$$

$$f(x)=r\Leftrightarrow k\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x\right)+r=r\Leftrightarrow\frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\frac{5}{3}\\x=3\end{array}\right..$$

Chọn đáp án B.

Cách 2: Xét hàm số $f(x)$ có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{4} \\ x=3 \end{array}\right.$

Ta đi so sánh $f(0)$ với $f(3)$.

Ta có: $f'(x)=k(x+1)\left(x-\dfrac{5}{4}\right)(x-3) \Rightarrow f(3)-f(0)=\int\limits_0^3 f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 k(x+1)\left(x-\dfrac{5}{4}\right)(x-3)\mathrm{d}x=0$

$\Rightarrow f(0)=f(3)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f\left(\frac{5}{4}\right)$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	$-\infty$

Ta có $r=f(0)\in\left(f\left(\dfrac{5}{4}\right);f(-1)\right)$.

Đường thẳng $y=f(0)$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Do đó phương trình $f(x)=r=f(0)$ có 3 nghiệm phân biệt. Chọn đáp án B.

---------- STRONG TEAM TOAN VD VDC ----------