

A L'hydrolienne

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le chef de centre qui vérifiera et éventuellement remplacera son sujet. Il sera tenu le plus grand compte dans la notation de la qualité de la rédaction.

Données concernant l'hydrolienne :

- masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$;
- diamètre de l'hélice de l'hydrolienne : $D = 16 \text{ m}$;
- vitesse du courant : $v_0 = 4,5 \text{ m.s}^{-1}$;
- tension continue en sortie de l'hydrolienne : $U_c = 150 \text{ kV}$;

Devant la nécessité d'augmenter la part des sources d'énergie renouvelable, les industriels sont lancés dans une course au développement des hydroliennes, cousines aquatiques des éoliennes, afin de profiter d'une source d'énergie prévisible : les courants marins. Dès 2003, Seaflow est la première hydrolienne installée à Lynmouth en Angleterre. En Europe, la France et la Grande-Bretagne disposent d'un potentiel de production particulièrement élevé. D'après EDF, une production de 5GW (l'équivalent de la puissance maximale de la centrale nucléaire de Gravelines qui est la plus puissante centrale nucléaire française) peut être installée à proximité des côtes françaises.

Dans ce problème, un modèle simple permet d'illustrer la façon dont l'énergie d'un fluide en mouvement peut être récupérée.

L'eau est un fluide incompressible de masse volumique ρ_e et les effets de la pesanteur sont négligés. L'hydrolienne est composée d'un système qui soutient une hélice. Par souci de simplicité, il est supposé que seule cette dernière est en contact avec l'eau. L'étude est réalisée dans le référentiel terrestre, par rapport auquel le support de l'hydrolienne est fixe, supposé galiléen, et muni d'un repère cartésien de centre O et de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Puissance transportée par le fluide

En l'absence d'hydrolienne, l'eau est en écoulement à la vitesse uniforme et constante $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{e}_x$.

Dans un premier temps, la puissance qui traverse une section de surface S est calculée. Cette section est un disque placé dans le plan Oxy comme représenté Figure 1. Pendant une durée Δt une certaine quantité de fluide traverse la section.

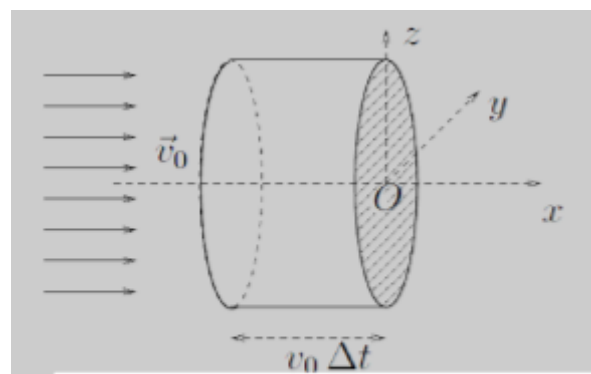


Figure 1 – Section perpendiculaire à l'écoulement du fluide

1. Expliquer l'utilité de considérer le volume V délimité par le cylindre de base S et de longueur $v_0 \Delta t$. Exprimer la masse de fluide contenue dans ce volume en fonction de ρ_e , v_0 , S et Δt .
2. Exprimer l'énergie cinétique E_c du fluide dans le volume V en fonction de ρ_e , v_0 , S et Δt . En déduire l'expression de la puissance $P_0 = \frac{E_c}{\Delta t}$ qui traverse la section S en fonction de ρ_e , v_0 et S .
3. La masse volumique de l'air ρ_{air} est telle que $\rho_e \simeq 800 \rho_{air}$. Comparer hydrolienne et éolienne en expliquant un avantage et un inconvénient de l'hydrolienne sur l'éolienne.

Puissance transmise à l'hydrolienne

Dans la suite, un modèle simple d'écoulement permanent du fluide autour de l'hydrolienne est étudié. L'écoulement de l'eau autour de l'hydrolienne présente une symétrie de révolution autour de Ox . La trace de l'intersection du tube de courant qui entoure l'hydrolienne avec le plan Oxz est représentée Figure 2.

- Loin de l'hydrolienne, en amont, l'eau est en écoulement uniforme à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{e}_x$, la pression est uniforme et vaut P_0 . La section du tube de courant est notée Σ_A et son aire vaut S_0 .
- Loin de l'hydrolienne, en aval, la vitesse de l'écoulement à l'intérieur du tube de courant est uniforme et vaut $\vec{v}_1 = v_1 \cdot \vec{e}_x$, la pression est uniforme et vaut P_0 . La section du tube de courant est notée Σ_B et son aire vaut S_1 .
- Au niveau de l'hydrolienne, la vitesse est constante (entre A' et B') et uniforme et vaut $\vec{v}_H = v_H \cdot \vec{e}_x$. La section du tube de courant varie très peu et son aire vaut S_H . La pression est discontinue. Juste avant l'hydrolienne, elle vaut $P_{A'}$, et juste après elle vaut $P_{B'}$. La section du tube de courant passant par A' (respectivement B') est notée $\Sigma_{A'}$ (respectivement $\Sigma_{B'}$).
- L'écoulement du fluide peut être considéré comme parfait, sauf au voisinage immédiat de l'hydrolienne, entre A' et B' .
- Autour du tube de courant la pression est uniforme et vaut P_0 .
- La force exercée par le fluide sur l'hydrolienne vaut $\vec{F} = F \cdot \vec{e}_x$.

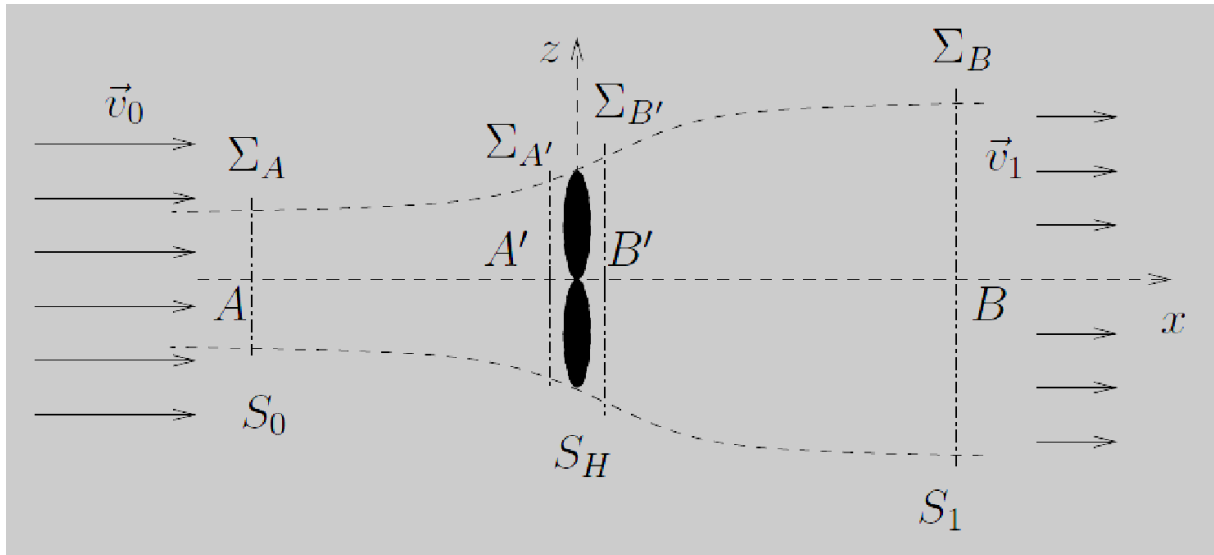


Figure 2 – Tube de courant autour de l’hydrolienne

4. Quelle(s) relation(s) lie(nt) S_0 , v_0 , S_H , v_H , S_1 et v_1 ? Justifier.

Pourquoi la section du tube de courant est croissante le long de l’écoulement ?

5. Exprimer $P_{A'}$ et $P_{B'}$ en fonction de ρ_e , P_0 , v_0 , v_1 et v_H .

6. Etablir une première expression de F en fonction de ρ_e , S_H , v_0 et v_1 en travaillant entre les sections $\Sigma_{A'}$ et $\Sigma_{B'}$.

On admettra que les seules forces de pression à prendre en compte sont celles exercées par la pression $P_{A'}$ sur la section $\Sigma_{A'}$ et par la pression $P_{B'}$ sur la section $\Sigma_{B'}$, puisque, par symétrie, la force de pression sur le contour du tube de courant est quasiment nulle.

7. Etablir une seconde expression de F en fonction de ρ_e , S_H , v_H , v_0 et v_1 . Dans ce cas, on admet que la force de pression est nulle puisque la pression autour du volume de contrôle est uniforme.

En déduire que : $v_H = k(v_0 + v_1)$, où k est un coefficient numérique à déterminer.

8. La puissance reçue par l’hydrolienne vaut $P_H = F \cdot v_H$. Le rendement η de l’hydrolienne est

défini comme : $\eta = \frac{P_H}{P_0}$ où P_0 (déterminé au 2) est la puissance qui traverserait S_H en l’absence de l’hydrolienne.

Exprimer η en fonction du rapport $\sigma = \frac{v_H}{v_0}$.

Montrer que η atteint une valeur maximale η_{max} pour une valeur particulière de σ et donner la valeur numérique de η_{max} .

9. Calculer la valeur numérique de la puissance maximale que peut recevoir l’hydrolienne. Combien d’hydroliennes de ce type faut-il installer sur les côtes françaises afin de tirer pleinement profit du potentiel énergétique hydrolien de 5GW?